7
Referências bibliográficas

1 SILLION, F., PUECH, C. **Radiosity and Global Illumination.** Morgan Kaufmann Publishers, San Francisco, EUA, 1994. 251 p.

2 WHITTED, T. **An Improved Illumination Model for Shaded Dislay.** In: Communications of the ACM 23(6), 1980. p. 343–349.

3 KOZLOV, S. Perspective Shadow Maps: Care and Feeding. In: Fernando, R. (Ed.) **GPU Gems**, ch. 14. Addison-Wesley, 2004. p. 214–244.

4 CROW, F. **Shadow Algorithms for Computer Graphics.** In: Proceedings of ACM SIGGRAPH'77. ACM Press, 1977. p. 242–248.

5 WILLIAMS, L. **Casting curved shadows on curved surfaces.** In: Proceedings of ACM SIGGRAPH'78. ACM Press, 1978. vol. 12, p. 270–274.

6 WOO, A.; POULIN, P.; FOURNIER, A. **A Survey of Shadow Algorithms.** In: IEEE Computer Graphics and Applications, 10(6), 1990. p. 13–32.

7 LIPP, M. **A Survey of Real-Time Shadow Mapping Techniques.** Vienna University of Technology, 2005. 11 p.

8 HASENFRATZ, J. et al. **A survey of real-time soft shadows algorithms.** In: Proceedings of the Eurographics Symposium on Rendering 2003, 22(4). Eurographics Association, 2003. p. 753–774.

9 BRABEC, S.; ANNEN, T.; SEIDEL, H. **Practical Shadow Mapping.** In: Journal of Graphics Tools, 7(4), 2002. p. 9–18.

10 WANG, Y.; MOLNAR, S. **Second-Depth Shadow Mapping.** The University of North Carolina at Chapel Hill, 1994. Relatório técnico TR94-019.

11 WOO, A. The Shadow Map Revisited**.** In: Kirk, D. (ed.) **Graphics Gems III**. Boston: AP Professional, 1992. p. 338–342.

12 WEISKOPF, D.; ERTL, T. **Shadow Mapping Based on Dual Depth Layers.** In: Proceedings of the Eurographics 2003 Short Papers. Eurographics Association, 2003. p. 53–60.

13 HOURCADE, J. C.; NICOLAS, A. **Algorithms for antialiased cast shadows.** In: Computers and Graphics, 9(3), 1985. p. 259–265.

14 REEVES, W.; SALESIN, D.; COOK, R. **Rendering antialiased shadows with depth maps.** In: Proceedings of ACM SIGGRAPH'87. ACM Press, 1987. vol. 21. p. 283–291.

15 BRABEC, S.; SEIDEL, H. **Hardware-Accelerated Rendering of Antialiased Shadows with Shadow Maps.** In: Proceedings of Computer Graphics International, 2001. p. 209–214.

16 PAGOT, C.; COMBA, J.; OLIVEIRA, M. **Multiple-Depth Shadow Maps.** In: Proceedings of the XVII Brazilian Symposium on Computer Graphics and Image Processing (SIBGRAPI'04), 2004. p. 308–315.

17 KRYACHKO, Y. Efficient Soft-Edged Shadows Using Pixel Shader Branching. In: Phar, M.; Fernando, R. (Ed.) **GPU Gems II**, ch. 17, NVidia Corporation, 2005. p. 269–282.

18 DONNELLY, W.; LAURITZEN, A. **Variance shadow maps.** In: Proceedings of the 2006 symposium on Interactive 3D graphics and games (New York, NY, USA). ACM Press, 2006. p. 161–165.

19 STAMMINGER, M.; DRETTAKIS, G. **Perspective shadow maps.** In: Proceedings of ACM SIGGRAPH'02. ACM Press, 2002. p. 557–562.

20 WIMMER, M.; SCHERZER, D. PURGATHOFER, W. **Light space perspective shadow maps.** In: Proceedings of the Eurographics Symposium on Rendering 2004. Eurographics Association, 2004. p. 143–152.

21 SCHERZER, D. **Robust Shadow Maps for Large Environments.** In: Proceedings of the Central European Seminar on Computer Graphics, 2005.

22 MARTIN, T.; TAN, T. **Anti-aliasing and continuity with trapezoidal shadow maps.** In Proceedings of the Eurographics Symposium on Rendering 2004. Eurographics Association, 2004. p. 153–160.

