4
O Campo-livre, seus cenários e protagonistas.

4.1.
Geral

A observação sobre a estrutura da solução do SASSI2000 mostra que toda a participação do terreno no problema de interação solo-estrutura é caracterizada mediante:

a. A definição de um ambiente composto por um semi-espaço subjacente a uma sucessão de camadas horizontais do terreno, de número e espessura variáveis, mas, finitos, e de comprimento infinito;

b. A definição de um movimento do terreno emergente do semi-espaço composto por ondas de corpo, P, SV ou SH, inclinadas de um ângulo α com a vertical;

c. Inclusão também, na composição desse campo de ondas, de ondas superficiais R(Rayleigh) ou L(Love), conforme o caso (P ou SV, ou SH), como uma fração do campo total;

d. A fixação da direção e de um ponto de controle no movimento do terreno na superfície de uma das camadas horizontais sobrejacentes ao semi-espaço;

e. A definição de uma matriz de impedância, X_{ff}, do solo escavado, correspondente ao volume de solo coincidente com a porção enterrada da estrutura;

f. O movimento de controle do terreno por um ou mais acelerogramas associados ao ponto de controle.

Todos os itens descritos, menos os dois últimos, constituem o elenco para a chamada solução do campo-livre, isto é, a definição, a partir do ponto de controle e da direção do movimento, da composição do campo cinemático ao longo de todo o cenário abaixo da superfície do terreno, camada por camada, e, em particular, dos nós de interação entre a estrutura e o terreno.

4.2. Cenários do campo-livre no ambiente SASSI2000

4.2.1. O cenário matemático

O cenário matemático é definido pelas equações (4.1), (4.3), (4.4) e (4.5), as quais fornecem as respostas, por freqüência(ω), em qualquer ponto das superfícies das camadas do solo. Definindo-se pontos na vertical do ponto de controle obtém-se a deformada do terreno para a onda correspondente, com a amplitude unitária. A expressão (4.2) propaga, a partir do ponto de controle, as componentes de deslocamentos, uma por uma, camada por camada, e fica em condições de quando solicitada fornecer os valores finais do movimento do campo-livre em cada vertical do modelo, afastada da distância x do ponto de controle.

4.2.1.1. Ondas P e SV inclinadas

O terreno é representado pelo sistema de n camadas sobre um semi-espaço com a onda de corpo incidindo no topo do semi-espaço, na vertical do ponto de controle, onde são calculados os deslocamentos de campo-livre nas direções x e z, como mostrado na Figura 4.1. Chen (1980) formula a Equação (4.1), que representa a equação de movimento para ondas P e SV incidentes.

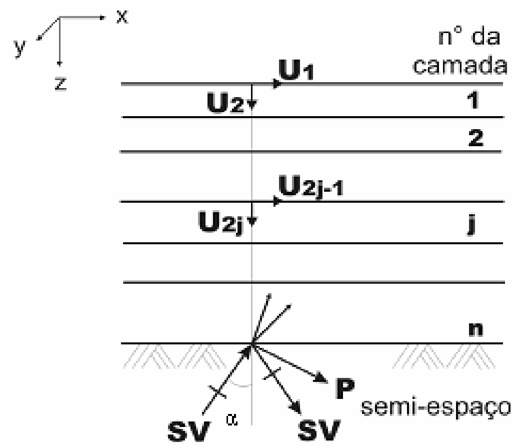

Figura 4.1 - Modelo de onda SV plana incidente. Fonte: manual teórico do SASSI2000.

$$\left([A]k^2 + [\overline{B}]k + [G] - \omega^2[M]\right) \cdot \{U\} = \{0 \quad P_b\}^T \tag{4.1}$$

Onde: $[A]$, $[\overline{B}]$, $[G]$ e $[M]$ - matrizes da ordem (2n+2) x (2n+2), que consideram as propriedades de cada camada de solo tais como altura, massa específica, módulo de elasticidade transversal, descritas no Manual Teórico do SASSI (1988).

$\{P_b\}$ - vetor de carregamento no topo do semi-espaço (base da camada n), com duas componentes, dependente da constituição do campo de ondas e do ângulo de incidência das mesmas.

$k = \omega/V_a$ - número de onda, sendo V_a a velocidade de propagação da onda.

$\{U\}$ - vetor de deslocamentos, na vertical do ponto de controle, obtido da resolução da Equação (4.1).

