

## Aplicações Práticas do Algoritmo - Exemplos

Nesta seção, faremos uso de alguns problemas conhecidos para avaliar o desempenho dos algoritmos desenvolvidos nesta dissertação. As características dos dados de um problema podem influenciar em muito o funcionamento de um algoritmo. Dessa forma, é de interesse aplicar os algoritmos em problemas de características diversas, com a finalidade de demonstrar a robustez do modelo e a sua boa performance para diferentes instâncias de dados.

Os principais fatores que influenciam o funcionamento dos algoritmos nos problemas de roteirização de veículos com janelas de tempo são: a disposição geográfica dos nós, o horizonte de tempo do problema, o percentual de clientes que possuem janelas de tempo e as características das janelas de tempo propriamente ditas. Quanto ao primeiro fator, podemos ter problemas com nós dispostos aleatoriamente em uma região, problemas com nós agrupados em certas partes desta região (*clusters*), ou ainda uma combinação de nós agrupados e distribuídos aleatoriamente. O segundo fator, por sua vez, diz respeito ao máximo de tempo que define o horizonte da simulação, podendo ser por exemplo apenas algumas horas na manhã, ou um dia inteiro; quanto maior este horizonte, mais clientes tendem a serem atendidos em uma rota, e a restrição de capacidade de carga ganha importância, se tornando mais atuante. O terceiro fator obviamente restringe as possibilidades de construção de rotas, e o quarto fator, finalmente, define que para um conjunto de nós com janelas de tempo mais estreitas, as rotas tendem a servir um número menor de clientes, enquanto que para um conjunto de nós com janelas de tempo mais largas, mais clientes podem ser servidos por uma mesma rota, reduzindo o número de veículos necessários para cobrir a região.

Problemas com estas diversas características podem ser encontrados na Internet em [10]. Neste *website*, os problemas são classificados segundo cada um dos fatores descritos acima. A nomenclatura de cada problema permite identificar a que categoria pertence. A classificação inicial é feita dividindo-se os problemas nos grupos R, C e RC, correspondendo às características de distribuição geográfica aleatória (*random*), agrupada (*clustered*) e à combinação das duas. Além disso, encontra-se ainda a classificação em R1 e R2, C1 e C2, RC1 e RC2,

sendo 1 a característica de um horizonte de tempo estreito, e 2 de um horizonte mais amplo. Dessa forma, existem seis classificações primárias dos problemas. Para concluir a nomenclatura dos problemas, soma-se a estes algarismos um par de números referentes a diferentes arranjos de janelas de tempo (mais estreitas ou mais largas). Dessa forma, o problema R101, por exemplo, será um problema com distribuição aleatória de pontos, com horizonte de tempo estreito, e com as janelas de tempo segundo a configuração 01. O problema R108, por sua vez, também possui uma distribuição aleatória de pontos e horizonte estreito, porém difere do primeiro pelo fato de suas janelas estarem configuradas segundo o arranjo 08. Cada uma das seis classificações primárias de problemas possui cerca de 10 arranjos diferentes de janelas de tempo propostas no *website* supracitado.

Nesta seção, será feita a análise de alguns problemas de configurações diversas. Primeiramente, será feita a simulação dos problemas R101 e R201, com 25 nós cada, com o objetivo de analisar a influência do horizonte de tempo nas soluções encontradas. Em seguida, serão simulados os problemas C101 e RC101, também com 25 nós cada, para que as influências da distribuição física dos pontos nas soluções sejam analisadas. Em seguida, analisaremos o problema R111 de 25 nós, e compararemos a solução encontrada com aquela do problema R101, pois estes problemas só diferem no arranjo das janelas de tempo, possuindo a mesma geografia dos nós e horizonte de tempo. Finalmente, faremos a análise de um problema maior, de 50 pontos, para avaliarmos a performance do algoritmo para tamanhos crescentes de problemas. Para isso, utilizaremos o problema R103.

A tabela abaixo resume a forma como a análise das soluções será realizada:

| Fator a ser analisado             | Problemas a serem analisados |
|-----------------------------------|------------------------------|
| Horizonte de tempo                | R101 e R201                  |
| Disposição geográfica dos nós     | R101, C101 e RC101           |
| Arranjo das janelas de tempo      | R101 e R111                  |
| Influência do tamanho do problema | R103                         |

Quadro 8 – Resumo dos problemas estudados

Cada problema será simulado três vezes, e a melhor solução encontrada será apresentada. Além disso, será tirada uma média dos três resultados encontrados, para que a qualidade das soluções obtidas pelo método proposto possa ser

comparada com a de outros métodos conhecidos. Estas soluções médias serão apresentadas ao final das simulações, na forma de uma tabela.

Os dados referentes ao problema R101 estão abaixo. *CUST* é o número do nó (*customer*), *XCOORD* e *YCOORD* são as suas coordenadas *x* e *y*, *DEMAND* é a sua demanda, *READY TIME* e *DUE DATE* são os extremos da sua janela de tempo, e *SERVICE TIME* é o seu tempo de serviço. Para este problema, a capacidade de cada veículo é de 200 unidades. Para a composição da matriz de distâncias, é preciso se fazer o simples cálculo das distâncias entre todos os pares de nós.

| CUST NO. | XCOORD. | YCOORD. | DEMAND | READY TIME | DUE DATE | SERVICE TIME |
|----------|---------|---------|--------|------------|----------|--------------|
| 1        | 35.00   | 35.00   | 0.00   | 0.00       | 230.00   | 0.00         |
| 2        | 41.00   | 49.00   | 10.00  | 161.00     | 171.00   | 10.00        |
| 3        | 35.00   | 17.00   | 7.00   | 50.00      | 60.00    | 10.00        |
| 4        | 55.00   | 45.00   | 13.00  | 116.00     | 126.00   | 10.00        |
| 5        | 55.00   | 20.00   | 19.00  | 149.00     | 159.00   | 10.00        |
| 6        | 15.00   | 30.00   | 26.00  | 34.00      | 44.00    | 10.00        |
| 7        | 25.00   | 30.00   | 3.00   | 99.00      | 109.00   | 10.00        |
| 8        | 20.00   | 50.00   | 5.00   | 81.00      | 91.00    | 10.00        |
| 9        | 10.00   | 43.00   | 9.00   | 95.00      | 105.00   | 10.00        |
| 10       | 55.00   | 60.00   | 16.00  | 97.00      | 107.00   | 10.00        |
| 11       | 30.00   | 60.00   | 16.00  | 124.00     | 134.00   | 10.00        |
| 12       | 20.00   | 65.00   | 12.00  | 67.00      | 77.00    | 10.00        |
| 13       | 50.00   | 35.00   | 19.00  | 63.00      | 73.00    | 10.00        |
| 14       | 30.00   | 25.00   | 23.00  | 159.00     | 169.00   | 10.00        |
| 15       | 15.00   | 10.00   | 20.00  | 32.00      | 42.00    | 10.00        |
| 16       | 30.00   | 5.00    | 8.00   | 61.00      | 71.00    | 10.00        |
| 17       | 10.00   | 20.00   | 19.00  | 75.00      | 85.00    | 10.00        |
| 18       | 5.00    | 30.00   | 2.00   | 157.00     | 167.00   | 10.00        |
| 19       | 20.00   | 40.00   | 12.00  | 87.00      | 97.00    | 10.00        |
| 20       | 15.00   | 60.00   | 17.00  | 76.00      | 86.00    | 10.00        |
| 21       | 45.00   | 65.00   | 9.00   | 126.00     | 136.00   | 10.00        |
| 22       | 45.00   | 20.00   | 11.00  | 62.00      | 72.00    | 10.00        |
| 23       | 45.00   | 10.00   | 18.00  | 97.00      | 107.00   | 10.00        |
| 24       | 55.00   | 5.00    | 29.00  | 68.00      | 78.00    | 10.00        |
| 25       | 65.00   | 35.00   | 3.00   | 153.00     | 163.00   | 10.00        |