23 MARTIN, T.; TAN, T. **Trapezoidal shadow maps (TSM) -** Recipe. Disponível em: <http://www.comp.nus.edu.sg/~tants/tsm/TSM_recipe.html>. Acesso em: 15 mar. 2007.

24 CHONG, H.; GORTLER, S. **A lixel for every pixel.** In: Proceedings of the Eurographics Symposium on Rendering 2004. Eurographics Association, 2004. p. 167–172.

25 CHONG, H.; GORTLER, S. **Scene Optimized Shadow Mapping.** Harvard University, Computer Science Dpt., 2006. Relatório Técnico TR-11-06.

26 LLOYD, B. et al. **Practical Logarithmic Shadow Maps.** Sketch for ACM SIGGRAPH'06. 2006. Disponível em: <http://gamma.cs.unc.edu/logsm/>. Acesso em: 15 mar. 2007.

27 ZHANG, F. et al. **Generalized Linear Perspective Shadow Map Reparameterization.** In: Proceedings of the ACM international conference on virtual reality continuum and its applications, 2006. p. 339–342.

28 CHONG, H. **Real-Time Perspective Optimal Shadow Maps.** Senior Thesis, Harvard University, Computer Science Dpt., 2003. 57 p.

29 ARVO, J. **Tiled shadow maps.** In: Proceedings of Computer Graphics International 2004. IEEE Computer Society, 2004. p. 240–247.

30 FERNANDO, R. et al. **Adaptive shadow maps.** In: Proceedings of ACM SIGGRAPH'01. ACM Press, 2001. p. 387–390.

31 LEFOHN, A. et al. **Glift:** Generic, efficient, random-access GPU data structures. In: ACM Transactions on Graphics 25, 1. Jan. 2006. p. 60–99.

32 LEFOHN, A. et al. **Dynamic Adaptive Shadow Maps on Graphics Hardware.** Sketch for ACM SIGGRAPH'05, no. 13. ACM Press, 2005.

33 TADAMURA, K. et al. **Rendering optimal solar shadows using plural sunlight depth buffers.** In: Vis Comput 17(2), 2001. p. 76–90.

34 LLOYD, B. et al. **Subdivided Shadow Maps.** University of North Carolina at Chapel Hill, 2005. Relatório técnico TR05-024.

35 LLOYD, B. et al. **Warping and Partitioning for Low Error Shadow Maps.** In: Proceedings of the Eurographics Symposium on Rendering 2006. Eurographics Association, 2006. p. 215–226.

36 AILA, T.; LAINE, S. **Alias-free shadow maps.** In: Proceedings of Eurographics Symposium on Rendering 2004. Eurographics Association, 2004. p. 161–166.

37 JOHNSON, G.; MARK, W.; BURNS, C. **The irregular z-buffer and its application to shadow mapping.** The University of Texas at Austin, Department of Computer Sciences, 2004. Relatório técnico TR-04-09.

38 ZHANG, H. **Forward Shadow Mapping.** The University of North Carolina at Chapel Hill, 1998. Relatório técnico TR98-003. In: Drettakis, G.; Max, N. (ed.) Eurographics Rendering Workshop, 1998. p. 131–138.

39 MCCOOL, M. **Shadow volume reconstruction from depth maps.** In: ACM Transactions on Graphics 19, 1. 2000. p.1–26.

40 SEN, P.; CAMMARANO, M.; HANRAHAN, P. **Shadow silhouette maps.** In: Proceedings of ACM SIGGRAPH'03, 22, 3. ACM, 2003. p. 521–526.

41 GOVINDARAJU, N. et al. **Interactive shadow generation in complex environments.** In: Proceedings of ACM SIGGRAPH'03. ACM, 2003. p. 501–510.

42 BRABEC, S.; SEIDEL, H. **Single Sample Soft Shadows using Depth Maps.** In: Graphics Interface, 2002. p 219–228.

43 AKENINE-MÖLLER, T.; ASSARSSON, U. **Approximate Soft Shadows on Arbitrary Surfaces using Penumbra Wedges.** In: Proceedings of the 13th Eurographics Workshop on Rendering, 2002. p. 297–305.

44 WYMAN, C.; HANSEN, C. **Penumbra Maps:** Approximate Soft Shadows in Real-Time. In: Proceedings of the 14th Eurographics Workshop on Rendering 2003. Eurographics Association, 2003. p. 202–207.