Depois de calculados os deslocamentos na vertical do ponto de controle, esses são propagados horizontalmente, nas interfaces das camadas, até os pontos de interação, seguindo-se a Equação (4.2).

$$\{U(x)\} = \delta\{U\}\exp(-ikx) \tag{4.2}$$

Onde: δ - fator de participação modal da freqüência de análise obtido do movimento de controle, no ponto de controle.

Assim, o vetor $\{U(x)\}=\{U'_f\}$ é usado na Equação (3.5) para resolver o problema de interação solo-estrutura.

4.2.1.2.
Ondas SH inclinadas

Chen (1980) apresenta uma técnica similar à das ondas P e SV, agora correspondendo ao modelo da Figura 4.2. Nesse caso a equação de movimento torna-se:

$$\left([A]k^2+[G]-\omega^2[M]\right)\cdot\{U\}=\{0 \quad P_b\}^T \tag{4.3}$$

Onde: $[A]$, $[G]$ e $[M]$ - matrizes de ordem (n+1) x (n+1).

$\{P_b\}$ - vetor de carregamento de ordem (n+1).

$\{U\}$ - vetor de deslocamentos calculado na vertical do ponto de controle e, posteriormente, propagado pela Equação (4.2) até os nós de interação.

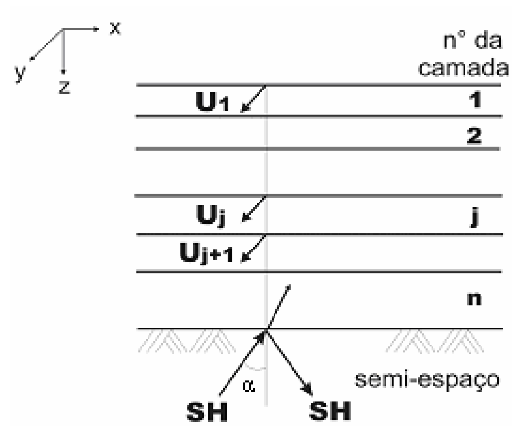

Figura 4.2 - Modelo de onda plana SH incidente. Fonte: manual teórico do SASSI2000.

4.2.1.3.
Ondas de Rayleigh, R

A formulação para esse tipo de onda recai num problema de autovalores no domínio de freqüência, para o modelo mostrado na Figura 4.3, e com a seguinte equação característica, de acordo com Wass (Manual Teórico do SASSI, 1988):

$$\left([A]k^2 + i[B]k + [G] - \omega^2[M]\right)\cdot\{W\} = \{0\} \tag{4.4}$$

Onde: $\{W\}$ e k - 2n modos e 2n números de onda correspondentes aos autovetores e autovalores, respectivamente.

No programa, a excitação de um problema prático é definida pelo ponto de controle e pela série temporal do movimento do terreno nesse mesmo local o que, de fato, define o movimento de uma componente particular dessas 2n configurações modais; neste caso é necessário escolher a configuração mais adequada para representar a solução do problema. Por outro lado, uma vez que as ondas superficiais, caso da onda R, são altamente dissipativas, ou seja, o amortecimento é maior nos modos mais elevados, pode-se admitir que só o modo fundamental desloca-se à distância. Esta escolha é feita por meio de um dos dois métodos disponíveis no SASSI (shortest wavelength e o least decay) e definidos no Manual Teórico do SASSI (1988), dependendo das características dos solos presentes no perfil do terreno.

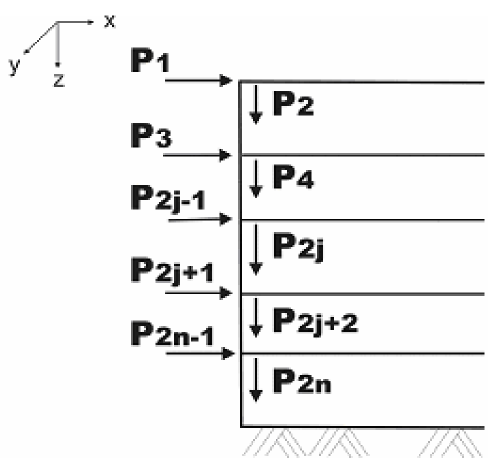

Figura 4.3 - Graus de liberdade para ondas de Rayleigh. Fonte: manual teórico do SASSI2000.

