

## Modelos Baseados no Comportamento de Formigas

Formigas são seres vivos relativamente simples. Entretanto, é interessante reparar que suas colônias costumam apresentar um nível de sofisticação estrutural e funcional que não parece condizer com os indivíduos que as habitam. Isso se dá devido ao fato das formigas serem indivíduos sociais, ou seja, que interagem entre si e que unem forças para o atendimento de metas mais complexas. Um exemplo disso é a busca por alimento. Uma formiga poderia vagar pela superfície à procura de alimento, eventualmente teria sucesso e retornaria à colônia com o produto encontrado. Uma nova formiga, porém, precisaria passar pelo mesmo processo aleatório para encontrar comida, tendo as mesmas chances de sucesso. O que se observa, entretanto, é uma colaboração mútua das formigas para otimizar esta procura por alimento.

Cada formiga, ao se locomover, deposita uma certa quantidade de ferormônios em seu caminho. Os ferormônios são substâncias que uma grande parte dos seres vivos é capaz de produzir, e que são detectáveis por outros indivíduos da mesma espécie. Uma formiga que se lança à procura por alimento tende a seguir caminhos onde essa concentração de ferormônios for maior, ou seja, por onde um maior número de formigas tenha passado. Isso pode ser caracterizado como um conhecimento coletivo acumulado, pois conforme o tempo passa, as contribuições individuais de cada formiga, que isoladamente não são muito significativas, se acumulam e passam a indicar a melhor solução global para a situação.

Esse comportamento pode ser exemplificado através de um experimento muito simples. Primeiramente deve-se observar o caminho que um grupo de formigas percorre entre sua colônia e uma dada fonte de alimentos. Supondo uma situação de estabilidade, a grande maioria das formigas normalmente caminha por um caminho único, que é o melhor encontrado por elas. Disponha, então, um obstáculo neste caminho, de forma a obstruir a rota das formigas, fazendo com que as formigas tenham que optar por desviar para um lado ou para o outro do obstáculo, visando alcançar a mesma fonte de alimento. O que se vê inicialmente é um número equivalente de formigas se dirigirem para um lado e para o outro do

obstáculo. Entretanto, conforme o tempo passa, as formigas que escolhem o caminho mais curto retornam em menos tempo para a colônia, dado que a velocidade média das formigas não varia de forma significativa de indivíduo para indivíduo. Como elas voltam para a colônia em um intervalo de tempo mais curto, a densidade de ferormônios no caminho mais curto aumenta mais rapidamente, o que motiva cada vez mais formigas a seguirem por este lado. Dentro de pouco tempo, o que se pode observar é que a maioria absoluta das formigas escolhe este caminho de maior densidade de ferormônios, que corresponde ao caminho mais curto até a fonte de alimentos, otimizando seu trabalho.

Podemos ilustrar o procedimento de forma simples através das duas primeiras formigas que partem para a procura de alimento, por dois caminhos distintos. Suponhamos que as formigas deixam a colônia ao mesmo tempo, com a mesma velocidade. A formiga que segue pelo caminho mais curto chega ao alimento após um intervalo  $x$  de tempo, enquanto que a formiga que segue pelo caminho mais longo leva  $x + \Delta t$  para chegar ao mesmo lugar. A primeira formiga retorna à colônia após um intervalo de tempo de  $2x$  (desconsiderando o tempo gasto para coletar o alimento, que deve ser igual para ambas as formigas), enquanto que a segunda leva  $2(x + \Delta t)$ . Ou seja, durante o intervalo de tempo  $[2x, 2(x + \Delta t)]$ , de duração igual a  $2\Delta t$ , a situação que encontramos é uma densidade de ferormônios duas vezes maior na seção inicial do caminho mais curto que na seção inicial do caminho mais longo, pois a formiga que optou pelo caminho mais curto já percorreu o percurso por inteiro por duas vezes (ida e volta). A segunda formiga provavelmente ainda estará no seu caminho de volta, fazendo com que a seção inicial de seu caminho só tenha sido percorrido uma única vez, durante a viagem de ida ao alimento. Então, para uma formiga que deixe a colônia em busca de alimento durante o dado intervalo de tempo de duração igual a  $2\Delta t$ , o caminho mais curto parecerá duas vezes mais atrativo, devido à sua densidade de ferormônios superior. Esse processo deixa o caminho mais curto cada vez mais atrativo conforme o tempo passa.

