



**Fábio Dias Alves**

**Aplicação do Método dos Elementos Finitos na Análise e  
Projetos de Estruturas Coaxiais**

**Dissertação de Mestrado**

Dissertação apresentada como requisito parcial para  
obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-  
Graduação em Engenharia Elétrica da PUC-Rio.

Orientador: José Ricardo Bergmann

Rio de Janeiro  
Novembro de 2006.



**Fábio Dias Alves**

**Aplicação do Método dos Elementos  
Finitos na Análise e Projetos de  
Estruturas Coaxiais**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Departamento de Engenharia Elétrica do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

**Prof. José Ricardo Bergmann**  
**Orientador**

Centro de Estudos em Telecomunicações - PUC-Rio

**Prof. Flavio José Vieira Hasselmann**

Centro de Estudos em Telecomunicações - PUC-Rio

**Prof. Luiz Costa da Silva**

Centro de Estudos em Telecomunicações - PUC-Rio

**Prof. José Eugenio Leal**

Coordenador Setorial do Centro  
Técnico Científico - PUC-Rio

Rio de Janeiro, 10 de novembro de 2006

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

### **Fábio Dias Alves**

Graduou-se em Engenharia Elétrica, em setembro de 2003, na Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Em março de 2004, iniciou no Centro de Estudos em Telecomunicações da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro seu mestrado na área de eletromagnetismo aplicado.

#### Ficha Catalográfica

Alves, Fábio Dias

Aplicação do método dos elementos finitos na análise e projetos de estruturas coaxiais / Fábio Dias Alves; orientador: José Ricardo Bergmann. - 2006.

102 f. : .il. ; 30cm

Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2006.

Inclui bibliografia.

1. Engenharia elétrica - Teses. 2. Descontinuidades em Guias de Onda Coaxiais. 3. Método dos Elementos Finitos 4. Estruturas de Acoplamento. 5. Cornetas Coaxiais I. Bergmann, José Ricardo. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Elétrica. III. Título.

CDD: 621.3

À minha Família.

## Agradecimentos

Ao meu orientador Professor José Ricardo Bergmann pelo estímulo, apoio e parceria no decorrer desta dissertação.

A CAPES e à PUC-Rio, pelos auxílios concedidos, sem os quais esta dissertação não poderia ter sido realizada.

À minha família, pela educação, atenção e carinho de todas as horas.

A todos os amigos e familiares que de alguma forma me estimularam ou ajudaram.

## Resumo

Alves, Fábio Dias; Bergmann, José Ricardo. **Aplicação do Método dos Elementos Finitos na Análise e Projetos de Estruturas Coaxiais**. Rio de Janeiro, 2006. 102p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Neste trabalho, o Método dos Elementos Finitos é aplicado na análise eletromagnética e no projeto de cornetas coaxiais, utilizadas como alimentador em diversos tipos de antenas refletoras omnidirecionais. Estes alimentadores são usualmente excitados por conectores comerciais, necessitando de uma estrutura de adaptação para conectar-se a corneta. Este adaptador é composto de seções não uniformes de guias de ondas coaxiais, sendo necessária a inclusão de anéis dielétricos para garantir a rigidez mecânica da antena. O correto dimensionamento desses anéis e das descontinuidades de guias de onda coaxiais que compõe a estrutura de alimentação permite estabelecer um compromisso entre minimização das perdas, alargamento da banda passante e rigidez mecânica. Devido a não uniformidade encontrada nestes dispositivos de microondas, métodos numéricos devem ser utilizados na predição do seu comportamento eletromagnético. Neste trabalho, o algoritmo baseado em Método de Elementos Finitos é utilizado para avaliar o desempenho detalhado dos diversos elementos que compõe o adaptador. Além disto, é comparado o desempenho de diversas formas e dimensões que caracterizam a corneta eletromagnética. Para validar os resultados do algoritmo, os resultados obtidos nas diversas etapas são comparados com aqueles obtidos via Método de Casamento de Modos.

## Palavras-chave

Descontinuidades em Guias de Onda Coaxiais; Método dos Elementos Finitos; Estruturas de Acoplamento; Cornetas Coaxiais.

## Abstract

Alves, Fábio Dias; Bergmann, José Ricardo. **Aplicação do Método dos Elementos Finitos na Análise e Projetos de Estruturas Coaxiais**. Rio de Janeiro, 2006. 102p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

In this work, the Method of Finite Element is applied in the electromagnetic analysis and project of coaxial horns employed as feed in omnidirectional reflector antennas. These feeds are usually excited by standard commercial connectors that require an adaptor to connect to the coaxial horn. This adaptor is usually composed of non-uniform sections of coaxial wave guide, where dielectric rings are used to give the mechanical strength to the structure. The adequate dimensioning of these coaxial sections leads to a compromise between the minimization of return loss, the required frequency operation band, and the necessary mechanical rigidity of the structure. Due to the non-uniformities, numerical methods are required to predict the electromagnetic behavior. In this work, an algorithm based on Method of Finite Elements is used to evaluate the performance of the sections that composed the feed chain. The performance of different types of horn sections and dimensions are explored by using the algorithm. To validate the results obtained by using Method of Finite Elements they are compared with those obtained by employing Method of Mode Matching.

