# 2 Incerteza

## 2.1. Conceito geral de Incerteza

Podem ser distinguidos essencialmente três tipos de incertezas sobre o conhecimento:

Incertezas de natureza aleatória: são também chamadas de *conhecimentos incertos*. A teoria da probabilidade fornece uma estrutura matemática para o estudo de tais fenômenos, que, mesmo que produzidos de maneira idêntica, apresentam a cada experiência resultados que variam de maneira imprevisível.

Conhecimentos incompletos:

- É o caso de um fenômeno aleatório cuja lei de probabilidade não está completamente especificada devido a informações incompletas.
- A incompletude pode ser devida à imprecisão das informações. É o caso de fenômenos aleatórios que, devido a informações incompletas, são caracterizados por conjuntos aleatórios ao invés de variáveis aleatórias, mais precisas.
- Um outro tipo de incompletude vem da utilização de leis gerais, tais como "tudo aquilo que é raro é caro", que aceitam exceções para as quais não é possível fornecer as características em detalhe.

Conhecimento vago ou impreciso: tipicamente um conhecimento vago ou impreciso é fornecido em termos lingüísticos e contém conceitos vagos tais como "bastante pequeno", "semelhante", "caro", etc. Isto aparece em particular em sistemas de decisão de especialistas. Um conhecimento impreciso pode ser também fornecido sob forma de um intervalo ou de um conjunto fuzzy.

Na prática, quando um processo é instrumentado através de sensores, os dados coletados apresentam na maioria do tempo incertezas de medição.

## 2.2. Incerteza como conceito mais amplo

Incerteza é um conceito que possui vários significados tais como a falta de certeza, hesitação, indecisão, perplexidade, ou mesmo dúvida. Na tentativa de modelar matematicamente estes significados, utilizam-se, entre outros, a teoria da probabilidade ou a teoria dos conjuntos *fuzzy* [1] [2].

*Fuzziness* descreve a ambigüidade de um evento. Ela mede o grau com que acontece um evento e não a sua ocorrência. Aleatoriedade descreve a incerteza da ocorrência de um evento. Um evento ocorre ou não, e pode-se apostar nisso.

Um evento ocorrer ou não é "aleatório". Com que grau ele ocorre é *fuzzy*. A ocorrência de um evento ambíguo - como quando dizemos que há *20% de chance* de cair uma chuva *fraca* amanhã - envolve a composição de incertezas, ou seja, a probabilidade de um evento fuzzy [3].

Como foi dito, a probabilidade tem sua origem na pergunta sobre se um evento ocorre ou não. Além disso, ela considera que a classe de um evento é definida de uma forma *crisp* (precisa) e que a lei de não contradição prevalece, isto é, $A \cap A^c = \varnothing$. Kosko [4] mostrou que *fuzziness* acontece quando a lei de não contradição (ou de forma equivalente a lei do meio excluído, $A \cup A^c = X$) é violada.

A seguir são apresentados três exemplos que ilustram as diferenças entre *fuzziness* e probabilidade.

### 2.2.1. O Paradoxo de Russell

Bertrand Russell foi o primeiro a assinalar que as leis de não contradição e do meio excluído podiam ser violadas através do seu exemplo do "barbeiro". O barbeiro de Russell é um homem barbado que vive em uma cidade e o letreiro da sua loja indica que ele faz a barba de uma pessoa *se e somente se* ela não faz a própria barba. A pergunta é: quem faz a barba do barbeiro? Se ele faz a própria barba, então por definição ele não faz. Mas se não é ele quem faz a própria barba, então por definição ele a faz. Ou seja, ele a faz e não faz. Daí a contradição ou paradoxo. Gaines [5] observou que esta situação paradoxal pode ser interpretada numericamente como descrito a seguir.