Quadro 9 – Dados do problema R101

O problema R201, por sua vez, possui a mesma disposição geográfica dos pontos, e as mesmas demandas e tempos de serviço, porém com um horizonte de simulação mais amplo:

| CUST NO. | XCOORD. | YCOORD. | DEMAND | READY TIME | DUE DATE | SERVICE TIME |
|----------|---------|---------|--------|------------|----------|--------------|
| 1        | 35.00   | 35.00   | 0.00   | 0.00       | 1000.00  | 0.00         |
| 2        | 41.00   | 49.00   | 10.00  | 707.00     | 848.00   | 10.00        |
| 3        | 35.00   | 17.00   | 7.00   | 143.00     | 282.00   | 10.00        |
| 4        | 55.00   | 45.00   | 13.00  | 527.00     | 584.00   | 10.00        |
| 5        | 55.00   | 20.00   | 19.00  | 678.00     | 801.00   | 10.00        |
| 6        | 15.00   | 30.00   | 26.00  | 34.00      | 209.00   | 10.00        |
| 7        | 25.00   | 30.00   | 3.00   | 415.00     | 514.00   | 10.00        |
| 8        | 20.00   | 50.00   | 5.00   | 331.00     | 410.00   | 10.00        |
| 9        | 10.00   | 43.00   | 9.00   | 404.00     | 481.00   | 10.00        |
| 10       | 55.00   | 60.00   | 16.00  | 400.00     | 497.00   | 10.00        |
| 11       | 30.00   | 60.00   | 16.00  | 577.00     | 632.00   | 10.00        |
| 12       | 20.00   | 65.00   | 12.00  | 206.00     | 325.00   | 10.00        |
| 13       | 50.00   | 35.00   | 19.00  | 228.00     | 345.00   | 10.00        |
| 14       | 30.00   | 25.00   | 23.00  | 690.00     | 827.00   | 10.00        |

|    |       |       |       |        |        |       |
|----|-------|-------|-------|--------|--------|-------|
| 15 | 15.00 | 10.00 | 20.00 | 32.00  | 243.00 | 10.00 |
| 16 | 30.00 | 5.00  | 8.00  | 175.00 | 300.00 | 10.00 |
| 17 | 10.00 | 20.00 | 19.00 | 272.00 | 373.00 | 10.00 |
| 18 | 5.00  | 30.00 | 2.00  | 733.00 | 870.00 | 10.00 |
| 19 | 20.00 | 40.00 | 12.00 | 377.00 | 434.00 | 10.00 |
| 20 | 15.00 | 60.00 | 17.00 | 269.00 | 378.00 | 10.00 |
| 21 | 45.00 | 65.00 | 9.00  | 581.00 | 666.00 | 10.00 |
| 22 | 45.00 | 20.00 | 11.00 | 214.00 | 331.00 | 10.00 |
| 23 | 45.00 | 10.00 | 18.00 | 409.00 | 494.00 | 10.00 |
| 24 | 55.00 | 5.00  | 29.00 | 206.00 | 325.00 | 10.00 |
| 25 | 65.00 | 35.00 | 3.00  | 704.00 | 847.00 | 10.00 |

Quadro 10 – Dados do problema R201

A capacidade dos veículos para o problema R201 também será definida em 200 unidades. Para os problemas em questão, as restrições de capacidade de 200 unidades não serão atingidas, como veremos adiante, não havendo o risco das restrições de capacidade mascararem o efeito do horizonte de tempo mais amplo.

A distribuição geográfica aleatória dos nós apresentada acima, referente aos problemas das categorias R1 e R2, corresponde à seguinte região do espaço:

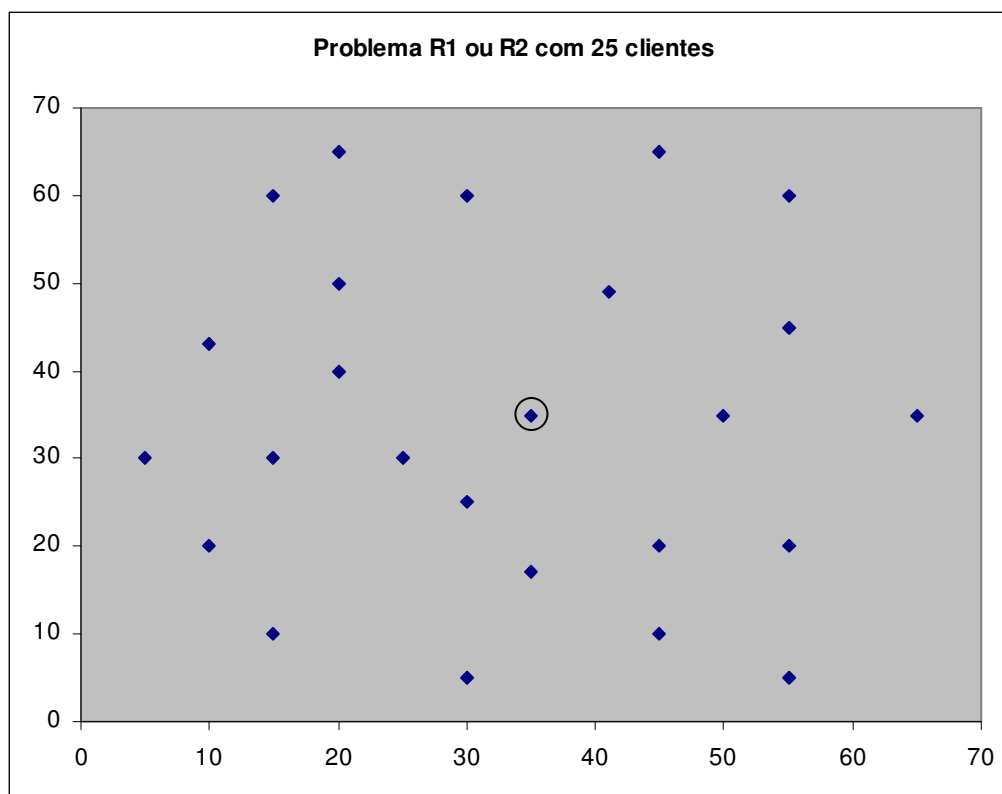


Figura 4 – Disposição geográfica dos clientes nos problemas R101 e R201

O nó circulado corresponde ao depósito (nó 1), tanto para o problema R101 quanto para o R201. Para aplicarmos os algoritmos do MACS-VRPTW aos

problemas acima, bem como aos problemas subsequentes, definiremos os parâmetros  $\rho = 0,1$ ,  $\beta = 1$ ,  $q_0 = 0,9$ , e os parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$  do *Nearest Neighbor* iguais a 0,6, 0,2 e 0,2 respectivamente. Além disso, cada simulação das funções  $acs\_time$  e  $acs\_vei$  será feita com até 20 iterações com  $k = 10$  formigas cada uma.

Para o problema R101, a melhor solução encontrada pelo MACS-VRPTW corresponde ao seguinte conjunto de rotas: 1-15-16-23-5-1-6-17-7-14-1-3-22-4-25-1-13-10-21-2-1-12-20-11-1-24-1-8-9-18-1-19-1, com um comprimento total de 616,38 e um número de veículos utilizados igual a 8. As três simulações levaram a este mesmo comprimento total, apenas invertendo a ordem de algumas rotas.

Graficamente, temos estas rotas dispostas na região da seguinte forma:

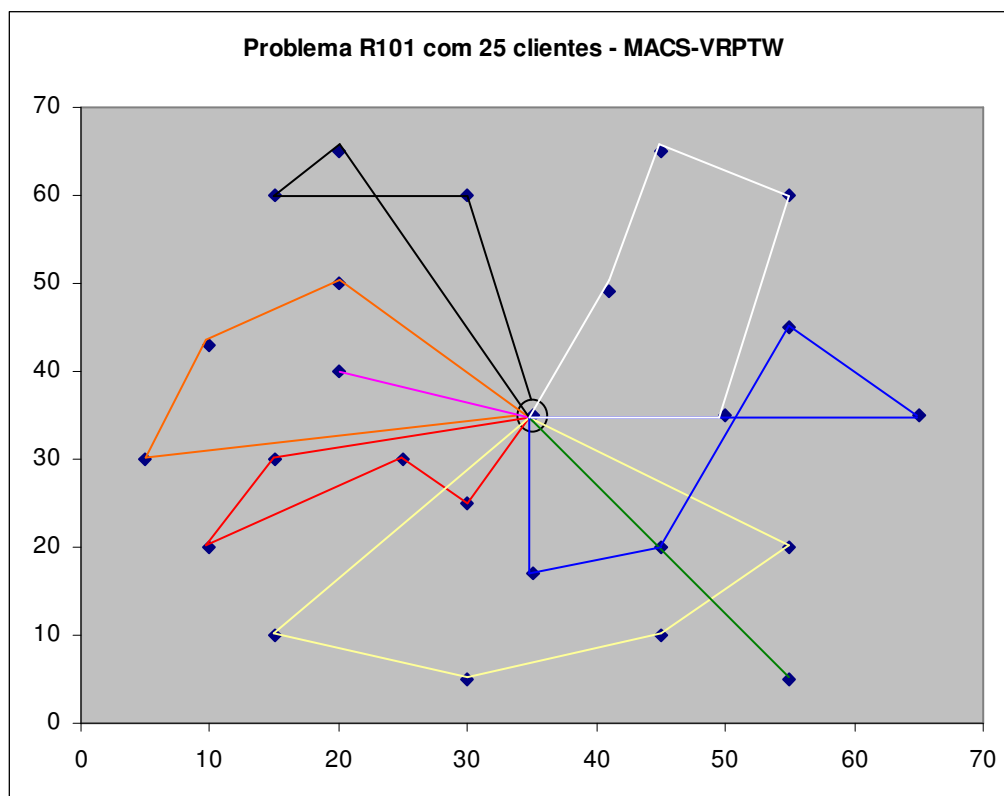


Figura 5 – Rotas para o problema R101 de 25 clientes

A tabela abaixo indica o tempo total de cada rota, bem como a carga máxima alcançada em cada veículo:

|        | Tempo Total | Carga |
|--------|-------------|-------|
| Rota 1 | 184,0       | 65    |
| Rota 2 | 180,2       | 71    |
| Rota 3 | 193,0       | 34    |
| Rota 4 | 186,2       | 54    |
| Rota 5 | 159,5       | 45    |
| Rota 6 | 114,1       | 29    |
| Rota 7 | 197,4       | 16    |
| Rota 8 | 112,8       | 12    |

Quadro 11 – Características das rotas encontradas para o problema R101

Este tempo total inclui os tempos gastos nos deslocamentos, bem como os tempos de serviço nos clientes. A numeração das rotas segue a ordem da solução, i.e., a Rota 1 corresponde à rota 1-15-16-23-5-1.

Para efeito de comparação, podemos aplicar somente o algoritmo do *Nearest Neighbor* ao problema. A solução encontrada por este método possui um comprimento de 648,54, também com 8 carros, portanto um valor 5,21% mais elevado que a média do MACS-VRPTW. Como o *Nearest Neighbor* é determinístico, não há necessidade de aplicá-lo mais de uma vez a cada problema, uma vez que sua resposta sempre será a mesma. No *website* [10], a informação existente é de que a melhor solução conhecida para o problema possui um comprimento de 617,1 e usa 8 veículos; a solução proposta pelo MACS-VRPTW é então muito próxima desta, sendo as diferenças provavelmente devido a arredondamentos dos algoritmos.

Se aplicarmos agora os algoritmos ao problema R201, teríamos como melhor solução encontrada o caminho 1-6-15-17-7-23-5-25-2-14-18-1-3-16-24-22-13-12-20-8-19-9-10-4-21-11-1, de comprimento 538,1 e dois veículos. O comprimento médio das três simulações realizadas foi de 550,88. Podemos ver que o horizonte maior de tempo possibilitou um número muito maior de clientes em cada rota. Fica evidente o fato de que com um horizonte mais amplo, as rotas podem ser mais longas, envolvendo um número maior de clientes. A restrição de capacidade poderia influir neste resultado, mas como pode ser visto na tabela abaixo, o limite de 200 unidades por veículo não foi atingido em nenhuma das rotas, ficando evidenciada a influência de diferentes horizontes de simulação na solução. Informações sobre o tempo e a carga de cada uma das duas rotas estão abaixo:

|        | Tempo Total | Carga |
|--------|-------------|-------|
| Rota 1 | 856,1       | 143   |
| Rota 2 | 642,3       | 183   |

Quadro 12 – Características das rotas encontradas para o problema R201

Aplicando o *Nearest Neighbor*, assim como no exemplo anterior, teríamos um comprimento total de 682,04, também com 2 veículos. Este valor é 26,82% maior que a melhor solução encontrada pelo MACS-VRPTW, e 23,81% maior que a média do MACS-VRPTW. A melhor solução conhecida [10] é 463,3, porém com um número de veículos igual a 4, o que inviabiliza comparações quanto à qualidade, uma vez que a hierarquia dos objetivos utilizada para se chegar a esta solução foi diferente daquela que nós utilizamos – uma solução com um número inferior de veículos é melhor que uma solução com um comprimento menor.

Para ilustrar o melhor caminho encontrado pelo MACS-VRPTW, temos a figura abaixo:

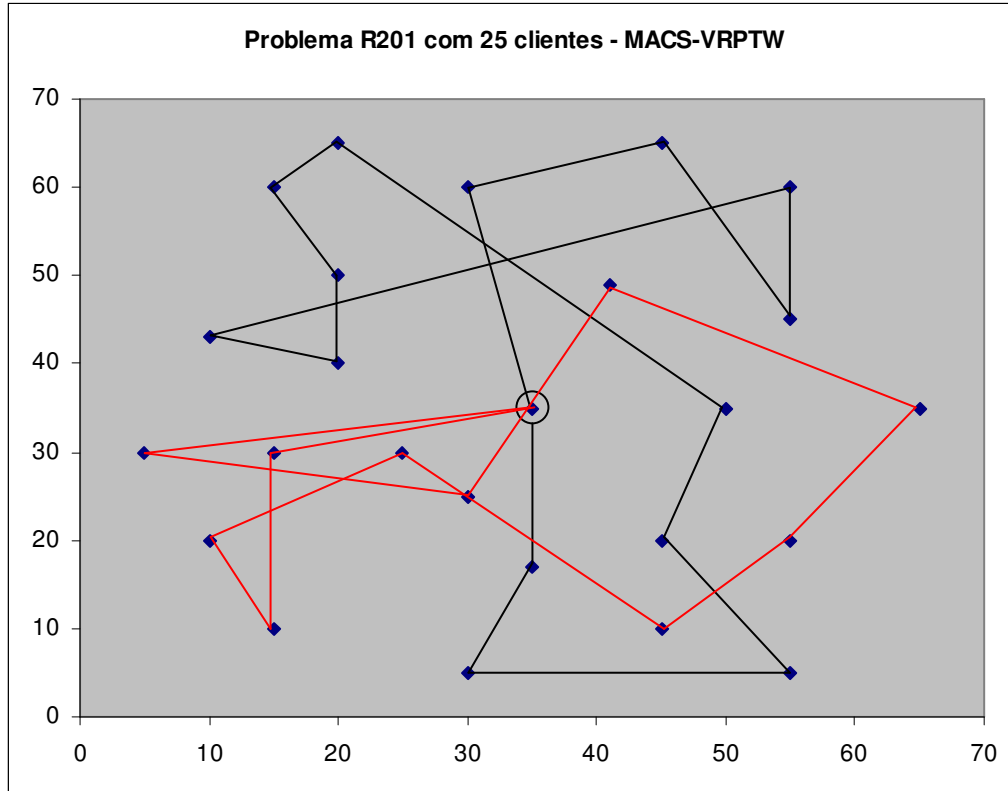


Figura 6 – Rotas para o problema R201 de 25 clientes

Passemos agora para o problema da categoria C. Aplicaremos os algoritmos ao problema C101. Com isso, poderemos avaliar a influência da disposição geográfica dos pontos na qualidade das soluções. Os dados deste problema se encontram abaixo:

| CUST NO. | XCOORD. | YCOORD. | DEMAND | READY TIME | DUE DATE | SERVICE TIME |
|----------|---------|---------|--------|------------|----------|--------------|
| 1        | 40.00   | 50.00   | 0.00   | 0.00       | 1236.00  | 0.00         |
| 2        | 45.00   | 68.00   | 10.00  | 912.00     | 967.00   | 90.00        |
| 3        | 45.00   | 70.00   | 30.00  | 825.00     | 870.00   | 90.00        |
| 4        | 42.00   | 66.00   | 10.00  | 65.00      | 146.00   | 90.00        |
| 5        | 42.00   | 68.00   | 10.00  | 727.00     | 782.00   | 90.00        |
| 6        | 42.00   | 65.00   | 10.00  | 15.00      | 67.00    | 90.00        |
| 7        | 40.00   | 69.00   | 20.00  | 621.00     | 702.00   | 90.00        |
| 8        | 40.00   | 66.00   | 20.00  | 170.00     | 225.00   | 90.00        |
| 9        | 38.00   | 68.00   | 20.00  | 255.00     | 324.00   | 90.00        |
| 10       | 38.00   | 70.00   | 10.00  | 534.00     | 605.00   | 90.00        |
| 11       | 35.00   | 66.00   | 10.00  | 357.00     | 410.00   | 90.00        |
| 12       | 35.00   | 69.00   | 10.00  | 448.00     | 505.00   | 90.00        |
| 13       | 25.00   | 85.00   | 20.00  | 652.00     | 721.00   | 90.00        |
| 14       | 22.00   | 75.00   | 30.00  | 30.00      | 92.00    | 90.00        |
| 15       | 22.00   | 85.00   | 10.00  | 567.00     | 620.00   | 90.00        |
| 16       | 20.00   | 80.00   | 40.00  | 384.00     | 429.00   | 90.00        |
| 17       | 20.00   | 85.00   | 40.00  | 475.00     | 528.00   | 90.00        |
| 18       | 18.00   | 75.00   | 20.00  | 99.00      | 148.00   | 90.00        |
| 19       | 15.00   | 75.00   | 20.00  | 179.00     | 254.00   | 90.00        |
| 20       | 15.00   | 80.00   | 10.00  | 278.00     | 345.00   | 90.00        |
| 21       | 30.00   | 50.00   | 10.00  | 10.00      | 73.00    | 90.00        |
| 22       | 30.00   | 52.00   | 20.00  | 914.00     | 965.00   | 90.00        |
| 23       | 28.00   | 52.00   | 20.00  | 812.00     | 883.00   | 90.00        |
| 24       | 28.00   | 55.00   | 10.00  | 732.00     | 777.00   | 90.00        |
| 25       | 25.00   | 50.00   | 10.00  | 65.00      | 144.00   | 90.00        |

Quadro 13 – Dados do problema C101

A capacidade dos veículos é de 200 unidades. Graficamente, podemos visualizar estes nós da seguinte maneira:



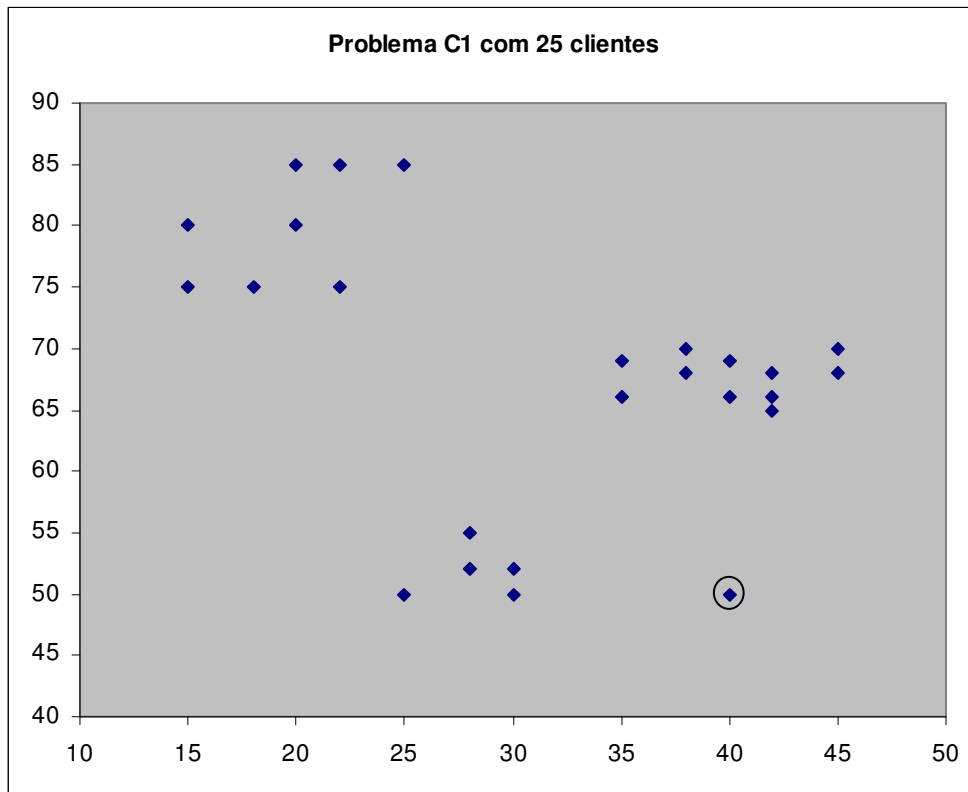


Figura 7 – Disposição geográfica dos clientes no problema C101

Percebe-se que existem três grandes agrupamentos de nós na região em questão, e o depósito se encontra distante na posição (40,50). Para aplicarmos os algoritmos do MACS-VRPTW, utilizamos os mesmos parâmetros usados anteriormente, com a exceção dos parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$  do *Nearest Neighbor*, que precisam ser calculados novamente para este problema. Os valores usados são, então,  $a = 0,5$ ;  $b = 0,25$  e  $c = 0,25$ . A execução do MACS-VRPTW nos leva à melhor solução 1-21-25-24-23-22-1-6-4-8-9-11-12-10-7-5-3-2-1-14-18-19-20-16-17-15-13-1, de comprimento total igual a 191,42 e 3 veículos. As três simulações levaram a esta solução, ficando a média dos comprimentos igual a 191,42. As rotas da melhor solução possuem as seguintes características:

|        | Tempo Total | Carga |
|--------|-------------|-------|
| Rota 1 | 1017,2      | 70    |
| Rota 2 | 1049,5      | 160   |
| Rota 3 | 815,9       | 190   |

Quadro 14 – Características das rotas encontradas para o problema C101

Pode-se reparar que as rotas tendem a ficar mais heterogêneas, cada uma procurando cobrir todos os nós de um *cluster*. Pelo *Nearest Neighbor*, a solução teria um comprimento de 236,94, e também 3 veículos. Isso representa 23,77% a mais que o comprimento encontrado pelo MACS-VRPTW. A solução ótima, segundo [10], é de comprimento 191,3 e 3 veículos. Estes valores são praticamente iguais aos encontrados pelo MACS-VRPTW, podendo a pequena diferença de 0,12 unidades ser apenas devida a aproximações numéricas. Graficamente, teremos como solução proposta pelo MACS-VRPTW:

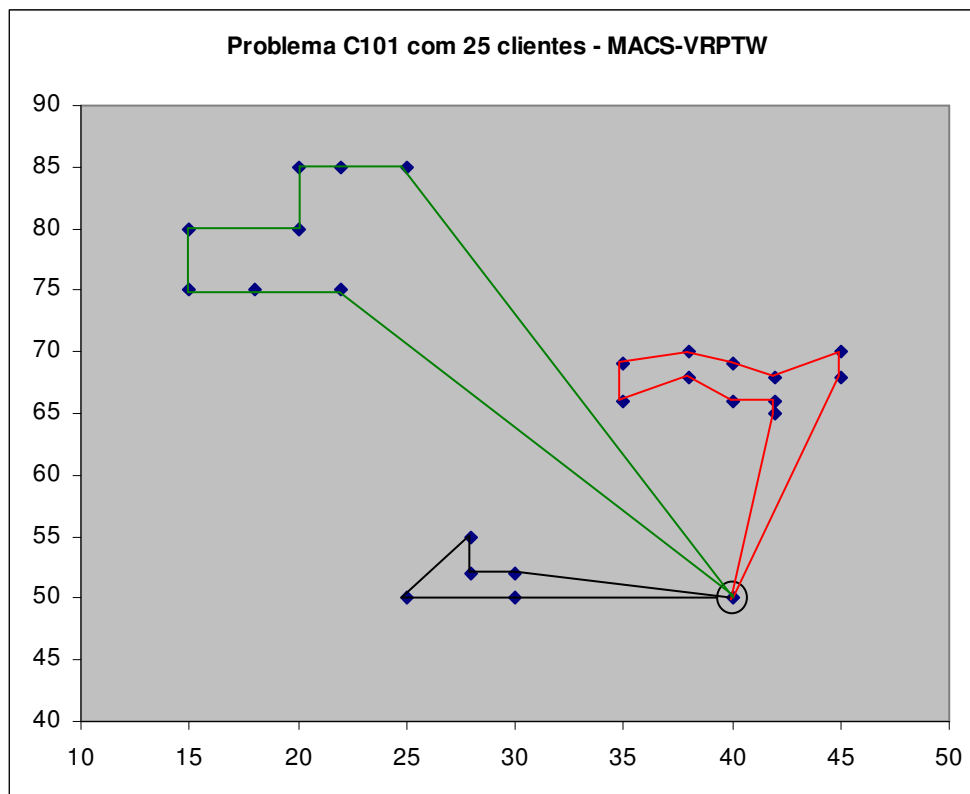


Figura 8 – Rotas para o problema C101 de 25 clientes

Pode-se facilmente perceber que quando os pontos se encontram agrupados em áreas distintas da região, as rotas tendem a se direcionar para uma destas áreas, visitar todos os clientes do local, e retornar ao depósito. Isso ocorre porque as distâncias entre clientes de áreas diferentes da região são consideráveis, quando em comparação com os clientes da própria área. Sendo assim, se as janelas de tempo e a capacidade dos veículos permitirem, os veículos tendem a atender aos clientes mais agrupados de uma vez.

