

PONTIFÍCIA **U**NIVERSIDADE **C**ATÓLICA

DO RIO DE JANEIRO



Marcelo Luna Gonçalves de Oliveira

**Análise do Mercado de Energia
Elétrica através dos Jogos Evolutivos**

Tese de Doutorado

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Doutor pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da PUC-Rio.

Orientadores: Jacques Szczupak

Leontina Pinto

Rio de Janeiro, 20 de Outubro de 2006

Marcelo Luna Gonçalves de Oliveira

**Análise do Mercado de Energia
Elétrica através dos Jogos Evolutivos**

Tese de Doutorado apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Doutor pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Departamento de Engenharia Elétrica do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Dr. Jacques Szczupak
Orientador

Departamento de Engenharia Elétrica/PUC-Rio

Dra. Leontina Maria Viana Graziadio Pinto
Co-Orientadora

Engenho Pesquisa Desenvolvimento e Consultoria Ltda

Dr. Pedro Américo Moretz-Sohn David
EPE – Empresa de Pesquisa Energética

Dr. Dorel Soares Ramos
BANDEIRANTE - Brasil

Dr. Marco Aurélio Cavancanti Pacheco
Departamento de Engenharia Elétrica/PUC-Rio

Dr. Christiano Lyra Filho
UNICAMP

Dr. Marco Antonio Cetale Santos
Departamento de Engenharia Elétrica/PUC-Rio

Prof. José Eugenio Leal
Coordenador Setorial do Centro
Técnico Científico - PUC-Rio

Rio de Janeiro, 20 de outubro de 2006

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Marcelo Luna Gonçalves de Oliveira

Formado em Engenharia Elétrica, com especialização em Eletrônica, Telecomunicações e Sistemas de Potência, concluiu o curso de Mestrado em Processamento de Sinais e Controles de Processos. Atuou no Centro de Pesquisas de Energia Elétrica – CEPEL – onde trabalhou no desenvolvimento de modelos aplicados ao Setor Elétrico Brasileiro. Atualmente trabalha com a comercialização de energia elétrica na área de distribuição de energia.

Ficha Catalográfica

Oliveira, Marcelo Luna Gonçalves de

Análise do mercado de energia elétrica através dos jogos evolutivos / Marcelo Luna Gonçalves de Oliveira ; orientadores: Jacques Szczupak, Leontina Pinto. - Rio de Janeiro : PUC, Departamento de Engenharia Elétrica, 2006.

281 f. : il. ; 30 cm

Tese (Doutorado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Elétrica.

Inclui referências bibliográficas.

1. Engenharia Elétrica – Teses. 2. Teoria dos jogos. 3. Jogos evolutivos. 4. Equilíbrio de Nash. 5. Dinâmica do replicador. 6. Estabilidade assintótica. 7. Estratégia comportamental. 8. Mercado de energia elétrica. 9. Comercialização de energia. I. Szczupak, Jacques. II. Pinto, Leontina. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Elétrica. III. Título.

CDD: 621.3

À querida e inesquecível Mestra
Lúcia Nogueira Moreira
(In Memoriam...)

Agradecimentos

Agradeço a todos que em alguma parte da vida me ajudaram a dar um passo em direção a este objetivo, em especial ao caríssimo Mestre e Orientador Jacques Szczupak e à Orientadora Leontina Pinto pelas brilhantes conversas e ensinamentos.

À minha esposa Sônia Regina, pelo apoio emocional e contribuições no texto deste trabalho.

Aos meus queridos pais, Leda e Arnaldo.

Aos companheiros do CEPEL (Centro de Pesquisa de Energia Elétrica) pelas discussões durante o doutorado, em especial ao Doutor em Engenharia Elétrica José Francisco Moreira Peçanha, ao Mestre em Otimização Carlos Henrique Sabóia e ao Mestre Luciano Xavier.

Aos colegas da Light SESA Luiz Fernando Aor, Fernanda Albernaz e Carolina Ferreira Szczerbacki, pelo suporte em assuntos relacionados ao setor elétrico.

À Pontifícia Universidade Católica pela excelente formação e auxílios concedidos.