Uma vez definido o modo fundamental, o prosseguimento para definição dos deslocamentos $\{U'_f\}$ é o mesmo já apresentado. Entretanto, na prática, somente uma pequena fração δ de ondas superficiais está contida no movimento de controle.

Os 2n modos e os respectivos números de onda são usados também na definição das condições dos contornos transmissores, para movimentos da onda no plano do modelo do terreno, importantes na geração da matriz de impedância para problemas 2-D.

4.2.1.4. Ondas de Love, L

Os deslocamentos são horizontais e normais ao plano de propagação. O tratamento é similar ao da onda de Rayleigh, com redução da ordem para n. Utiliza-se a Figura 4.4 para representar o modelo do terreno e a Equação (4.5) para cálculo dos n modos e n números de onda.

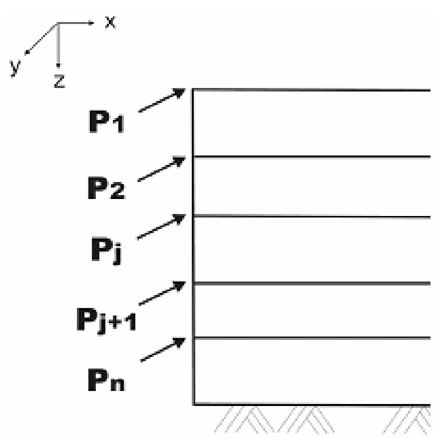

Figura 4.4 - Graus de liberdade ondas de Love. Fonte: manual teórico do SASSI2000.

$$\left([A]k^2 + [G] - \omega^2[M]\right)\cdot\{W\} = \{0\} \tag{4.5}$$

Os n modos e respectivos números de onda, também são usados na definição das condições dos contornos transmissores, para movimentos agora fora do plano do modelo do terreno, em problemas axissimétricos.

4.2.2. Cenários físicos

O cenário do sítio é constituído pela definição do espaço, suas características e seus limites, promovendo assim a definição física do campo-livre através da geometria, propriedades físicas e mecânicas do sítio, item ***a***. É através das equações de resolução que se desenvolve todo o movimento do campo-livre.

O cenário da excitação é montado com os elementos dos itens ***b*** a ***d***. Desenvolve-se a partir do campo de ondas definido por ***b*** e ***c*** e com uma definição do movimento de controle, no ponto de controle, em posição e direção da aceleração do terreno, item ***d***.

4.3. Protagonistas e seus papéis nos cenários do campo-livre

No cenário do sítio destacam-se as seguintes grandezas:

- propriedades do terreno: velocidades de propagação das ondas(V_P e V_S), massa específica(ρ), e amortecimento(ξ_P, ξ_S).
- número de camadas e espessuras das camadas.

No cenário da excitação destacam-se as seguintes grandezas:

- ângulo (α) de inclinação da onda emergente do semi-espaço, o número de onda (k), e os tipos de onda, de corpo (P,SV,SH) e superficiais (R,L).

Com relação aos tipos de onda, pode-se entender que as ondas de corpo influenciam no movimento do solo na direção correspondente às suas características, ou seja, definindo o ângulo de inclinação da onda em 0º, a onda P atuará na direção Z do solo, pois, a mesma é uma onda de dilatação, já a onda SV atua na direção X do solo devido a sua característica cisalhante. A onda SH atua na direção fora do plano, mostrando assim o desenvolvimento do deslocamento do solo na direção Y. As ondas de superfície, como o próprio nome já diz, atuam nas camadas superiores alterando as amplitudes dos deslocamentos.

Essencialmente, esses elementos definem a geometria, as freqüências, o amortecimento e as configurações dos modos.

As velocidades de propagação das ondas nas camadas, juntamente com o coeficiente de amortecimento do solo definem os módulos longitudinais e transversais de cada camada do solo e, conseqüentemente, as matrizes de rigidez do solo, como demonstrado a seguir:

Módulos complexos de elasticidade transversal G^* e longitudinal M^* do solo confinado, por camada, respectivamente:

$$G^* = G(1-2\xi_S^2) + G(2i\xi_S\sqrt{(1-\xi_S^2)}) \text{, onde } G = \frac{V_S^2\gamma}{g}$$

$$M^* = M(1-2\xi_P^2) + M(2i\xi_P\sqrt{(1-\xi_P^2)}) \text{, onde } M = \frac{V_P^2\gamma}{g}$$