Vamos observar agora o problema RC101, que combina uma disposição geográfica aleatória com uma disposição agrupada. Os dados do problema são:

| CUST NO. | XCOORD. | YCOORD. | DEMAND | READY TIME | DUE DATE | SERVICE TIME |
|----------|---------|---------|--------|------------|----------|--------------|
| 1        | 40.00   | 50.00   | 0.00   | 0.00       | 240.00   | 0.00         |
| 2        | 25.00   | 85.00   | 20.00  | 145.00     | 175.00   | 10.00        |
| 3        | 22.00   | 75.00   | 30.00  | 50.00      | 80.00    | 10.00        |
| 4        | 22.00   | 85.00   | 10.00  | 109.00     | 139.00   | 10.00        |
| 5        | 20.00   | 80.00   | 40.00  | 141.00     | 171.00   | 10.00        |
| 6        | 20.00   | 85.00   | 20.00  | 41.00      | 71.00    | 10.00        |
| 7        | 18.00   | 75.00   | 20.00  | 95.00      | 125.00   | 10.00        |
| 8        | 15.00   | 75.00   | 20.00  | 79.00      | 109.00   | 10.00        |
| 9        | 15.00   | 80.00   | 10.00  | 91.00      | 121.00   | 10.00        |
| 10       | 10.00   | 35.00   | 20.00  | 91.00      | 121.00   | 10.00        |
| 11       | 10.00   | 40.00   | 30.00  | 119.00     | 149.00   | 10.00        |
| 12       | 8.00    | 40.00   | 40.00  | 59.00      | 89.00    | 10.00        |
| 13       | 8.00    | 45.00   | 20.00  | 64.00      | 94.00    | 10.00        |
| 14       | 5.00    | 35.00   | 10.00  | 142.00     | 172.00   | 10.00        |
| 15       | 5.00    | 45.00   | 10.00  | 35.00      | 65.00    | 10.00        |
| 16       | 2.00    | 40.00   | 20.00  | 58.00      | 88.00    | 10.00        |
| 17       | 0.00    | 40.00   | 20.00  | 72.00      | 102.00   | 10.00        |
| 18       | 0.00    | 45.00   | 20.00  | 149.00     | 179.00   | 10.00        |
| 19       | 44.00   | 5.00    | 20.00  | 87.00      | 117.00   | 10.00        |
| 20       | 42.00   | 10.00   | 40.00  | 72.00      | 102.00   | 10.00        |
| 21       | 42.00   | 15.00   | 10.00  | 122.00     | 152.00   | 10.00        |
| 22       | 40.00   | 5.00    | 10.00  | 67.00      | 97.00    | 10.00        |
| 23       | 40.00   | 15.00   | 40.00  | 92.00      | 122.00   | 10.00        |
| 24       | 38.00   | 5.00    | 30.00  | 65.00      | 95.00    | 10.00        |
| 25       | 38.00   | 15.00   | 10.00  | 148.00     | 178.00   | 10.00        |

Quadro 15 – Dados do problema RC101

Estes dados nos levam à seguinte disposição geográfica:

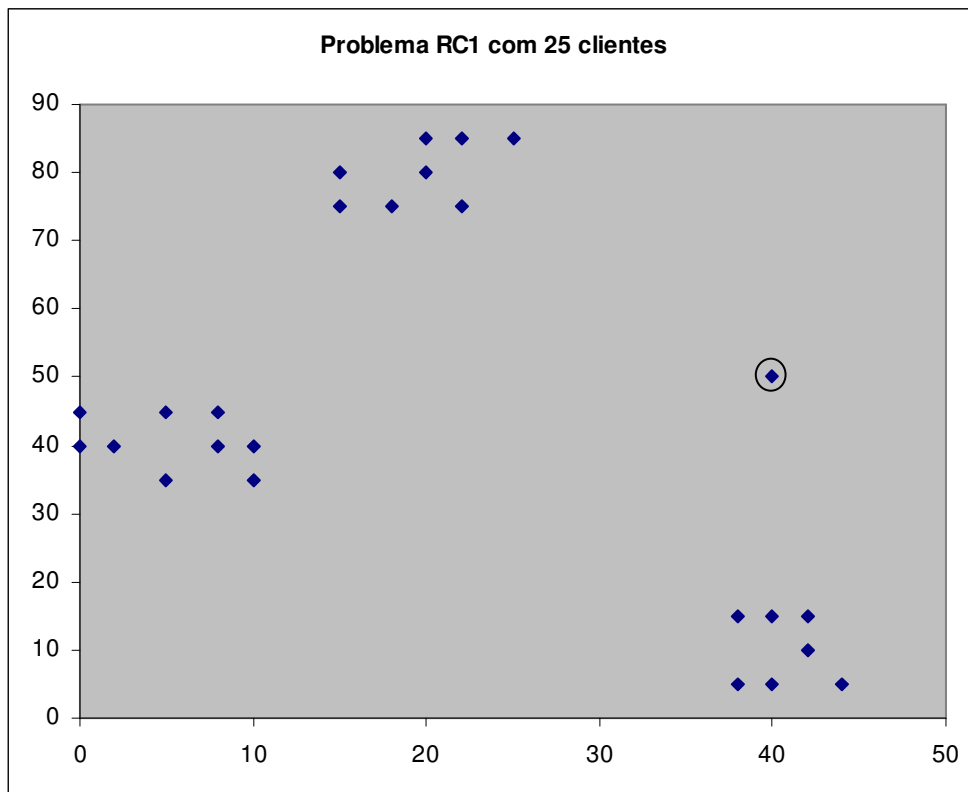


Figura 9 – Disposição geográfica dos clientes no problema RC101

Este problema também se utiliza de veículos com capacidade de 200 unidades. Aplicando o MACS-VRPTW, com os mesmos parâmetros do problema C101 (inclusive aqueles referentes ao *Nearest Neighbor*), chegamos ao melhor caminho: 1-15-12-16-17-10-11-14-18-1-3-6-8-7-9-4-2-5-1-13-23-21-25-1-24-22-20-19-1, de comprimento total de 459,99 e 4 veículos. A média das três simulações resultou em um comprimento de 461,85. As rotas encontradas na melhor solução são descritas por:

|        | Tempo Total | Carga |
|--------|-------------|-------|
| Rota 1 | 213,5       | 170   |
| Rota 2 | 214,9       | 170   |
| Rota 3 | 193,1       | 80    |
| Rota 4 | 162,9       | 100   |

Quadro 16 – Características das rotas encontradas para o problema RC101

O *Nearest Neighbor*, por sua vez, nos fornece um caminho com 515,14 de comprimento e 5 carros, ou 11,99% maior que o melhor caminho encontrado pelo MACS-VRPTW, além de utilizar um veículo a mais. Esta solução é ainda 11,54% maior que a média do MACS-VRPTW. A melhor solução, segundo [10], possui comprimento de 461,1 e 4 carros, o que significa que a melhor solução encontrada pelo MACS-VRPTW é comparável a ela, e na média, o MACS-VRPTW fornece uma solução apenas 0,16% maior que a melhor conhecida. A melhor solução encontrada pelo MACS-VRPTW se encontra ilustrada na figura abaixo:

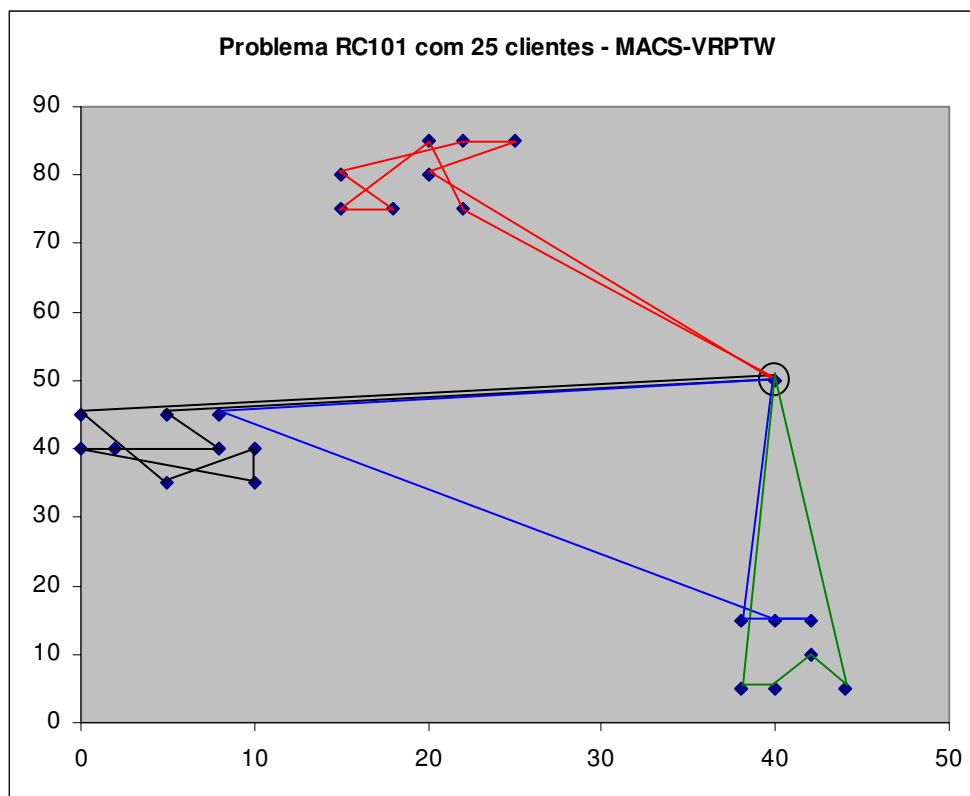


Figura 10 – Rotas para o problema RC101 de 25 clientes

Podemos reparar que o melhor caminho encontrado se parece com o modo como o problema C101 foi resolvido: uma rota aborda os clientes de cada área de concentração de nós. Entretanto, neste caso, foi utilizado um quarto veículo para visitar os pontos que ficaram de fora de duas das outras rotas, fugindo um pouco ao padrão. A conclusão que se pode tirar é a de que quando os clientes estão organizados em uma disposição do tipo C, as rotas obtidas são mais simples, simplesmente passando pelos pontos em uma seqüência quase que intuitiva. No caso RC, como existe um fator aleatório na disposição dos pontos, um veículo tenta visitar todos os clientes de uma área de aglutinação de clientes, mas para isso ele precisa realizar um caminho mais confuso, indo e voltando diversas vezes dentro da área na procura pelo atendimento das janelas de tempo. Dessa forma, é mais provável que não se consiga atender a todos os clientes de uma dada área de aglomeração, aumentando a probabilidade de que seja interessante se adicionar um veículo extra para atender aos clientes que ficaram de fora.

O último dos problemas de 25 nós que será abordado será o R111. Este problema apresenta a mesma disposição geográfica dos nós que o problema R101, bem como as mesmas demandas, tempos de serviço e capacidade dos veículos.

Com isso, poderemos avaliar o efeito da única diferença entre estes problemas: as janelas de tempo.

Os dados do R111 estão abaixo:

| CUST NO. | XCOORD. | YCOORD. | DEMAND | READY TIME | DUE DATE | SERVICE TIME |
|----------|---------|---------|--------|------------|----------|--------------|
| 1        | 35.00   | 35.00   | 0.00   | 0.00       | 230.00   | 0.00         |
| 2        | 41.00   | 49.00   | 10.00  | 15.00      | 204.00   | 10.00        |
| 3        | 35.00   | 17.00   | 7.00   | 18.00      | 202.00   | 10.00        |
| 4        | 55.00   | 45.00   | 13.00  | 54.00      | 187.00   | 10.00        |
| 5        | 55.00   | 20.00   | 19.00  | 138.00     | 169.00   | 10.00        |
| 6        | 15.00   | 30.00   | 26.00  | 20.00      | 199.00   | 10.00        |
| 7        | 25.00   | 30.00   | 3.00   | 76.00      | 131.00   | 10.00        |
| 8        | 20.00   | 50.00   | 5.00   | 21.00      | 170.00   | 10.00        |
| 9        | 10.00   | 43.00   | 9.00   | 87.00      | 112.00   | 10.00        |
| 10       | 55.00   | 60.00   | 16.00  | 88.00      | 115.00   | 10.00        |
| 11       | 30.00   | 60.00   | 16.00  | 107.00     | 150.00   | 10.00        |
| 12       | 20.00   | 65.00   | 12.00  | 57.00      | 86.00    | 10.00        |
| 13       | 50.00   | 35.00   | 19.00  | 15.00      | 192.00   | 10.00        |
| 14       | 30.00   | 25.00   | 23.00  | 147.00     | 180.00   | 10.00        |
| 15       | 15.00   | 10.00   | 20.00  | 32.00      | 187.00   | 10.00        |
| 16       | 30.00   | 5.00    | 8.00   | 50.00      | 81.00    | 10.00        |
| 17       | 10.00   | 20.00   | 19.00  | 29.00      | 139.00   | 10.00        |
| 18       | 5.00    | 30.00   | 2.00   | 124.00     | 189.00   | 10.00        |
| 19       | 20.00   | 40.00   | 12.00  | 47.00      | 136.00   | 10.00        |
| 20       | 15.00   | 60.00   | 17.00  | 32.00      | 146.00   | 10.00        |
| 21       | 45.00   | 65.00   | 9.00   | 79.00      | 182.00   | 10.00        |
| 22       | 45.00   | 20.00   | 11.00  | 18.00      | 195.00   | 10.00        |
| 23       | 45.00   | 10.00   | 18.00  | 76.00      | 127.00   | 10.00        |
| 24       | 55.00   | 5.00    | 29.00  | 58.00      | 87.00    | 10.00        |
| 25       | 65.00   | 35.00   | 3.00   | 58.00      | 190.00   | 10.00        |

Quadro 17 – Dados do problema R111

Podemos reparar que as janelas de tempo são muito mais abertas que aquelas do problema R101, cujas janelas tinham todas a largura de 10 unidades. Isto certamente dará uma maior flexibilidade para as rotas. Para este problema, os parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$  são definidos em 0,7, 0,15 e 0,15 respectivamente. O restante dos parâmetros de simulação são mantidos fixos.

O MACS-VRPTW nos fornece como melhor solução: 1-24-23-5-25-13-1-4-10-21-11-2-1-22-16-15-17-7-14-3-1-8-12-20-9-19-6-18-1, de comprimento igual a 446,34 e 4 veículos utilizados, com suas rotas caracterizadas da seguinte forma:

|        | Tempo Total | Carga |
|--------|-------------|-------|
| Rota 1 | 216,0       | 88    |
| Rota 2 | 185,8       | 64    |
| Rota 3 | 194,4       | 91    |
| Rota 4 | 203,8       | 83    |

Quadro 18 – Características das rotas encontradas para o problema R111

Na média de três simulações, o comprimento da solução fornecida pelo MACS-VRPTW é de 475,3. O *Nearest Neighbor*, por outro lado, é capaz de fornecer uma solução de comprimento igual a 536,36 unidades e 5 veículos, o que é 20,17% acima da melhor solução obtida pelo MACS-VRPTW e usa um veículo a mais, e é 12,84% superior à média do MACS-VRPTW. A melhor solução segundo [10] possui um comprimento de 428,5 e também usa 5 veículos. A solução calculada pelo MACS-VRPTW, por outro lado, usa um veículo a menos, o que impossibilita mais uma vez comparações de qualidade, já que a solução sugerida por [10] priorizou o comprimento total das rotas na sua busca por melhores soluções. Mas mesmo com esta diferença, podemos ver que a melhor solução do MACS-VRPTW é pouco mais de 8% maior que a melhor conhecida, o que já é um valor pequeno, mas ainda utiliza um veículo a menos.