Ao CEPEL pela oportunidade e apoio ao Doutorado.

Resumo

Luna G. de Oliveira, Marcelo; Szczupak, Jacques; Pinto, Leontina.
Análise do Mercado de Energia Elétrica através dos Jogos Evolutivos.
PUC -RJ, 2006. 281p. Tese de Doutorado - Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

O Objetivo deste trabalho é prover os fundamentos necessários ao desenvolvimento de uma metodologia voltada para a análise e desenho das estratégias, regras e regulamentos associados ao setor elétrico, sob o contexto da teoria dos jogos evolutivos. A importância da escolha de estratégias eficientes, que formem perfis de estratégias com melhores *payoffs* traz a necessidade de uma abordagem que leve em conta as interações entre os agentes, submersos às incertezas regulatórias, hidrológicas e mercadológicas, existentes no setor elétrico, que geram superfícies de *payoff* descontínuas e ruidosas. É demonstrado como tais superfícies descontínuas podem ser desmembradas em um hiper-espaço de estratégias mistas, onde órbitas regidas por dinâmicas baseadas em equações diferenciais convergirão para os perfis de equilíbrios atratores estáveis no sentido assintótico. Para a modelagem é sugerida a utilização de estratégias comportamentais, que possuem a propriedade de gerar perfis em equilíbrio mais robustos às constantes mudanças, assim como propiciar a análise entre os ambientes cooperativos e competitivos.

Palavras-chave

Teoria dos jogos; equilíbrio; estabilidade evolutiva; estabilidade assintótica; dinâmica do replicador; comercialização de energia; estratégias comportamentais

Abstract

Luna G. de Oliveira, Marcelo; Szczupak, Jacques; Pinto, Leontina. **A Methodology for Analysis of the Electric Power Market Based on the Evolutionary Games Theory**. PUC -RJ, 2006. 281p. Doctorate Thesis - Department of Electric Engineering, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

The objective of this thesis is to provide the crucial points to the development of a methodology focused on the analysis of strategies, rules and regulations connected with the electrical sector, under the context of the evolutionary game theory. The importance of choosing efficient strategies responsible for profiles, with better payoffs, displays the approach regarding the interactions among agents under regulatory, hydrological and market uncertainties, which are present in the electrical sector, resulting in non-continuous and noisy payoffs surfaces. It is demonstrated that the already mentioned non-continuous surfaces can be expanded in a hyper-space of mixed strategies, where orbits governed by the dynamics based on differential equations, will converge to profiles of stable attractive equilibrium, in an asymptotic meaning. In order to achieve the modeling, is suggested the employment of behavioral strategies, which possess the role of creating equilibrium profiles, immune to the frequently changes, as well as to propitiate the analysis in cooperative and competitive scenarios.

Palavras-chave

Game theory; equilibrium; evolutive stability; asymptotic; replicator dynamic; energy commercialization; behavioural strategies

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	20
2 TEORIA DOS JOGOS CONCEITUAÇÃO E CONTEXTUALIDADE	24
2.1 Estratégias mistas	27
2.1.1 Suporte de uma estratégia mista	29
2.1.2 Face de um espaço de estratégias mistas	30
2.1.3 Interior de um espaço de estratégias mistas	30
2.1.4 Fronteira do espaço de estratégias mistas	30
2.1.5 Perfil de estratégias mistas	31
2.2 Função de <i>payoff</i> de uma estratégia mista	32
2.3 Dominância	36
2.3.1 Dominância fraca	36
2.3.2 Dominância estrita	37
2.3.3 Dominância estrita iterativa	39
2.4 Melhor réplica	40
2.4.1 Correspondência de Melhor Réplica	41
2.5 Dominância x Melhor Réplica	44
2.6 Equilíbrio de Nash	44
2.7 Equilíbrio Perfeito de Nash	49
2.8 Teorema de Selten	49
2.9 Equilíbrio Próprio de Nash	50
2.10 Teorema de Myerson	50
3 TEORIA DOS JOGOS EVOLUTIVOS	56
3.1 Definição de Estratégia Evolutiva Estável	61
3.2 Dinâmica do Replicador	63
3.3 Estabilidade Assintótica	67
3.3.1 Tipo I:	68
3.3.2 Tipo II:	68
3.3.3 Tipo III:	69
4 ESTABILIDADE EVOLUTIVA E A DINÂMICA DO REPLICADOR	70
4.1 Assimetria e Estabilidade em Multi Populações	102
4.2 Definição - Par de Estratégias Evolutivamente Estáveis	105
4.3 Análise da Estabilidade Evolutiva em Multi Populações	106
4.4 O Significado Econômico da Estratégia Evolutiva Estável	125