As matrizes das propriedades do solo são as seguintes:

$$\mathbf{A} = \frac{h}{6}\begin{bmatrix} 2(\lambda^* + 2G^*) & 0 & \lambda^* + 2G^* & 0 \\ 0 & 2G^* & 0 & G \\ \lambda^* + 2G^* & 0 & 2(\lambda^* + 2G^*) & 0 \\ 0 & G^* & 0 & 2G^* \end{bmatrix}$$

$$\overline{\mathbf{B}} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 & 3G^* - M^* & 0 & -(G^* - M^*) \\ 3G^* - M^* & 0 & G^* - M^* & 0 \\ 0 & G^* - M^* & 0 & -(3G^* - M^*) \\ -(G^* - M^*) & 0 & -(3G^* - M^*) & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G} = \frac{1}{h}\begin{bmatrix} G^* & 0 & -G^* & 0 \\ 0 & \lambda^* + 2G^* & 0 & -(\lambda^* + 2G^*) \\ -G^* & 0 & G^* & 0 \\ 0 & -(\lambda^* + 2G^*) & 0 & \lambda^* + 2G^* \end{bmatrix}$$

Constante de Lamé $\lambda^\bullet$ complexa:

$$\lambda^* = -2G^* + M^*$$

A massa específica juntamente com a espessura da camada define a massa correspondente para cada camada e a matriz de massa do solo.

Matriz de massa:

$$\mathbf{M} = fc\frac{h\gamma}{6g}\begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} + (1 - fc)\frac{h\gamma}{2g}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

fc é o fator de combinação entre as matrizes de massa concentrada e distribuída. Geralmente utilizado igual a 0,5.

O amortecimento introduz o conceito da chamada freqüência amortecida. Como demonstrado pela equação a seguir:

$$\omega_a = \omega_0\sqrt{1-\xi^2}$$

O número de camadas e as espessuras das mesmas também definem a discretização do modelo.

O ângulo de incidência da onda está intimamente ligado ao número de onda e, verifica-se que vem a influenciar as freqüências do sistema, pois, o mesmo desperta o acoplamento latente na estrutura do solo. Na utilização do ângulo de inclinação da onda existem algumas particularidades, pois, quando se trabalha com propagação de ondas utilizam-se os conceitos da Lei Snell e, para uma onda incidindo no topo do semi-espaço, um dos efeitos que deve ser levado em consideração é a reflexão da onda, pois, uma onda P ou SV incidindo no semi-espaço reflete e refrata onda SV e onda P.

Segundo a Lei de Snell tem-se o seguinte para uma onda P incidente:

$$\frac{sen\alpha_{Pi}}{sen\alpha_{Sr}} = \frac{V_P}{V_S} \quad \Rightarrow sen\alpha_{Sr} = \frac{V_S}{V_P}sen\alpha_{Pi}$$

Subentende-se que o ângulo refletido da onda SV para uma onda P incidente nunca chega a 90º, quando se tem um ângulo de incidência variando de 0 a 90º, pois, a velocidade da onda SV ser menor que a da onda P.

Já para uma onda SV incidente:

$$\frac{sen\alpha_{Si}}{sen\alpha_{\mathrm{Pr}}} = \frac{V_S}{V_P} \Rightarrow sen\alpha_{\mathrm{Pr}} = \frac{V_P}{V_S}sen\alpha_{Si}$$

Subentende-se que o ângulo refletido da onda P para uma onda SV incidente poderá ser 90º, pois, a velocidade da onda P é sempre maior que a da onda SV. Então, nessa situação, chama-se o ângulo de incidência de ângulo crítico, pois, o mesmo causa efeitos divergentes na resposta da excitação.

Para $\alpha \neq 0$, tanto para a onda P ou SV incidente, formam-se, no terreno estratificado, ondas P e SV, refratadas, o que corresponde a um acoplamento dos movimentos horizontal e vertical do solo. Esta situação é promovida pela necessidade de compatibilização dos movimentos no topo de todas as camadas, inclusive o semi-espaço, o que faz que uma onda P ou SV incidente gere P e SV refratadas. Tal argumento torna-se visível se a mola K_S, por exemplo, for inclinada de um ângulo α com a horizontal, ver Figura 4.6.

A observação das equações (4.1) e (4.7) mostra que o número de onda k participa no vetor de carregamento e na avaliação da rigidez do modelo, isso mostra que o número de onda k pode alterar as freqüências do sistema.