Graficamente, temos as rotas da melhor solução encontrada dispostas da seguinte forma:

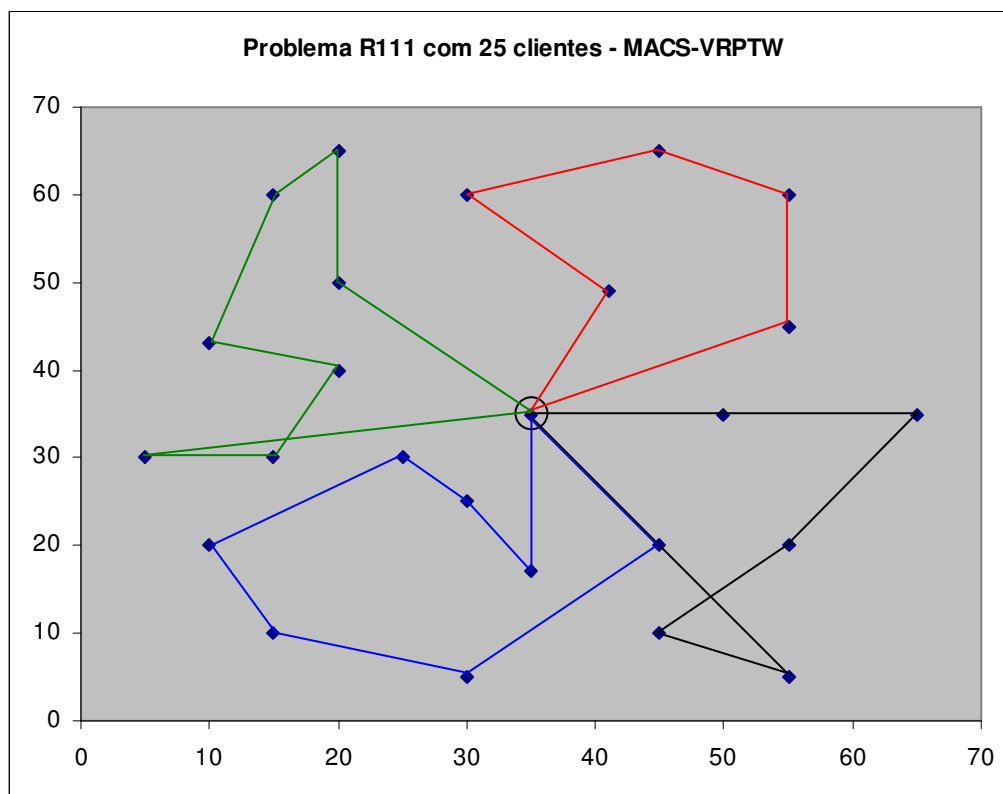


Figura 11 – Rotas para o problema R111 de 25 clientes

Percebe-se que janelas de tempo mais largas possibilitam o surgimento de rotas nas quais as distâncias físicas entre os nós ganham importância frente às

outras restrições. Isso acaba por fazer com que as rotas tenham formas mais definidas, sendo uma mais independente da outra – cada rota assume os clientes pertencentes a uma área diferente da região.

Todas as simulações feitas até agora foram razoavelmente rápidas. Na média, o tempo de processamento foi de cerca de um minuto e meio, não ultrapassando dois minutos e meio (em um Pentium Centrino 1.73 GHz com 1024 Mb de memória). Faremos agora uma comparação de desempenho com um problema maior, de 50 nós. Será simulado o problema R103, com 50 nós.

Os dados do problema são:

| CUST NO. | XCOORD. | YCOORD. | DEMAND | READY TIME | DUE DATE | SERVICE TIME |
|----------|---------|---------|--------|------------|----------|--------------|
| 1        | 35.00   | 35.00   | 0.00   | 0.00       | 230.00   | 0.00         |
| 2        | 41.00   | 49.00   | 10.00  | 0.00       | 204.00   | 10.00        |
| 3        | 35.00   | 17.00   | 7.00   | 0.00       | 202.00   | 10.00        |
| 4        | 55.00   | 45.00   | 13.00  | 0.00       | 197.00   | 10.00        |
| 5        | 55.00   | 20.00   | 19.00  | 149.00     | 159.00   | 10.00        |
| 6        | 15.00   | 30.00   | 26.00  | 0.00       | 199.00   | 10.00        |
| 7        | 25.00   | 30.00   | 3.00   | 99.00      | 109.00   | 10.00        |
| 8        | 20.00   | 50.00   | 5.00   | 0.00       | 198.00   | 10.00        |
| 9        | 10.00   | 43.00   | 9.00   | 95.00      | 105.00   | 10.00        |
| 10       | 55.00   | 60.00   | 16.00  | 97.00      | 107.00   | 10.00        |
| 11       | 30.00   | 60.00   | 16.00  | 124.00     | 134.00   | 10.00        |
| 12       | 20.00   | 65.00   | 12.00  | 67.00      | 77.00    | 10.00        |
| 13       | 50.00   | 35.00   | 19.00  | 0.00       | 205.00   | 10.00        |
| 14       | 30.00   | 25.00   | 23.00  | 159.00     | 169.00   | 10.00        |
| 15       | 15.00   | 10.00   | 20.00  | 0.00       | 187.00   | 10.00        |
| 16       | 30.00   | 5.00    | 8.00   | 61.00      | 71.00    | 10.00        |
| 17       | 10.00   | 20.00   | 19.00  | 0.00       | 190.00   | 10.00        |
| 18       | 5.00    | 30.00   | 2.00   | 157.00     | 167.00   | 10.00        |
| 19       | 20.00   | 40.00   | 12.00  | 0.00       | 204.00   | 10.00        |
| 20       | 15.00   | 60.00   | 17.00  | 0.00       | 187.00   | 10.00        |
| 21       | 45.00   | 65.00   | 9.00   | 0.00       | 188.00   | 10.00        |
| 22       | 45.00   | 20.00   | 11.00  | 0.00       | 201.00   | 10.00        |
| 23       | 45.00   | 10.00   | 18.00  | 97.00      | 107.00   | 10.00        |
| 24       | 55.00   | 5.00    | 29.00  | 68.00      | 78.00    | 10.00        |
| 25       | 65.00   | 35.00   | 3.00   | 0.00       | 190.00   | 10.00        |
| 26       | 65.00   | 20.00   | 6.00   | 172.00     | 182.00   | 10.00        |
| 27       | 45.00   | 30.00   | 17.00  | 0.00       | 208.00   | 10.00        |
| 28       | 35.00   | 40.00   | 16.00  | 37.00      | 47.00    | 10.00        |
| 29       | 41.00   | 37.00   | 16.00  | 0.00       | 213.00   | 10.00        |
| 30       | 64.00   | 42.00   | 9.00   | 0.00       | 190.00   | 10.00        |
| 31       | 40.00   | 60.00   | 21.00  | 71.00      | 81.00    | 10.00        |
| 32       | 31.00   | 52.00   | 27.00  | 0.00       | 202.00   | 10.00        |
| 33       | 35.00   | 69.00   | 23.00  | 0.00       | 186.00   | 10.00        |
| 34       | 53.00   | 52.00   | 11.00  | 37.00      | 47.00    | 10.00        |
| 35       | 65.00   | 55.00   | 14.00  | 0.00       | 183.00   | 10.00        |
| 36       | 63.00   | 65.00   | 8.00   | 143.00     | 153.00   | 10.00        |
| 37       | 2.00    | 60.00   | 5.00   | 41.00      | 51.00    | 10.00        |
| 38       | 20.00   | 20.00   | 8.00   | 0.00       | 198.00   | 10.00        |
| 39       | 5.00    | 5.00    | 16.00  | 83.00      | 93.00    | 10.00        |
| 40       | 60.00   | 12.00   | 31.00  | 44.00      | 54.00    | 10.00        |
| 41       | 40.00   | 25.00   | 9.00   | 85.00      | 95.00    | 10.00        |
| 42       | 42.00   | 7.00    | 5.00   | 97.00      | 107.00   | 10.00        |
| 43       | 24.00   | 12.00   | 5.00   | 31.00      | 41.00    | 10.00        |
| 44       | 23.00   | 3.00    | 7.00   | 0.00       | 185.00   | 10.00        |
| 45       | 11.00   | 14.00   | 18.00  | 69.00      | 79.00    | 10.00        |
| 46       | 6.00    | 38.00   | 16.00  | 32.00      | 42.00    | 10.00        |
| 47       | 2.00    | 48.00   | 1.00   | 0.00       | 184.00   | 10.00        |
| 48       | 8.00    | 56.00   | 27.00  | 0.00       | 185.00   | 10.00        |
| 49       | 13.00   | 52.00   | 36.00  | 0.00       | 192.00   | 10.00        |
| 50       | 6.00    | 68.00   | 30.00  | 108.00     | 118.00   | 10.00        |