4.5 Análise da Estabilidade da dinâmica do replicador	127
4.6 Equações diferenciais ordinárias	128
4.7 Invariância e Estacionariedade	134
4.8 Conceitos de Estabilidade	136
4.9 Método Direto de Lyapunov	141
4.10 Método Indireto de Lyapunov	145
4.11 A Dinâmica do Replicador em Múltiplas Populações.	156
 5 OS PROCESSOS EVOLUTIVOS E OS JOGOS	 164
5.1 Operadores Evolutivos	164
5.2 Influências Externas no Processo Evolutivo	175
 6 OS JOGOS E O COMPORTAMENTO	 179
6.1 Aprendizado e Imitação como Dinâmica do Replicador	179
6.2 A estratégia comportamental	186
6.3 Cooperação	189
 7 ASPECTOS IMPORTANTES PARA A MODELAGEM MATEMÁTICA	 192
7.1 Transformada Afim	196
7.2 Emprego de autovalores	199
7.3 Exemplo de Aplicação	252
 8 CONCLUSÕES	 273
 9 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	 276
 10 ANEXO I – INTEGRAÇÃO NUMÉRICA	 280

LISTA DE FIGURAS

Figura 2-1 – Espaço de estratégias mistas para o caso de duas estratégias	28
Figura 2-2 – Projeção do espaço de estratégias mistas $R^2 \rightarrow R$	28
Figura 2-3 – Espaço de estratégias mistas para o caso de três estratégias	28
Figura 2-4 – Projeção do espaço de estratégias mistas $R^3 \rightarrow R^2$	29
Figura 2-5 – Espaço de perfis de estratégias mistas como o produto cartesiano de espaços de estratégias mistas de uma dimensão	31
Figura 2-6 – Espaço de perfis de estratégias mistas como o produto cartesiano de espaços de estratégias mistas de duas dimensões	32
Figura 2-7 – Conjunto de melhores réplicas mistas, situadas na face do poliedro, combinação convexa de duas melhores réplicas alternativas.	42
Figura 2-8 – O perfil $(e_A^3, e_B^{3\mu})$ não é um equilíbrio perfeito de Nash, pois não é robusto à menor perturbação. Já o perfil $(e_A^2, e_B^{3\mu})$ é robusto à qualquer perturbação $\mu < 0.4$	53
Figura 2-9 – O perfil $(e_A^2, e_B^{2\mu})$ é uma equilíbrio perfeito de Nash para todo $0 < \mu < 1$	54
Figura 2-10 – O perfil $(e_A^1, e_B^{1\mu})$ é uma equilíbrio perfeito de Nash para todo $0 < \mu < 1/4$	55
Figura 4-1 – $A > 0$ e $B < 0$	72
Figura 4-2 – <i>Payoffs</i> das estratégia x e y variando com a proporção de y	74
Figura 4-3 – Proporção inicial ε do mutante x iterações da dinâmica do replicador	74
Figura 4-4 – Planos de <i>payoffs</i> considerando-se x e y como estratégias mistas, mostrando as regiões onde uma estratégia mista $x = [3/4, 1/4]$ é evolutiva estável quando se varia a estratégia mista y e sua proporção na população.	75
Figura 4-5 – $A > 0$ e $B = 0$	76
Figura 4-6 – Convergência da dinâmica do replicador para um estado populacional com ausência de estratégias invasoras.	77
Figura 4-7 – Neste jogo, o payoff $\mu(x, w)$ da estratégia x , mostra que ela é estável para qualquer proporção da invasora y .	78
Figura 4-8 – O plano de <i>payoffs</i> de x , $\mu(x, w)$, mostra que x é estável evolutiva contra qualquer estratégia mista y invadindo a população em qualquer proporção.	78
Figura 4-9 – O plano de <i>payoffs</i> de x , $\mu(x, w)$, mostra que x é estável evolutiva contra qualquer estratégia mista $y = [y, 1-y]$ para todo $y > 1/2$ e $0 \leq \varepsilon \leq 1$.	79
Figura 4-10 – $A > 0$, $B > 0$ e $B < A$	79
Figura 4-11 – payoff da estratégia x , $\mu(x, w) > \mu(y, w)$ da estratégia invasora $y \forall \varepsilon$.	80
Figura 4-12 – $A > 0$, $B > 0$ e $B > A$	80