Até que ponto o número de onda k influencia nas freqüências do sistema, é abordado com os resultados das análises.

No tocante à participação do número de onda k na propagação horizontal, equação (4.2), pode-se inferir que, dependendo da freqüência de análise em uso, a exponencial responsável pelo decremento da amplitude com a distância possui curvaturas de diferentes deslocamentos, para cada freqüência de análise.

É importante ressaltar, que no cálculo do número de onda sempre são levadas em consideração as velocidades de propagação das ondas no semi-espaço. Equações matemáticas:

$$\{P_b\} = G^* k^2 [\alpha'] \begin{Bmatrix} A_1 \\ B_1 \end{Bmatrix} + G^* k^2 [\beta'] \begin{Bmatrix} A_2 \\ B_2 \end{Bmatrix} \tag{4.7}$$

$k = \dfrac{\omega}{V_a}$, número de onda incidente pelo semi-espaço.

$$[\alpha'] = \begin{bmatrix} 2a & (b^2-1) \\ (b^2-1)i & -2bi \end{bmatrix}, [\beta'] = \begin{bmatrix} -2a & (b^2-1) \\ -(b^2-1)i & 2bi \end{bmatrix}$$

A_1, B_1, A_2, B_2 = coeficientes complexos representando as amplitudes da onda incidente P (A_1) ou SV (B_1) e refletidas (A_2 e B_2).

V_a = velocidade de fase aparente complexa ao longo da interface do semi-espaço. Calculada com propriedades do semi-espaço da seguinte forma:

$V_a = \dfrac{V_{Sb}}{sen(\alpha_i)}$ se onda SV incidente, e $V_a = \dfrac{V_{Pb}}{sen(\alpha_i)}$ se onda P incidente.

$a = \sqrt{\left(\dfrac{V_a}{V_{Pb}}\right)^2 - 1}$, onde $V_{Pb} = \sqrt{\dfrac{M^* g}{\gamma}}$, velocidade de onda P complexa no semi-espaço

$b = \sqrt{\left(\dfrac{V_a}{V_{Sb}}\right)^2 - 1}$, onde $V_{Sb} = \sqrt{\dfrac{G^* g}{\gamma}}$, velocidade de onda S complexa no semi-espaço.

Uma forma simplificada para calcular freqüências de referência é a adoção de um sistema como o da Figura 4.5, ou seja, um edifício de múltiplos andares carregado lateralmente, sendo o número de andares correspondente ao número de camadas do terreno, como apresentado na dissertação de mestrado de Dalcanal (2004). Essa estrutura trabalha exclusivamente ao cortante e a resolução da mesma recai sobre uma equação de segunda ordem da forma:

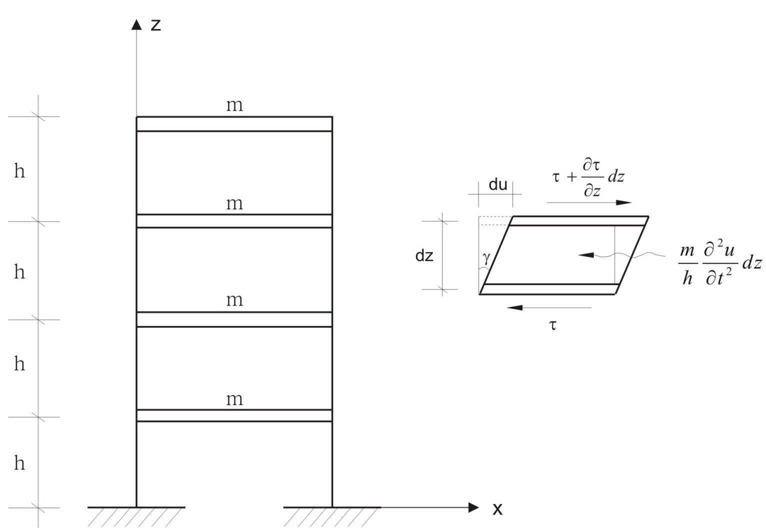

Figura 4.5 - Modelo simplificado para representação do terreno: estrutura trabalhando ao cortante.

$$\frac{k_m h}{m}\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \tag{4.8}$$

Onde: k_m - coeficiente de rigidez por metro, ou seja, força para deslocar um metro por metro.

h - altura do andar, ou seja, espessura da camada do terreno.

m - massa por andar.

u - deslocamento.