45 BOER, W. **Smooth Penumbra Transitions with Shadow Maps.** In: Journal of Graphics Tools, 11(2), 2006. p. 59–71.

46 BRABEC, S.; ANNEN, T.; SEIDEL, H. **Shadow mapping for hemispherical and omnidirectional light sources.** In: Proceedings of Computer Graphics International, 2002. . 397–408

47 LOKOVIC, T.; VEACH, E. **Deep Shadow Maps.** In: Proceedings of the 27th annual conference on Computer Graphics and interactive techniques, 2000. p. 385–392.

48 SHREINER, D. et al. **OpenGL Programming Guide:** The Official Guide to Learning OpenGL, version 2, 5th edition. Addison Wesley Publishing Company, 2005. 896 p.

Apêndices

A
Área coberta por um feixe através de um pixel

A Equação (11) da Seção 4.1 requer o cálculo da área *w'* de uma superfície plana que é coberta por feixes de raios que atravessam um único pixel da imagem ou texel do mapa de sombras. Na Equação (12), utilizamos a seguinte relação aproximada, onde *w* é a largura do feixe no ponto de contato e θ é o ângulo de incidência:

$$w' \approx \frac{w}{\cos(\theta)} \tag{56}$$

Queremos verificar a validade dessa aproximação. Inicialmente, consideramos a Figura 34 para o caso de uma fonte de luz direcional ou uma câmera com projeção ortogonal. A largura do feixe é constante e igual a *w* em qualquer ponto. O ângulo de incidência θ, por sua vez, é o mesmo para qualquer raio do feixe, já que são todos paralelos. Assim, vemos que a Equação (56) é exata para esta situação.

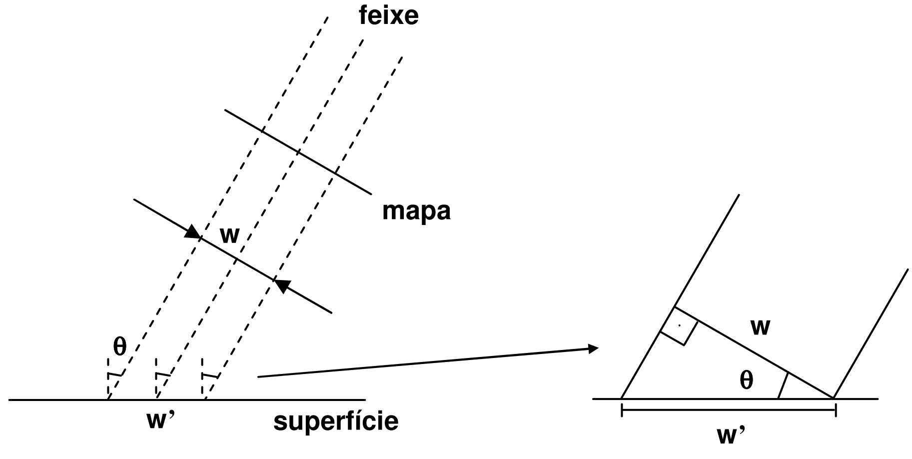
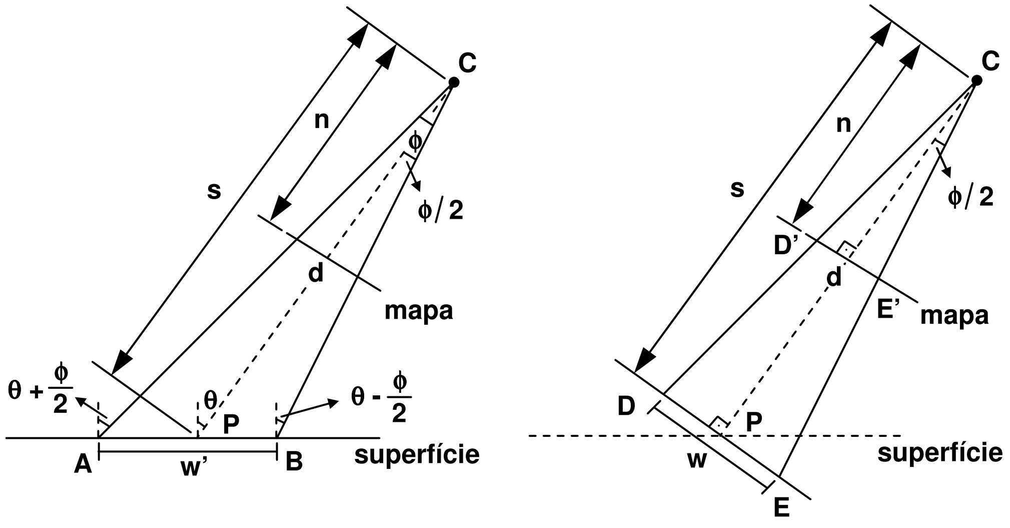