Figura 4-13 – <i>Payoff</i> da estratégia x , $\mu(x,w) > \mu(y,w)$ da estratégia invasora $y \forall \varepsilon$.	81
Figura 4-14 – $A < 0$, $B < 0$ e $B < A$	82
Figura 4-15 – Neste jogo o plano de $\mu(x,w)$ mostra que a estratégia x não é evolutiva estável	82
Figura 4-16 – $A < 0$, $B < 0$ e $B > A$	83
Figura 4-17 – Neste jogo a estratégia x não é evolutiva estável.	83
Figura 4-18 – $A < 0$ e $B > 0$	84
Figura 4-19 – Os <i>payoffs</i> $\mu(x,w)$ mostram que x só é evolutiva estável para proporções da estratégia invasoras maiores que 33%.	86
Figura 4-20 – Dinâmica do replicador a partir de uma certa proporção de mutantes	87
Figura 4-21 – Dinâmica do replicador convergindo para uma população mista.	88
Figura 4-22 – Os <i>payoffs</i> $\mu(x,w)$ mostram que x só é evolutiva estável para proporções da estratégia invasoras maiores que 33%.	89
Figura 4-23 – $A < 0$ e $B = 0$	89
Figura 4-24 – Os <i>payoffs</i> $\mu(x,w)$ mostram que x não é evolutiva estável.	90
Figura 4-25 – A dinâmica do replicador convergindo para um estado em que as estratégias invasoras dominam a população.	91
Figura 4-26 – $A = 0$ e $B > 0$	92
Figura 4-27 – Planos de <i>payoffs</i> representando uma estratégia residente x estável, numa população sendo invadidas por estratégias em várias proporções.	93
Figura 4-28 – Os planos de <i>payoffs</i> $\mu(x, w)$ e $\mu(y,w)$ para $\varepsilon = 0.1$, ilustram as condições de estabilidade evolutiva da estratégia residente x .	94
Figura 4-29 – Os planos de <i>payoffs</i> $\mu(x, w)$ e $\mu(y,w)$ para $\varepsilon = 2/3$, ilustram as condições de estabilidade evolutiva da estratégia residente x .	94
Figura 4-30 – Os planos de <i>payoffs</i> $\mu(x, w)$ e $\mu(y,w)$ para $\varepsilon = 1/3$, ilustram as condições de estabilidade evolutiva da estratégia residente x .	95
Figura 4-31 – $A = 0$ e $B < 0$	95
Figura 4-32	96
Figura 4-33	96
Figura 4-34 – Planos dos <i>payoffs</i> $\mu(x,w)$, $\mu(y,w)$ para $\varepsilon = 1/2$ mostram que a condição $\mu(x,w) > \mu(y,w)$ ocorre nas mesmas condições em que $\mu(x,y) > \mu(y,x)$	98
Figura 4-35 – As regiões em que qualquer estratégia residente x são evolutivas estáveis dependem não só da condição $A > 0$, mas também do nível de invasão ε .	99
Figura 4-36 – Similar à Figura 4-35, mas com $\varepsilon = 2/3$	100
Figura 4-37 – Perturbações de um estado situado num vértice do espaço de estados, demonstrando que este estado não é assintoticamente estável.	112
Figura 4-38 – Divergência da dinâmica do replicador, por não existirem equilíbrio no jogo.	114