Seja *S* a proposição que o barbeiro faz a própria barba e *não-S* a que ele não a faz. Como *S* implica em não-*S* e vice-versa, as duas proposições são logicamente equivalentes, isto é, *S* = não-*S*. Proposições equivalentes têm o mesmo valor:

$$\begin{aligned} t(S) &= t(não - S) \\ &= 1 - t(S) \end{aligned} \tag{1}$$

Resolvendo para *t(S)* resulta no ponto central do intervalo [0, 1]: *t(S)* = 0,5. O ponto central é eqüidistante dos vértices 0 e 1. No caso bivalente (de dois valores), este valor não pode ser arredondado, logo o paradoxo acontece. Na lógica bivalente, as duas proposições *S* e *não-S* devem ter como valor zero ou a unidade. Contudo, no caso *fuzzy* o resultado é a meia-verdade que geometricamente corresponde ao centro do cubo *fuzzy*(1). A solução *fuzzy* do paradoxo utiliza somente o fato que os valores verdade são iguais. O valor de 0,5 do ponto central vem da estrutura do problema e do efeito de reversão de ordem da negação.

A teoria dos conjuntos *fuzzy* permite que uma classe de evento coexista com seu oposto ao mesmo tempo, mas com graus diferentes, ou no caso do paradoxo, com o mesmo grau diferente de zero ou um. No caso bivalente, tal situação é impossível, tendo probabilidade nula.

### 2.2.2. Exemplo das Garrafas

Existem várias semelhanças entre *fuzziness* e probabilidade. A maior semelhança, porém superficial e enganadora, é a que ambos sistemas quantificam a incerteza com números do intervalo unitário [0, 1]. Isto literalmente significa que os dois sistemas

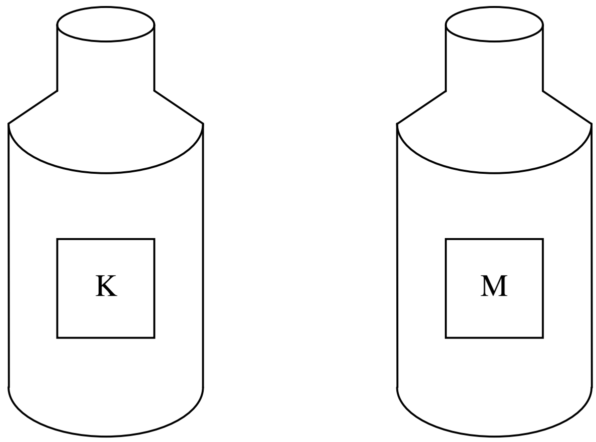
---

(1) Uma forma de visualizar os conjuntos fuzzy é através de pontos de um cubo: o conjunto de todos os subconjuntos fuzzy é o hipercubo unitário $I^n = [0,1]^n$, um conjunto fuzzy é qualquer ponto do cubo $I^n$ e os vértices do cubo definem conjuntos não-fuzzy. Portanto quanto mais perto um ponto estiver de um dos vértices, menos fuzzy ele é; e a medida que este ponto se afasta dos vértices, mais fuzzy ele se torna. Percebe-se que o ponto central do hipercubo $I^n$ é fuzzy ao máximo, já que todos os seus graus de pertinência são iguais a $\frac{1}{2}$. O ponto central é único em dois aspectos:

i. O ponto central é o único conjunto *A* que não somente é igual ao seu oposto $A^c$, mas que também é igual à sua própria interseção e união: $A = A \cap A^c = A \cup A^c = A^c$
ii. O ponto central é o único ponto do hipercubo $I^n$ eqüidistante de cada uma dos $2^n$ vértices. O canto mais perto é também o canto mais distante.

descrevem e quantificam a incerteza numericamente. A semelhança estrutural é que ambos sistemas manipulam algebricamente conjuntos e proposições de forma associativa, comutativa e distributiva. Estas semelhanças são enganadoras porque a principal distinção vem do que os dois sistemas estão tentando modelar.

No exemplo apresentado em [6], seja $L$ = {conjunto de todos os líquidos} e seja o subconjunto fuzzy $P$ = {todos os líquidos potáveis}. Suponha-se que um homem passou uma semana no deserto sem beber e ele que encontra duas garrafas rotuladas de $K$ e $M$ conforme a Figura 1.