Figura 34 – Área de uma superfície vista por um feixe de raios paralelos

Para o caso de uma câmera perspectiva ou de fontes de luz *spot*, consideremos a Figura 35. A câmera ou fonte localiza-se no ponto C, à distância *n* do plano de projeção (imagem ou mapa de sombras) e à distância *s* do ponto P de contato do feixe com a superfície. O ângulo de abertura do feixe é ϕ e o pixel ou texel tem tamanho *d* no espaço do mundo. Aplicando a lei dos senos aos triângulos APC e PBC da Figura 35a e manipulando a expressão resultante, temos:

$$w' = \frac{2\, s \cos(\theta)\,\mathrm{sen}(\phi)}{\cos(2\theta) + \cos(\phi)} \tag{57}$$



(a) (b)

Figura 35 – Área exata de uma superfície vista por um feixe de raios convergentes (a) modelagem do problema; (b) construção auxiliar para relacionar *w'* com *d* e *w*.

Como podemos ver, a aproximação (56) piora conforme θ se aproxima de $(\pi\text{-}\phi)/2$. Nessa situação, a área *w'* cresce sem limite, o que segundo a Equação (56) só aconteceria quando $\theta \rightarrow \pi/2$.

Observando o triângulo CD'E' da Figura 35b, podemos alterar a Equação (57) para relacionar *w'* com a distância *n* do plano de projeção e a largura *d* do pixel:

$$w' = \frac{4\, s\, d\, n \cos(\theta)}{4\, n^2 \cos^2(\theta) - d^2\, sen^2(\theta)} \tag{58}$$

Agora, restringindo θ a valores razoavelmente menores que *(π-ϕ)/2* e lembrando que *d* é muito pequeno, podemos assumir *[d sen(θ)]² << [2n cos(θ)]²*. Chegamos assim à forma aproximada desejada:

$$w' \approx \frac{s\,d}{n\cos(\theta)} = \frac{w}{\cos(\theta)} \tag{59}$$

Na Equação (59), a última igualdade decorre da semelhança de triângulos entre CDE e CD'E' da Figura 35b.

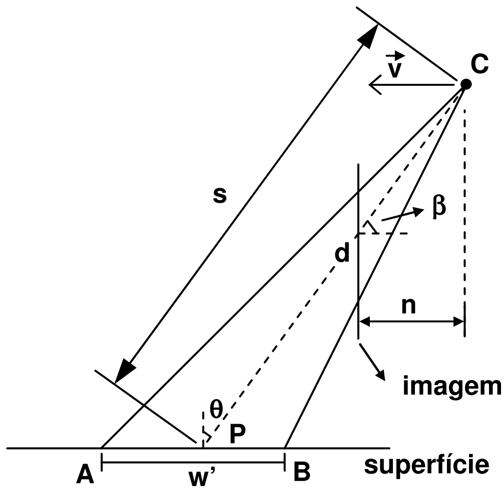


Figura 36 – Área de uma superfície vista por um feixe periférico da imagem ou do mapa de sombras

Até agora, consideramos que o feixe de raios incide sempre perpendicularmente ao plano de projeção. No entanto, isso só é verdade para pixels ou texels no centro desse plano. Vamos investigar agora a influência da posição de cada pixel na imagem ou texel no mapa de sombras. A Figura 36 ilustra o caso para um pixel ou texel periférico, atravessado por um feixe com ângulo de incidência *β*. **v** é a direção da câmera ou da luz. Aplicando (57) para calcular *d*, temos:

$$d = \frac{2\,n\,\text{sen}(\phi)}{\cos(2\beta) + \cos(\phi)} \tag{60}$$

Resolvendo (60) para ϕ e sustituindo de volta em (57), mas dessa vez para calcular *w'*, chegamos à equação final, omitida aqui devido a sua complexidade. Seu gráfico como função de β tem a forma geral ilustrada na Figura 37. Como se pode perceber, os feixes mais centrais (β ≈ 0) cobrem áreas maiores de superfícies da cena.