Figura 4-39 – Convergência da dinâmica do replicador para os dois equilíbrios em estratégias puras do jogo.	117
Figura 4-40	119
Figura 4-41	119
Figura 4-42	119
Figura 4-43	119
Figura 4-44	119
Figura 4-45	119
Figura 4-46 – Região em que a estratégia residente x da primeira população é evolutiva estável.	121
Figura 4-47 – A estratégia invasora y da segunda população é evolutiva estável.	121
Figura 4-48 – Matriz de payoff de um jogo sem equilíbrio de Nash em estratégias puras.	121
Figura 4-49 – Planos ilustram as condições incoerentes	124
Figura 4-50 – Não convergência da dinâmica do replicador.	125
Figura 4-51 – Vetores campo tangentes a uma trajetória no espaço de estado.	130
Figura 4-52 – Ilustração do Axioma 4-2	133
Figura 4-53 – (a) órbita γ . (b) trajetória τ	133
Figura 4-54 – Estabilidade assintótica versus estabilidade de Lyapunov	137
Figura 4-55 – Exemplo de órbita instável por não respeitar a região onde o modelo seja válido	138
Figura 4-56 – Sistema mola amortecedor	141
Figura 4-57 – Os dois equilíbrios em estratégias puras e suas respectivas bacias de atração contrastam com o equilíbrio em estratégias mistas sem bacia de atração	152
Figura 4-58 – Equilíbrio estável no sentido assintótico cuja bacia de atração o envolve	153
Figura 4-59 – (a), (b), (c), (d) - mesmas órbitas para diferentes níveis de aproximação	154
Figura 4-60 – Conjunto contínuo de equilíbrios resultantes da indiferença do jogador dois quando o jogador um ficar fora do mercado.	159
Figura 5-1 – Órbita sem e com mutação	167
Figura 5-2 – Órbita com mutações frequentes	167
Figura 5-3 – Órbitas com mutações na mesma bacia de atração	168
Figura 5-4 – Duas bacias de atração para os equilíbrio (e_1^1, e_2^1) e (e_1^2, e_2^2)	169
Figura 5-5 – Órbitas que mudam de bacia de atração por efeito de mutações	170
Figura 5-6 – Órbita na face original x_{11} e x_{12}	172
Figura 5-7 – Órbita com mutante pior que a residente.	172
Figura 5-8 – Estratégia mutante melhor que estratégia original	173
Figura 5-9 – Interferência do ambiente externo na matriz de <i>payoff</i>	175
Figura 5-10 – Mudança de órbita por influência externa	176

Figura 5-11	176
Figura 5-12	176
Figura 5-13 – Bacias de atração originais	177
Figura 5-14 – Distorção na bacia de atração provocada por mudanças no ambiente	177
Figura 6-1 – Estágios 1 ^o a 5 ^o	183
Figura 6-2 – Estágio 6 ^o	183
Figura 6-3 – Estágio 7 ^o	184
Figura 6-4 – Estágio 8 ^o	184
Figura 6-5 – Estágio 9 ^o	184
Figura 6-6 Estágio 10 ^o	184
Figura 6-7 – Estágio 11 ^o	184
Figura 6-8 – Estágio 12 ^o	184
Figura 6-9 – Estágio 13 ^o	184
Figura 6-10 – Níveis de armazenamento	185
Figura 6-11 – Quantidades geradas pelos agentes	185
Figura 6-12 – Estágio 8 ^o	187
Figura 6-13 – Estágio 9 ^o	187
Figura 6-14 – Estágio 12 ^o	188
Figura 6-15 – Estágio 13 ^o	188
Figura 6-16 – Equilíbrio (delata,delata)	190
Figura 6-17 – Equilíbrios (delata, delata) e (coopera, coopera)	191
Figura 6-18 – Equilíbrio (coopera, coopera)	191
Figura 7-1 – Fluxograma para cálculo dos <i>payoffs</i>	193
Figura 7-2 – Cubo de <i>payoffs</i> resultante de um jogo com 3 jogadores	194
Figura 7-3 – M_1 e M_2	198
Figura 7-4 – M_1' e M_2''	198
Figura 7-5 – Órbitas para <i>payoffs</i> M1 e M2	199
Figura 7-6 – Matriz Jacobiana	204
Figura 7-7 – Convergência da dinâmica para o ótimo	209
Figura 7-8 – Convergência com matrizes A e B	210
Figura 7-9 – Convergência com matrizes A_1 e B_1	210
Figura 7-10 – Representação gráfica da órbita que parte de um estado central e converge para o equilíbrio mais atrator	211
Figura 7-11 – Distribuições de proporções iniciais uniformes	212
Figura 7-12 – Transformação da distribuição durante a convergência ao equilíbrio	215
Figura 7-13 – Amostragem da matriz de <i>payoffs</i> pela aplicação dos deltas	216
Figura 7-14 – Cubo de perfis de estratégias de 3 jogadores. Percorre-se apenas uma coluna para cada jogador	218
Figura 7-15 – Superfície com ponto de máximo em (45,29)	218