Uma outra forma de entender o que se passa, pode ser pela densidade de ferormônios por unidade de comprimento. Suponha duas formigas que deixam uma colônia no mesmo momento, e tomam caminhos diferentes até o alimento, retornando em seguida para a colônia. As formigas possuem a mesma velocidade e depositam ferormônios com uma mesma vazão (em microgramas por segundo,

por exemplo). Sendo assim, no instante que a formiga que optou pelo caminho mais curto chegar de volta à colônia, digamos no instante  $T$ , ambas as formigas já depositaram uma certa quantidade  $X$  de ferormônios, pois o tempo  $T$  decorrido desde que as formigas começaram a depositar seus ferormônios foi o mesmo. Porém, a formiga que optou pelo caminho mais curto depositou esta quantidade  $X$  de ferormônios ao longo de um comprimento  $L$ , enquanto que a outra formiga o fez ao longo de um comprimento  $M > L$ . Sendo assim, a densidade média de ferormônios do percurso de comprimento  $L$  será maior que ao longo do percurso de comprimento  $M$ , deixando-o mais atrativo para futuras formigas.

Independentemente da maneira de entender o que se passa, o que ocorre na natureza é uma transmissão de informação entre formigas. Essa espécie de comunicação entre as formigas através de ferormônios é conhecida como stigmergia, palavra que vem do grego stigma (marca) e ergon (trabalho), ou seja, trabalho através de marcas ou sinais. Em resumo, esta forma de comportamento das formigas em busca por alimento diz que caminhos mais curtos serão percorridos em menos tempo, o que faz com que ferormônios sejam depositados mais rapidamente, estimulando as formigas a utilizarem mais ainda este caminho. Uma formiga individualmente é capaz de encontrar uma solução para o problema, mas muito provavelmente tal solução não será de boa qualidade. O conhecimento que é formado a partir de um conjunto maior de formigas que é responsável pela obtenção de soluções melhores.

Um problema poderia surgir após uma análise mais detalhada: em uma situação transitória inicial, quando ainda não há acúmulo de ferormônios em nenhum caminho em especial, um caminho que não o mais curto poderia acabar sendo selecionado com uma frequência relativamente maior que os outros, pois ainda não há informação consistente de ferormônios nos caminhos disponíveis, e as formigas ainda estão atuando de forma aleatória. Esse caminho teria, então, sua densidade de ferormônios incrementada pelas formigas que o percorrem, tornando-se erroneamente atrativo. Isso poderia fazer com que o sistema tendesse para um equilíbrio diferente do ótimo devido a essas perturbações iniciais. É aí que se mostra importante a evaporação dos ferormônios. Com o tempo, a densidade de ferormônios tende a decrescer como resultado da evaporação, o que faz com que informações mais antigas sejam gradativamente descartadas. Além disso, o comportamento das formigas pode ser considerado em parte

probabilístico e em parte baseado em conhecimento passado, como veremos nas próximas seções. Dessa forma, sempre existirá em cada formiga uma probabilidade de que ela siga por um caminho que não seja o mais atrativo. Essas medidas garantem que as situações transitórias iniciais não interferirão na procura pela solução ótima.