## Keywords

Coaxial Waveguide Discontinuities; Method of Finite Element; Couplers; Coaxial Horns.

# Sumário

1	Introdução	14
2	Formulação das Equações	17
2.1.	Introdução	17
2.2.	Formulação Eletromagnética	17
2.3.	Campos Sobre o Contorno da Região	20
2.4.	Aplicação do Método de Galerkin	22
2.5.	Campos Modais e Freqüência de Corte	26
2.5.1.	Solução da Equação de Onda Para os Modos TM	26
2.5.1.1.	Aproximação Para as Raízes da Equação Característica dos Modos TM	31
2.5.2.	Modo Transversal Eletromagnético (TEM)	33
3	Método dos Elementos Finitos	34
3.1.	Introdução	34
3.2.	Discretização do Espaço e Funções de Teste e Base	35
3.3.	Resolução das Integrais	37
3.3.1.	Funções Base e Peso Lineares	39
3.3.2.	Jacobiano da Transformação	43
3.3.3.	A Função Base e Suas Derivadas	43
3.4.	Resolução das Integrais Utilizando o Mapeamento	45
3.5.	Construção da Matriz Global	49
3.5.1.	Caso1 – Nenhum Ponto Em Contato Com a Borda	50
3.5.2.	Caso 2 – O Elemento Possui Uma Aresta na Porta de Entrada	53
3.6.	Determinação da Perda de Retorno	56
3.7.	Balanço de Energia	60
3.8.	Validação do Algoritmo de Elementos Finitos	62
3.8.1.	Método do Casamento de Modos	62
3.8.2.	Guia Liso	66
3.8.3.	Guia Corrugado	71



3.8.4. Anel Dielétrico	74
4 Análise de Cornetas Cônicas Coaxiais	77
4.1. Introdução	77
4.2. Conectores	79
4.3. Corneta Coaxial com Diagrama Omnidirecional	87
4.4. Corneta Modelada com Diagrama Omnidirecional	93
4.5. Análise dos Resultados Obtidos para as Cornetas Coaxiais.	96
5 Conclusão	99
6 Referências	101

## Lista de figuras

Figura 2.1 - Guia coaxial de simetria cilíndrica.	18
Figura 2.2 – Análise dos campos nas portas de entrada e de saída.	21
Figura 2.3 - Frequência de corte para o modo $TM_{01}$ fixando b em 15 mm	32
Figura 3.1 - Exemplo de duas malhas de elementos finitos: (a) quadrangulares e (b) triangulares.	34
Figura 3.2 – Discretização utilizando elementos triangulares.	36
Figura 3.3 - Função de base linear para triângulos bidimensionais.	37
Figura 3.4 – Mapeamento dos vértices do triângulos nos vértices do quadrado.	41
Figura 3.5 - Malha gerada utilizando elementos finitos triangulares.	50
Figura 3.6 - Exemplo de dois pontos que não possuem pontos ligados a eles na borda.	51
Figura 3.7 - Elemento 4.	51
Figura 3.8 - Exemplo de um ponto (34), pertencente a dois elementos que possuem uma aresta localizada na porta de entrada.	54
Figura 3.9 - Elemento utilizado para o cálculo da integral de linha na porta de entrada de um guia.	58
Figura 3.10 - Elemento utilizado para o cálculo da integral de linha na porta de saída de um guia.	61
Figura 3.11 - Matriz espalhamento das descontinuidades.	63
Figura 3.12 - Matriz espalhamento entre as descontinuidades.	64
Figura 3.13 - Cascadeamento das matrizes de espalhamento.	65
Figura 3.14 - Estrutura analisada (guia liso).	66
Figura 3.15 - Módulo do campo H sobre a parede superior.	67
Figura 3.16 - Fase do campo H sobre a parede superior.	68
Figura 3.17 - Módulo do campo H sobre a parede inferior.	68
Figura 3.18 - Fase do campo H sobre a parede inferior.	68
Figura 3.19 - Balanço de energia do guia liso através do método dos elementos finitos.	69
Figura 3.20 - Perda de retorno do guia liso para diferentes densidades de pontos.	70