Figura 7-16 – Proporções da estratégias do jogador 1	221
Figura 7-17 – Proporções das estratégias do jogador 2	221
Figura 7-18 – Matriz de payoff e convergência para o perfil (e_1^1, e_2^1)	221
Figura 7-19 – Ponto de máximo em (87,75)	221
Figura 7-20 – Estado estacionário interior	224
Figura 7-21 – Convergência das resultantes R_j de forças do jogador j	225
Figura 7-22 – Convergência a partir do estado inicial $\left(\lim_{x_{11} \rightarrow 1}, \lim_{x_{21} \rightarrow 0} \right)$	226
Figura 7-23 – θ_R se encontra dentro da bacia do equilíbrio (e_1^1, e_2^1)	227
Figura 7-24 – Bacias nas faces traseira e lateral esquerda do cubo	228
Figura 7-25 – Bacias nas faces frontal e lateral direita do cubo	228
Figura 7-26 – Bacias nas faces superior e inferior do cubo	229
Figura 7-27 – Representação da órbita que vai do estado [0,0,0] ao equilíbrio [0,0,1]	229
Figura 7-28 – Segundo passo da convergência para o equilíbrio [1,1,1]	230
Figura 7-29 – Convergência pelo interior do espaço de estratégias mistas	230
Figura 7-30 – Efeito da dinâmica do replicador sobre uma distribuição de proporções	231
Figura 7-31 – Delta de Dirac como estado final da distribuição de proporções.	232
Figura 7-32 – Função com pontos críticos	233
Figura 7-33 – Frequência máxima como indicadora do dx	236
Figura 7-34 – Incremento no domínio em t, dt responsável pela variação mais rápida de $f(t)$	237
Figura 7-35 – Aplicação da Equação 7-13 sobre uma função distribuição de proporções	237
Figura 7-36 – Aplicação de $\left[g_i \left(\frac{x}{K} \right) \right]^\eta$ sobre uma função dist. de proporções	239
Figura 7-37 – Matriz de <i>payoff</i> inicial onde cada dimensão obtém o mesmo <i>payoff</i>	241
Figura 7-38 – Comparação entre as convergências das dinâmicas convencional e modificada	242
Figura 7-39 – Convergência para o ponto de ótimo	243
Figura 7-40 – Algoritmo percorrendo máximos	244
Figura 7-41 – Matriz de <i>payoff</i> da Figura 7-37 reduzida	244
Figura 7-42 – Aplicação $[M]^n$ às matrizes M^1, M^2 e M^3	245
Figura 7-43 – Possíveis direções para o passo da dinâmica	246
Figura 7-44 – Órbitas com diferentes passos convergindo para o mesmo equilíbrio	248
Figura 7-45 – Solução ótima alcançada com um único delta de Dirac	248
Figura 7-46 – Órbita atingindo uma face do poliedro de estratégias mistas	249