Quadro 19 – Dados do problema R103, com 50 nós



Podemos ver que as janelas de tempo do problema são largas de uma forma geral. A capacidade dos veículos, mais uma vez, é fixa em 200 unidades. Para ilustrar a densidade maior de pontos deste problema, podemos localizá-los em um gráfico da mesma forma que foi feito anteriormente para os outros problemas:

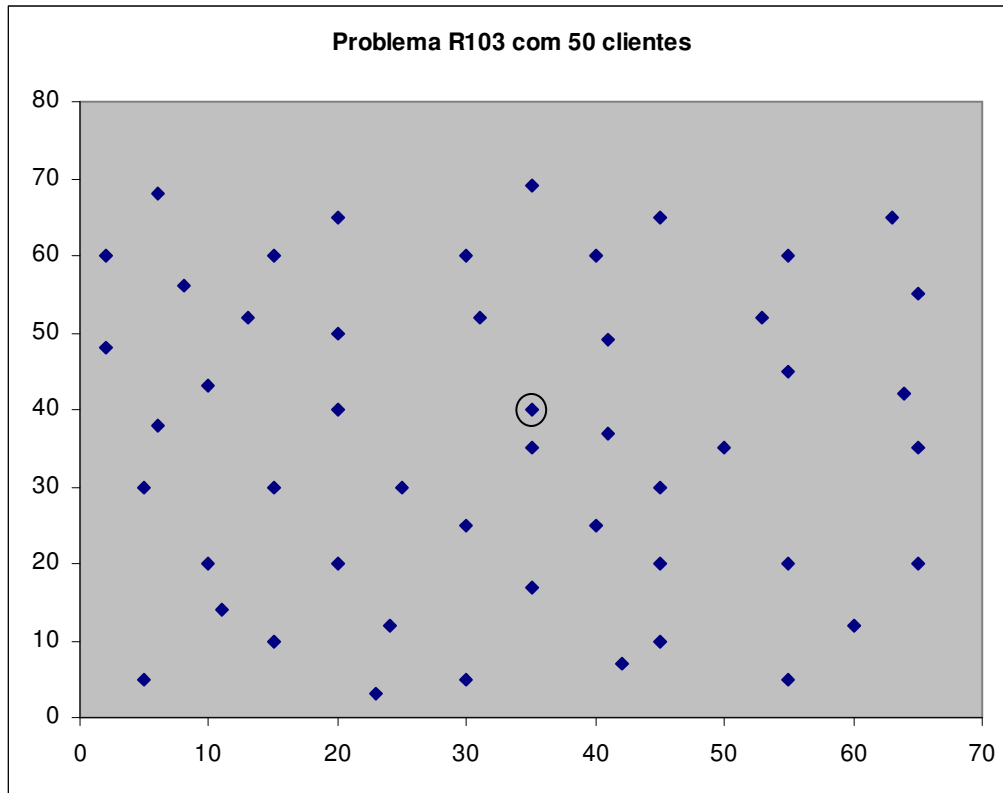


Figura 12 – Disposição geográfica dos clientes no problema R103

Aplicando o *Nearest Neighbor* a este problema, com parâmetros  $a = 0,7$ ,  $b = 0,15$  e  $c = 0,15$ , chegamos a uma solução com 9 veículos, de comprimento total igual a 1009,9. A melhor solução para o problema indicada no *website* possui comprimento de 772,9, também com 9 veículos.

Aplicando o MACS-VRPTW, chegamos a uma melhor solução de comprimento 896,34, porém com apenas 8 veículos. A solução do *Nearest Neighbor* é, portanto, 12,67% mais longa, além de usar um veículo a mais. Uma comparação com a melhor solução conhecida, novamente, é inviabilizada devido a diferenças nos objetivos. O processamento do algoritmo (executado três vezes) levou de 20 a 22 minutos, o que é aproximadamente dez vezes o tempo médio que os problemas de 25 nós levaram.

Estes seis problemas de características diversas envolvem muitos dos diferentes fatores que afetam o desempenho de algoritmos de resolução. A análise de suas soluções nos permite compreender melhor os mecanismos particulares de cada tipo de problema, possibilitando o desenvolvimento de modelos mais eficientes para cada caso.

A tabela abaixo resume todos os resultados obtidos através da simulação dos seis problemas apresentados. O comprimento indicado na coluna referente ao MACS-VRPTW corresponde à média dos comprimentos das soluções encontradas em cada uma das três simulações feitas para cada problema:

|        | Problema | MACS-VRPTW  |          | Nearest Neighbor |          | Melhor solução |          |
|--------|----------|-------------|----------|------------------|----------|----------------|----------|
|        |          | Comprimento | Veículos | Comprimento      | Veículos | Comprimento    | Veículos |
| 25 nós | R101     | 616,38      | 8        | 648,54           | 8        | 617,1          | 8        |
|        | R201     | 550,88      | 2        | 682,04           | 2        | 463,3          | 4        |
|        | C101     | 191,42      | 3        | 236,94           | 3        | 191,3          | 3        |
|        | RC101    | 461,85      | 4        | 515,14           | 5        | 461,1          | 4        |
|        | R111     | 475,30      | 4        | 536,36           | 5        | 428,5          | 5        |
| 50 nós | R103     | 896,34      | 8        | 1009,9           | 9        | 772,9          | 9        |

Quadro 20 – Resumo dos resultados obtidos nos problemas abordados

A aplicação dos algoritmos a problemas maiores que os apresentados (mais de 100 nós) não se mostra muito eficiente, levando mais de uma hora de execução para a obtenção de soluções de qualidade mediana. Entretanto, isso provavelmente acontece porque os *scripts* criados nesta dissertação não visaram uma otimização de performance, mas tão somente um funcionamento correto e simples, seguindo a idéia central do modelo proposto. Estes *scripts* podem certamente passar por um processo de otimização, a começar pela utilização de alguma linguagem de programação de nível mais baixo que o *Matlab*, como C++ ou outra, que apresentará um desempenho e uma velocidade muito superior.

Além das análises realizadas, também se mostra relevante uma análise de sensibilidade do parâmetro  $q\theta$ . Este parâmetro foi, para todas as simulações realizadas até agora, fixado em 0,9. Porém, é importante avaliar o impacto que uma variação deste valor causa na qualidade das soluções e nos tempos de processamentos. Para isso, será simulado o problema R101. Os resultados que

emergem de uma simulação com  $q0 = 0,9$  já são conhecidos. Agora, o problema será simulado novamente, porém com  $q0 = 0,7$  e com  $q0 = 0,5$ .

No primeiro caso, as três simulações com  $q0 = 0,7$  levaram a um comprimento médio das soluções de 616,13, o que é praticamente igual ao que se tinha quando  $q0 = 0,9$ . As simulações, entretanto, levaram em média cerca de 3 minutos, um pouco mais longas que anteriormente.

No segundo caso, o comprimento médio encontrado foi de 621,40, e o tempo médio das simulações ficou em torno de 4 minutos. Ou seja, pode-se perceber que o valor ideal de  $q0$  deve ser maior que 0,5 para que o desempenho do algoritmo como um todo se mostre mais eficiente. Em outras palavras, se as formigas forem desbravadoras em excesso ( $q0$  baixo), elas deixam de tirar o máximo do proveito do conhecimento acumulado, reduzindo a eficiência da busca como um todo.

Análises deste tipo poderiam ser estendidas para outros tipos de problemas, para que fosse possível avaliar se esta influência de  $q0$  se dá de forma equivalente; aqui, entretanto, o estudo de sensibilidade ficará restrito ao problema R101, ficando a sugestão para futuros desenvolvimentos.