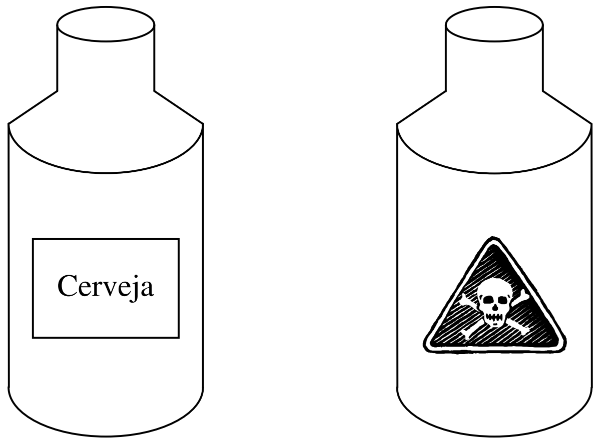

$\mu_P(K) = 0{,}91$ $\quad\quad$ $\Pr(M \in P) = 0{,}91$

Figura 1 – Par de garrafas encontrado pelo homem no deserto

Confrontado com este par de garrafas e dado que o homem deve beber, qual delas ele deve escolher para beber? A maioria das pessoas, quando apresentada a este experimento, imediatamente percebe que, enquanto $K$ pode conter, por exemplo, barro, ela não poderia conter líquidos tais como um veneno. Isto é, um grau de pertinência de 0,91 significa que o conteúdo de $K$ é bastante similar à água potável, ou seja, água pura. Por outro lado, a probabilidade que $M$ seja potável "igual a 0,91" significa que, após uma longa rodada de experimentos, é esperado que os conteúdos de $M$ sejam potáveis em aproximadamente 91%

dos casos. Nos outros 9% os conteúdos podem ser mortais, ou seja, quase uma chance em dez. Desta forma, a maioria das pessoas optam por beber água de esgoto.

Outra distinção é a idéia de observação. Suponha-se que os conteúdos de *K* e *M* foram examinados e que foi descoberto que eles são conforme mostrado a Figura 2. Percebe-se, após a observação, que o grau de pertinência de *K* é inalterado enquanto que a probabilidade de *M* cai de 0,91 para 0.




$\mu_P(K) = 0{,}91$ $\qquad$ $Pr(K \in P) = 0$

Figura 2 – Par de garrafas encontrado pelo homem no deserto (desvendadas)

Claramente, os dois modelos possuem diferentes tipos de informação: grau de pertinência fuzzy, que quantifica similaridades de objetos com propriedades definidas imprecisamente; e probabilidade, que fornece informação de expectativas relativas a um grande número de experimentos.

### 2.2.3. Exemplo de Fang

Outro exemplo didático que ilustra a diferença conceitual entre probabilidade e possibilidade[(2)] é apresentado por Fang [7]. Nele é analisada a probabilidade e a possibilidade da quantidade de ovos que um operário pode comer no almoço. A Tabela 1 apresenta a quantidade de ovos comidos ($x$) que varia de 1 a 9, assim como a probabilidade $P(x)$ e a possibilidade $F(x)$, as duas funções variando de 0 a 1.

Tabela 1 – Probabilidade vs. Possibilidade

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | $\Sigma$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $P(x)$ | 0 | 0,1 | 0,8 | 0,1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| $F(x)$ | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0,8 | 0,6 | 0,4 | 0,2 | 0 | 6 |

Para estimar a probabilidade foi necessário observar o operário almoçar, por exemplo, durante 100 dias, para obter as freqüências do número de ovos ingeridos. No final dos cem dias verificou-se que em 80 dias o operário comeu 2 ovos, em 10 dias ele comeu 1 ovo, e nos outros 10 dias ele comeu 3 ovos. Sendo assim, a probabilidade do operário comer 1 ovo é 0,1 (10/100), 2 ovos é 0,8 (80/100), 3 ovos é 0,1 (10/100), e a probabilidade do operário comer mais de 3 ovos é nula.