Que fornece as seguintes freqüências naturais como solução da equação:

$$\omega_{0_n} = \left(n - \frac{1}{2}\right)\pi\sqrt{\frac{k_m h}{mH^2}} \tag{4.9}$$

Onde: H - altura total do edifício, ou seja, espessura do terreno.

Admite-se também, para representação do campo-livre, a seguinte geometria: profundidade (b) unitária e largura (l) igual a oito vezes a altura da camada. A massa por andar adotada é igual à metade da massa do terreno contida no andar, ou seja:

$$m = \frac{Ms}{2} = \frac{\gamma_s blh}{2} \tag{4.10}$$

Onde: Ms - massa de terreno do andar.

γ_s - massa específica do material do terreno.

Tem-se que, na horizontal, o terreno trabalha ao cisalhamento, assim a rigidez horizontal, considerando deslocamento unitário, é:

$$k_h = \frac{lbG}{h}\left(\frac{kN}{m}\right) \tag{4.11}$$

Onde: G – módulo de elasticidade transversal do material do terreno.

Considerando-se agora o movimento segundo Z, onda P, o terreno trabalha axialmente, portanto a rigidez é dada por:

$$k_v = \frac{Ebl}{h}\left(\frac{kN}{m}\right) \tag{4.12}$$

Onde: E - módulo de elasticidade longitudinal do solo.

As características físicas do modelo são as seguintes:

Tabela 4.1 - Características físicas do modelo

γ_s(t)	l (m)	h (m)	m (t)	H (m)
1.85	16	2	29.6	12

Os resultados dos cálculos das freqüências de referência estão apresentadas na Tabela 4.2.

Tabela 4.2 - Freqüências de referência

CÁLCULO DAS FREQUÊNCIAS DO SISTEMA - SOLO 1							
NUM	V_S (m/s)	RIGID. (KN/m)	FREQ(HZ)	NUM	V_P (m/s)	RIGID. (KN/m)	FREQ(HZ)
1	1600	38621814.48	**33.65**	**2**	2500	94291539.25	**52.59**
3	1600	"	**100.96**	**4**	2500	"	**157.76**
5	1600	"	**168.27**	**7**	2500	"	**262.93**
6	1600	"	**235.58**	**9**	2500	"	**368.10**
8	1600	"	**302.89**	**11**	2500	"	**473.27**
10	1600	"	**370.20**	**12**	2500	"	**578.44**
CÁLCULO DAS FREQUÊNCIAS DO SISTEMA - SOLO 2							
NUM	V_S (m/s)	RIGID. (KN/m)	FREQ(HZ)	NUM	V_P (m/s)	RIGID. (KN/m)	FREQ(HZ)
1	1200	21724770.64	**25.24**	**2**	1900	54462793.07	**39.96**
3	1200	"	**75.72**	**4**	1900	"	**119.89**
5	1200	"	**126.20**	**7**	1900	"	**199.82**
6	1200	"	**176.69**	**10**	1900	"	**279.75**
8	1200	"	**227.17**	**11**	1900	"	**359.68**
9	1200	"	**277.65**	**12**	1900	"	**439.61**
CÁLCULO DAS FREQUÊNCIAS DO SISTEMA - SOLO 3							
NUM	V_S (m/s)	RIGID. (KN/m)	FREQ(HZ)	NUM	V_P (m/s)	RIGID. (KN/m)	FREQ(HZ)
1	800	9655453.62	**16.83**	**2**	1300	25496432.21	**27.34**
3	800	"	**50.48**	**4**	1300	"	**82.03**
5	800	"	**84.14**	**7**	1300	"	**136.72**
6	800	"	**117.79**	**10**	1300	"	**191.41**
8	800	"	**151.45**	**11**	1300	"	**246.10**
9	800	"	**185.10**	**12**	1300	"	**300.79**

Na Tabela 4.2 as freqüências são numeradas em ordem crescente e são apresentados resultados para três tipos de solo, os quais estão caracterizados pelas suas velocidades V_S e V_P.

Levando em consideração um modelo simples de uma camada com um ângulo de incidência das ondas igual a 0º, sem acoplamento entre os movimentos segundo x e z e sem amortecimento, ver figura 4.6, podem-se calcular freqüências e demonstrar o comportamento da função de transferência.