A partir do comportamento das formigas descrito acima, desenvolveu-se um campo de estudos de algoritmos que se utilizam de alguns desses princípios na resolução de problemas de otimização discreta. Para tornar estes algoritmos ainda mais eficientes, algumas funcionalidades e particularidades podem ser acrescentadas, mas a essência dos sistemas reside no comportamento observado na natureza. O assunto foi primeiramente abordado em 1991, por Dorigo, Maniezzo & Colorni [1], que propuseram um modelo denominado *Ant System* (AS) para a resolução do problema do caixeiro viajante. Em 1996, Dorigo e Gambardella [2] criaram o *Ant Colony System* (ACS) a partir do AS, o que representou um novo avanço no desempenho dos algoritmos, e aplicaram este modelo também ao TSP, atingindo resultados motivadores. Em 1997, Bullnheimer, Hartl e Strauss [3] aplicaram pela primeira vez a otimização baseada em colônias de formigas ao problema de roteirização de veículos (VRP), através de um modelo baseado no AS, que ficou denominado por AS-VRP. Muitos outros modelos surgiram ao longo da década de 90, em aplicações tais como o problema de seqüenciamento de tarefas, de coloração de grafos, e mesmo no TSP e no VRP. Entretanto, um dos modelos mais importantes, que é o foco principal desta dissertação, é o *Multiple Ant Colony System* aplicado ao problema de roteirização de veículos com janelas de tempo (MACS-VRPTW), proposto por Gambardella, Taillard e Agazzi [4] em 1999, como um desenvolvimento do ACS. Este modelo será estudado em detalhe ao longo deste trabalho. Os modelos AS e ACS também serão apresentados devido à importância que tiveram e ainda têm no desenvolvimento de novos algoritmos baseados em colônias de formigas, e devido ao papel fundamental que representam na compreensão do MACS-VRPTW.

Os algoritmos baseados em colônias de formigas consistem na busca por uma solução ótima para um dado problema através de indivíduos independentes que contribuem e cooperam entre si. As formigas são emuladas computacionalmente, e com o auxílio de modelos probabilísticos, definem-se quais decisões cada uma delas tomaria em uma situação real. O princípio dos

depósitos de ferormônios é mantido, ou seja, cada formiga individualmente é capaz de depositar ferormônios em seu caminho, e outras formigas são capazes de identificar este rastro, e de tomar decisões probabilísticas baseadas nestas informações. Os algoritmos funcionam na base de iterações, ou passos, nos quais um certo número de formigas tem seu comportamento devidamente determinado pelo modelo e registrado. Estes passos são discretos, e a execução da simulação consiste em uma sequência de passos, ou iterações, que representam o passar do tempo no mundo real.

Algumas habilidades extras são incluídas no modelo computacional, como, por exemplo, uma memória para cada formiga, que faz com que ela mantenha um registro dos lugares que já visitou. Isso facilitará em muito a procura pela melhor solução para os problemas abordados como veremos adiante. Outra habilidade incluída é o depósito de ferormônios em quantidade proporcional à qualidade da solução encontrada por ela. Podemos utilizar ainda um depósito de ferormônios retroativo, ou seja, podemos avaliar o quão boa uma solução encontrada é, para só então realizarmos os depósitos de ferormônios no caminho que a dada formiga percorreu. Muitas outras modificações podem ser incluídas, que apesar de não corresponderem propriamente a características encontradas na natureza, consistem em melhoramentos visando um funcionamento mais eficiente do algoritmo.

Nas seções seguintes, estes conceitos ficarão mais claros e serão mais detalhados com o auxílio de notação matemática. Os algoritmos de colônias de formigas possuem diversas aplicações, tais como o problema do caixeiro viajante, o problema de roteirização de veículos, de roteamento em uma rede de comunicações, e muitos outros. Neste trabalho, abordaremos inicialmente o problema do caixeiro viajante; com base nele, descreveremos o problema que é objeto desta dissertação: o problema de roteirização de veículos, que pode ser visto como o caso generalizado do TSP, com o complicador adicional de janelas de tempo. Os conceitos vistos até agora serão mais facilmente compreendidos quando contextualizados no problema específico que trataremos.