A possibilidade é estimada com base em algum conhecimento do apetite do operário e não são necessárias as cem observações como no caso da probabilidade. Conversando com o operário e talvez com o garçom que o serve, obtêm-se informações de que o operário come de 1 a 4 ovos por dia com a mesma facilidade, ou seja, ele pode comer 1 ou 2 ou 3 ou mesmo 4 ovos no almoço, dependendo apenas do seu apetite naquele dia. Em função disso, a possibilidade do operário comer 1, 2, 3 ou 4 ovos é a mesma e igual a 1,0. Entretanto, a possibilidade de ele comer 5 ovos num dia certamente é menor, mas não nula. Assim esta possibilidade é considerada como igual a 0,8, significando que há um grau de compatibilidade de 0,8 com a noção que ele coma 5 ovos. É importante ressaltar que este valor numérico não pode ser confundido com a probabilidade de 0,8 de o operário comer 2

---

(2) A teoria das possibilidades foi proposta por Lotfi Zadeh em 1978 [8] e é uma ferramenta para representar e manipular informação expressa em termos de proposições fuzzy [9]. A teoria da incerteza obtida é de forma geral menos expressiva que a probabilidade, mas é também menos exigente em informação. Especialmente, ela captura perfeitamente a ignorância, permitindo que a possibilidade de um evento qualquer ser igual à 1, exceto para aquele é absolutamente impossível.

ovos por dia (que quer dizer que em 80% do tempo ele come 2 ovos por dia). A possibilidade do operário comer mais de 4 ovos por dia vai se reduzindo até chegar ao impossível, ou seja, possibilidade igual a zero para 9 ovos.

A Figura 3 apresenta graficamente a diferença entre probabilidade e possibilidade. Nela observa-se o patamar na curva de possibilidade, onde 1, 2, 3 e 4 ovos possuem a mesma possibilidade, porém probabilidades diferentes.

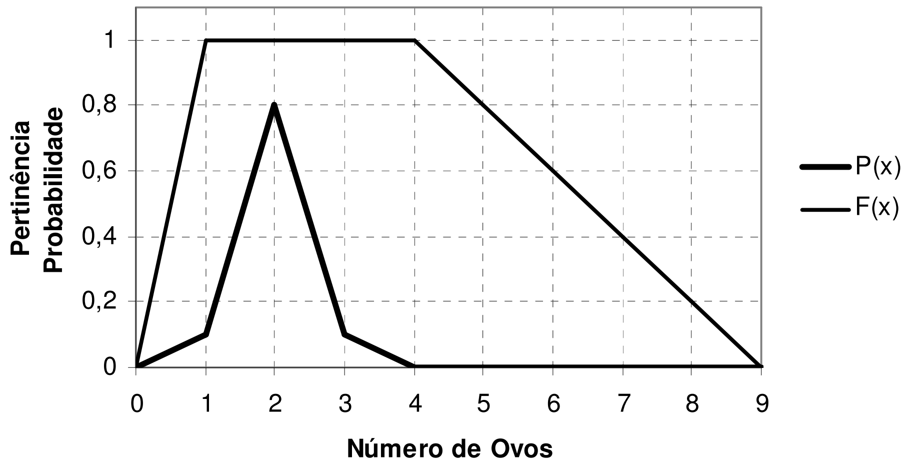



Figura 3 – Gráfico da Probabilidade vs. Possibilidade

## 2.3. Outros modelos de Incerteza

Além da probabilidade e da teoria dos conjuntos *fuzzy*, empregadas para modelar seus respectivos tipos de incertezas, existem diversos outras teorias matemáticas capazes de lidar com incerteza. Entre as mais conhecidas, pode-se citar a teoria de Dempster-Shafer, ou teoria da evidência, com suas medidas de *belief* e *plausibility*. Porém o modelo matemático resultante é adequado para modelar a incerteza quando a informação não está completa [10-12], o que não é o caso da incerteza de medição como será visto em detalhe a seguir.

## 2.4. Incerteza de medição

A palavra "incerteza" significa dúvida, e assim, no sentido mais amplo, "incerteza de medição" significa dúvida acerca da validade do resultado de uma medição.