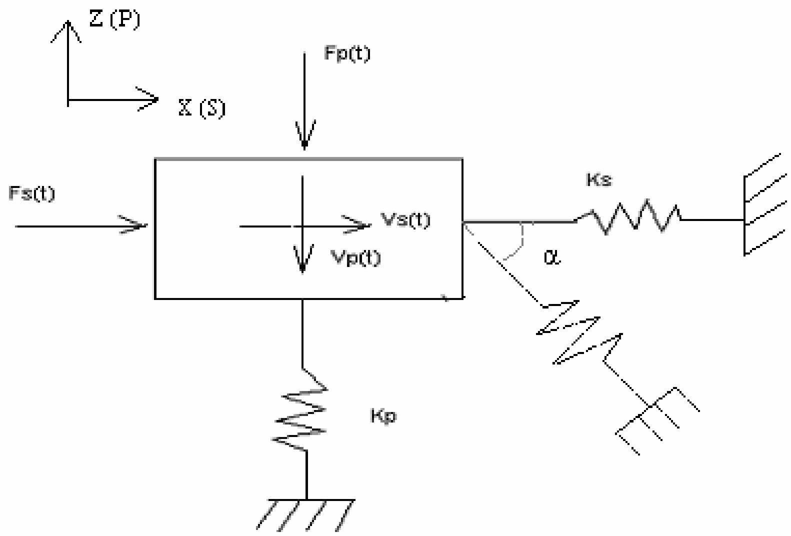

Figura 4.6 - Modelo simplificado de uma camada.

$$\begin{aligned} m.\ddot{v}_P + K_P.\ddot{v}_P &= F_P(t) \\ m.\ddot{v}_S + K_S.\ddot{v}_S &= F_S(t) \end{aligned} \quad \rightarrow \quad \begin{aligned} &\omega^2{}_{0P} = \frac{K_P}{m}; \omega^2{}_{0S} = \frac{K_S}{m} \\ &\omega_{0P} > \omega_{0S}; \frac{K_P}{K_S} = \frac{E}{G} = 2(1+\upsilon) \end{aligned}$$

$$\rightarrow \quad \begin{aligned} H(\omega)_P &\rightarrow \frac{1}{K_P.(1-\beta_P^2)} \\ H(\omega)_S &\rightarrow \frac{1}{K_S.(1-\beta_S^2)} \end{aligned} \qquad \therefore \quad \omega_{0P} = \omega_{0S}.\sqrt{\frac{K_P}{K_S}} = \omega_{0S}.\sqrt{2.(1+\upsilon)}$$

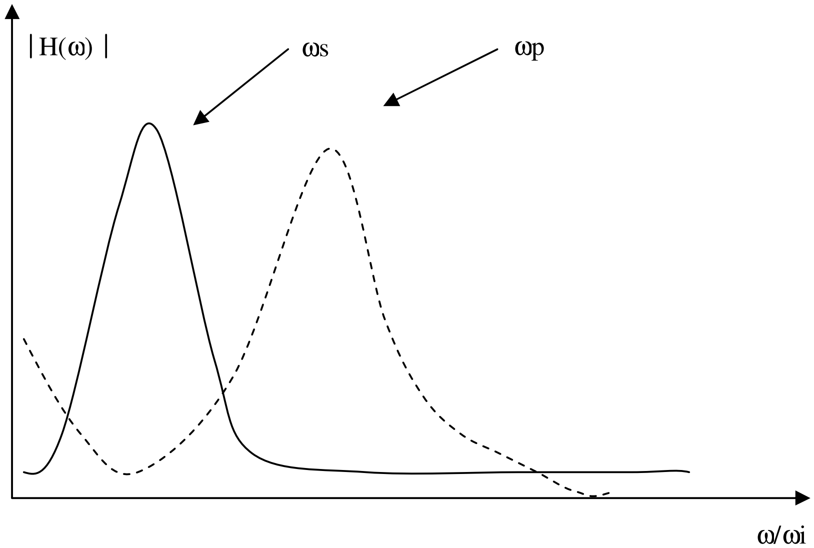

Figura 4.7 - Funções de transferência para o sistema simplificado de uma camada.

A Figura 4.7 demonstra a configuração das funções de transferências para a onda P, atuando na direção Z, e SV, atuando na direção X. As localizações dos picos indicam as freqüências naturais correspondentes para cada direção.