Figura 7-47 – Convergência sobre superfície ruidosa	250
Figura 7-48 – Convergência 1 normal e convergência 2 com passo modificado	251
Figura 7-49 – Convergência para o máximo em superfície ruidosa	251
Figura 7-50 – Função de custo aproximada por retas	253
Figura 7-51 – Função de custo não linear	254
Figura 7-52 – Cronograma de expansão	254
Figura 7-53 – Funções de custo características de cada perfil de um agente	256
Figura 7-54 – Demanda sendo atendida por ger. hidráulica em período úmido	261
Figura 7-55 – Níveis dos reservatório em elevação em período com altas afluências	261
Figura 7-56 – mostra a preferência por contratos de venda por preços mais altos em períodos úmidos onde os preços do mercado de curto prazo estão baixos	262
Figura 7-57 – Atendimento completo à demanda necessitando de ger. Térmica em períodos secos	264
Figura 7-58 – Níveis de volumes decrescentes durante o período seco	264
Figura 7-59 – Período onde ocorrem altas e baixas afluências	266
Figura 7-60 – Níveis dos reservatórios oscilam	267
Figura 7-61 – Existência de contratos, tanto das termelétricas quanto das hidroelétricas em pouca quantidade	267
Figura 7-62 – Convergência para equilíbrio orbital	269
Figura 7-63 – <i>Payoff</i> dos jogadores 1 e 2 nos estágios iniciais	269

LISTA DE TABELAS

Tabela 4-1 – Condições para equilíbrio e estabilidade em uma população	101
Tabela 4-2 – Condições necessárias para equilíbrio e estabilidade	113
Tabela 7-1 – Comparação dos <i>payoffs</i> esperados	206
Tabela 7-2 – <i>Payoffs</i> de cada estratégia em cada estágio	208
Tabela 7-3 – Convergência do valor esperado	219
Tabela 7-4 – Convergência do valor esperado	223
Tabela 7-5 – Convergência para o ótimo global da distribuição	240
Tabela 7-6 – Estratégias de preços	259
Tabela 7-7 – Resultados do jogo de compra e venda de energia no quarto ano da série úmida	259
Tabela 7-8 – Resultados do jogo de compra e venda de energia para todo o período da série úmida	260
Tabela 7-9 – Preços usados na série úmida	260
Tabela 7-10 – Resultados do jogo de compra e venda de energia no quarto ano da série seca	262
Tabela 7-11 – Resultados do jogo de compra e venda de energia em todo o período da série seca.	263
Tabela 7-12 – Preços utilizados na série seca.	263
Tabela 7-13 – Resultados do jogo de compra e venda de energia no quarto ano da série intermediária.	265
Tabela 7-14 – Resultados do jogo de compra e venda de energia em todo o período da série intermediária.	265
Tabela 7-15 – Preço utilizados na série intermediária.	266
Tabela 7-16 – Resultados obtidos pela força particular de cada jogador aplicada visando atingir seus próprios interesses.	268

LISTA DE EQUAÇÕES

Equação 2-1	27
Equação 3-1	58
Equação 3-2	58
Equação 3-3	58
Equação 3-4	64
Equação 3-5	65
Equação 3-6	65
Equação 3-7	66
Equação 3-8	66
Equação 4-1	70
Equação 4-2	109
Equação 4-3	117
Equação 4-4	117
Equação 4-5	117
Equação 4-6	129
Equação 4-7	130
Equação 4-8	131
Equação 4-9	133
Equação 4-10	137
Equação 4-11	144
Equação 4-12	144
Equação 4-13	145
Equação 4-14	146
Equação 4-15	146
Equação 4-16	149
Equação 4-17	151
Equação 4-18	151
Equação 4-19	151
Equação 4-20	161
Equação 7-1	196
Equação 7-2	197
Equação 7-3	202
Equação 7-4	203
Equação 7-5	203
Equação 7-6	212
Equação 7-7	212

Equação 7-8	213
Equação 7-9	214
Equação 7-10	216
Equação 7-11	216
Equação 7-12	216
Equação 7-13	235
Equação 7-14	241
Equação 7-15	253
Equação 10-1	281
Equação 10-2	281

Aqueles que não estão dispostos a expor
suas idéias ao risco da refutação, não
tomam parte no jogo da ciência

Karl Raimund Popper