É agora reconhecido que, quando todos os componentes de erro conhecidos ou suspeitos tenham sido avaliados, e as correções adequadas tenham sido aplicadas, ainda permanece uma incerteza sobre o quão correto é o resultado declarado, isto é, uma dúvida acerca de quão corretamente o resultado da medição representa o valor da grandeza que está sendo medida [13].

### 2.4.1. Introdução

Quando o resultado da medição de uma grandeza física é fornecido, este deve ser acompanhado de uma indicação quantitativa de sua qualidade, permitindo assim que a sua confiabilidade seja estimada. Sem esta indicação de qualidade, os resultados de medições não podem ser comparados, seja entre eles ou com valores de referência encontrados em especificações ou em normas técnicas. A qualidade do resultado de uma medição é chamada de "incerteza de medição".

Respondendo ao apelo do Comité International des Poids et Mesures, o Bureau International des Poids et Mesures (BIPM) trabalhou em conjunto com vários laboratórios nacionais de metrologia ao longo do final da década de 70 e início da década seguinte para chegar a um consenso internacional sobre a expressão da incerteza em medição. Este importante estudo levou à elaboração de um guia [13] com normas ISO para a avaliação das incertezas de medição e foi então recomendado que este guia servisse de referência na avaliação quantitativa da incerteza de medição. Durante a elaboração deste guia, os autores se fundamentaram em "recomendações base", que foram estabelecidas de tal forma que pudessem responder às expectativas dos meios industriais e comerciais, assim como os de saúde e de segurança. O método de modelagem que decorreu deste estudo consiste em uma modelagem do resultado de medição por uma média mais um desvio-padrão.

### 2.4.2. Definições

Antes de abordar quais podem ser as causas e limitações das incertezas de medições, alguns conceitos fundamentais de metrologia serão repassados [13].

É chamada de **mensurando** a grandeza física sujeita à **medição**, isto é, o conjunto de operações tendo como objeto a determinação do valor de uma grandeza. Um exemplo de mensurando pode ser a pressão do vapor de uma dada amostra de água a 20°C.

É chamada de **grandeza de influência** toda grandeza que não é o mensurando, mas que afeta o resultado da medição. Por exemplo, a temperatura de um micrômetro usado para medir comprimento, ou a freqüência na medição da amplitude de uma diferença de potencial elétrico alternado.

Um **valor verdadeiro** do mensurando é um valor consistente com a definição de uma dada grandeza específica, ou seja, este é um valor que seria obtido por uma medição perfeita. Porém, devido às grandezas de influência, um valor verdadeiro do mensurando não pode ser conhecido com exatidão, mas somente sua estimação mais ou menos precisa segundo um melhor ou pior conhecimento das grandezas de influência.

O **erro (de medição)** é o resultado de uma medição menos um valor verdadeiro do mensurando. Uma vez que o valor verdadeiro não pode ser determinado, utiliza-se, na prática, um valor verdadeiro convencional.

Também vale relembrar a definição de **intervalo de confiança**(3) utilizada no guia [13]:

*Quando $T_1$ e $T_2$ são duas funções dos valores observados, tais que, sendo $\theta$ um parâmetro de população a ser estimado, a probabilidade $Pr\ (T_1 \leq \theta \leq T_2)$ é pelo menos igual ao nível de confiança $(1 - \alpha)$ [onde $(1 - \alpha)$ é um número fixo, positivo e menor que 1], o intervalo entre $T_1$ e $T_2$ é um intervalo de confiança $(1 - \alpha)$ bilateral de $\theta$.*

(3) É considerado no parágrafo 6.2.2. do guia [13], que a denominação "intervalo de confiança" é somente aplicável quando certas condições são atendidas, incluindo a de que todos os componentes de incerteza sejam obtidos de avaliações estatísticas a intervalos definidos. Contudo, nesta tese, o termo "intervalo de confiança" será utilizado mesmo que estas condições não sejam atendidas.