Figura 3.21 - Campo magnético ao longo do guia.	71
Figura 3.22 - Guia corrugado.	71
Figura 3.23 - Dimensões do guia corrugado.	71
Figura 3.24 – Resultados da perda de retorno utilizando o MCM e o MEF, para o guia corrugado utilizado no segundo caso.	72
Figura 3.25 - Dimensões do guia utilizado no terceiro caso.	72
Tabela 3.5 - Resultados da perda de retorno utilizando o MCM e o MEF, para o guia corrugado utilizado no terceiro caso.	73
Figura 3.26 - Comparação entre os métodos.	73
Figura 3.27 - Dimensões do guia utilizado no caso 4.	73
Figura 3.28 - Resultados da perda de retorno utilizando o MCM e o MEF, para o guia corrugado utilizado no quarto caso.	74
Figura 3.29 - Guia liso com anel dielétrico.	75
Figura 3.30 - Dimensões do guia contendo um anel dielétrico.	75
Figura 3.31 - Comparação entre os métodos (dielétrico).	76
Figura 4.1 – (a) Antena ADE e (b) Corte transversal.	78
Figura 4.2 - Corneta coaxial para antena omnidirecional.	79
Figura 4.3 - Conector composto por três seções coaxiais homogêneas com impedância característica de $50\Omega$ .	80
Figura 4.4 - Dimensões do conector da Figura 4.3.	80
Figura 4.5 – Perda de retorno do modelo de conector da Figura 4.3.	81
Figura 4.6 – Balanço de energia do modelo de conector da Figura 4.3.	82
Figura 4.7 – Conector com um espaçamento entre a primeira e segunda seção.	83
Figura 4.8 – Dimensões do modelo de conector da Figura 4.7.	83
Figura 4.9 – Perda de retorno do modelo de conector da Figura 4.7.	84
Figura 4.10 - Conector com um espaço entre as descontinuidades (seções I' e II').	84
Figura 4.11 – Dimensões do modelo de conector da Figura 4.10.	85
Figura 4.12 - Perda de retorno do conector.	85
Figura 4.13 – Conector com um espaço entre as descontinuidades e dois meios em uma mesma seção.	86
Figura 4.14 – Dimensões do modelo de conector da Figura 4.13.	86
Figura 4.15 – Perda de retorno do modelo de conector da Figura 4.13.	87

Figura 4.16 - Dimensões do modelo utilizado para o cone coaxial.	88
Figura 4.17 – Perda de retorno do modelo de corneta utilizado.	89
Figura 4.18 – Corneta coaxial com N seções, utilizada para a aplicação do MCM.	89
Figura 4.19 - Perda de retorno da corneta utilizando o MEF e o MCM.	90
Figura 4.20 - Balanço de energia do modelo utilizado.	90
Figura 4.21 – Ângulos que definem as paredes internas e externas do cone coaxial.	91
Figura 4.22 – Diferentes comprimentos do cone.	92
Figura 4.23 - Comparação entre as cornetas de acordo com os comprimentos do cone coaxial apresentados na Figura 4.22.	92
Figura 4.24 – Raios da junção e da abertura da corneta coaxial.	94
Figura 4.25 – Corneta modelada pela Equação 4.1.	94
Figura 4.26 – Modelo de corneta utilizado para análise.	95
Figura 4.27 - Comparação entre as perdas de retorno utilizando a corneta cônica, a modelada e somente o conector.	96
Figura 4.28 - Campo magnético multiplicado por $\rho$ , na saída da junção, para as frequências de 7 GHz e 11 GHz.	97
Figura 4.29 – Comparação entre os campos magnéticos nas frequências de 7 e 11 GHz na saída da corneta.	98

## Lista de tabelas

Tabela 3.1 - Exemplo de formação da matriz global para pontos afastados da borda.	53
Tabela 3.2 - Exemplo de formação da matriz global para pontos pertencentes a arestas situadas na borda.	55
Tabela 3.3 – Dimensões do guia coaxial.	67
Tabela 3.4 - Densidade de pontos para o guia da Figura 3.22.	72
Tabela 3.6 - Densidade de pontos para o guia utilizado no caso 4.	74
Tabela 3.7 – Densidade de ponto no guia contendo um anel dielétrico.	75
Tabela 4.1 – Densidade de pontos da malha gerada para o modelo de conector da Figura 4.3.	81
Tabela 4.2 – Densidade de pontos da malha gerada para o modelo de conector da Figura 4.7.	83
Tabela 4.3 - Densidade de pontos da malha gerada para o modelo de conector da Figura 4.10.	85
Tabela 4.4 – Densidade de pontos do conector.	87
Tabela 4.5 - Densidade de pontos da corneta.	88
Tabela 4.6 – Ângulos internos e externos de acordo com o comprimento L do cone coaxial.	92