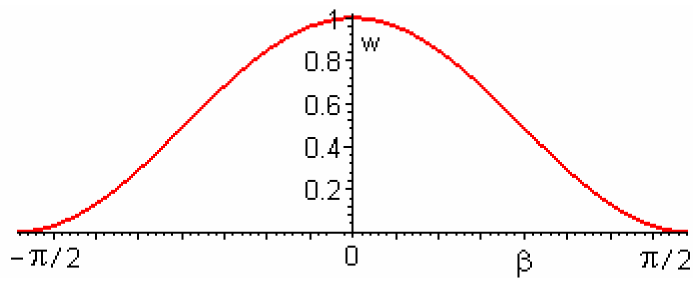


Figura 37 – Área da superfície vista por um feixe através de um pixel ou texel.

Relembremos a Equação (11) do erro de serrilhamento, aqui renumerada:

$$m = \frac{w_l'}{w_c'} \tag{61}$$

Associando cada *w'* dessa equação ao gráfico da Figura 37, podemos concluir que o efeito de serrilhamento é mais intenso em regiões no centro do volume de visão da fonte de luz (maior w_l') e na periferia do campo de visão da câmera (menor w_c'). Na análise do problema de serrilhamento apresentada no Capítulo 4, esse fato não foi levado em conta, o que pode ser considerado mais uma aproximação. A simplificação é válida porque, ao aplicarmos uma técnica de reparametrização ou particionamento ao mapeamento de sombras, obtemos uma melhora do aproveitamento da resolução ao longo de todo o plano. A única ressalva é que, mesmo que nossa análise indique a obtenção de $m = 1$ em alguma situação, ainda pode persistir um pequeno serrilhamento em algumas regiões.

B
Verificação do processo iterativo para o particionamento em z

Na Seção 4.3.2, apresentamos o seguinte método iterativo para o cálculo das subdivisões em um esquema adaptativo de particionamento em profundidade:

$$\begin{cases} f_k = f \\ n_i = f_{i-1} = \lambda \left[n \left(\dfrac{f_i}{n} \right)^{\frac{i-1}{i}} \right] + (1-\lambda) \dfrac{f_i}{\alpha_i}, \quad i \in \{k, \ldots, 3, 2\} \\ n_1 = n \end{cases} \tag{62}$$

Queremos mostrar que, para λ = 1, esse processo é equivalente à aplicação direta da Equação (50), aqui renumerada para (63):

$$n_i = n\left(\frac{f}{n}\right)^{(i-1)/k} \quad , \quad f_i = n_{i+1} = n\left(\frac{f}{n}\right)^{i/k} \quad , \quad i \in \{1,2,...,k\} \qquad (63)$$

As provas para f_k e n_1 decorrem diretamente da Equação (63) com os respectivos índices. Para os demais valores de n_i e f_i, primeiramente fazemos $\lambda = 1$ na Equação (62):

$$n_i = f_{i-1} = n\left(\frac{f_i}{n}\right)^{\frac{i-1}{i}} \quad , \quad i \in \{k,...,3,2\} \qquad (64)$$

O valor de f_i na Equação (64) depende da iteração anterior:

$$n_i = n\left(\frac{n_{i+1}}{n}\right)^{\frac{i-1}{i}} \qquad (65)$$

Aplicando novamente (64), temos então:

$$n_i = n\left[\left(\frac{f_{i+1}}{n}\right)^{\frac{i}{i+1}}\right]^{\frac{i-1}{i}} = n\left(\frac{f_{i+1}}{n}\right)^{\frac{i-1}{i+1}} \qquad (66)$$

Repetindo esse processo j vezes:

$$n_i = n\left(\frac{f_{i+j}}{n}\right)^{\frac{i-1}{i+j}} \qquad (67)$$

Chegando à última partição, usaremos $f_k = f$ na Equação (67), de modo que $i + j = k$. Assim:

$$n_i = n\left(\frac{f_k}{n}\right)^{\frac{i-1}{k}} \qquad (68)$$

Como as Equações (68) e (63)Como as Equações (68) e (63) são idênticas, a prova está completa.