Uma explicação mais detalhada do intervalo de confiança é dada na seção 4.2.2

Finalmente, a **incerteza (de medição)** é um parâmetro, associado ao resultado de uma medição, que caracteriza a dispersão dos valores que poderiam ser razoavelmente atribuídos ao mensurando.

A incerteza de medição é, assim, uma expressão do fato de que, para um dado mensurando e um dado resultado de uma medição, não há um único valor. Há, sim, um infinito número de valores dispersos em torno do resultado que são consistentes com todas as observações, dados e conhecimento sobre o mundo físico, e que diferentes graus de credibilidade podem ser atribuídos ao mensurando.

### 2.4.3. As causas das incertezas de medições e suas limitações

Supondo que o valor verdadeiro do mensurando considerado existe e que ele é único, mesmo assim, em geral, uma medição tem imperfeições que dão origem a um erro no resultado da medição. Na prática, existem muitas fontes possíveis de incerteza em uma medição, incluindo [13]:

a) definição incompleta do mensurando;
b) realização imperfeita da definição do mensurando;
c) amostragem não representativa – a amostra medida pode não representar o mensurando;
d) conhecimento inadequado dos efeitos das condições ambientais sobre a medição ou medição imperfeita das condições ambientais;
e) erro de tendência pessoal na leitura de instrumentos analógicos;
f) resolução finita do instrumento ou limiar de mobilidade;
g) valores inexatos dos padrões de medição e materiais de referência;
h) valores inexatos de constantes e de outros parâmetros obtidos de fontes externas e usados no algoritmo de redução de dados;
i) aproximações e suposições incorporadas ao método e procedimento de medição;
j) variações nas observações repetidas do mensurando sob condições aparentemente idênticas.

Estas fontes de incertezas de medições englobam vários componentes que podem ser classificados em diversas categorias [13]:

- Componentes provenientes de **efeitos aleatórios**: caracterizam uma dispersão aleatória das medições, comumente pouco afastadas do valor verdadeiro do mensurando. O erro aleatório presumivelmente se origina de variações temporais ou espaciais, estocásticas ou imprevisíveis, de grandezas de influência. Os efeitos de tais variações são a causa de variações em observações repetidas do mensurando. Embora não seja possível compensar o erro aleatório do resultado de medição, ele pode geralmente ser reduzido aumentando-se o número de observações; sua esperança ou valor esperado é zero.
- Componentes provenientes de **efeitos sistemáticos**: caracterizam uma dispersão constante das medições, ou seja, as medições estão deslocadas do valor verdadeiro por um valor constante. O erro sistemático, como o erro aleatório, não pode ser eliminado, porém muitas vezes pode ser reduzido. Se um erro sistemático se origina de um efeito reconhecido de uma grandeza de influência em um resultado de medição, o efeito pode ser quantificado e, se for significativo com relação à exatidão requerida da medição, uma correção ou fator de correção pode ser aplicado para compensar o efeito. Supõe-se que, após esta correção, a esperança ou valor esperado provocado por um efeito sistemático seja zero.
- Componentes provenientes de **efeitos grosseiros**: levam à obtenção de um valor que não faz parte da população estudada. Estes efeitos resultam, por exemplo, de falhas de um sensor ou da eletrônica associada (amplificador, relógio,...), de variações bruscas das características da medição, etc. ou mesmo do erro no registro ou na análise dos dados. Grandes erros grosseiros podem ser geralmente identificados por uma revisão de dados apropriada; os pequenos erros grosseiros podem ser mascarados por, ou até mesmo aparecerem

como, variações aleatórias. Medidas de incerteza não são projetadas para levar em conta tais erros.

### 2.4.4. Medidas quantitativas da incerteza de medição

A incerteza de medição é definida como uma indicação quantitativa da qualidade do resultado de uma medição. A seguir serão revistas as “recomendações de base” [13], que correspondem às expectativas dos meios de aplicação, para assim escolher a quantidade que avalia e expressa a incerteza de medição.

a) Recomendação 1

Primeiramente, é recomendado utilizar uma representação paramétrica da incerteza de medição, ou seja, na forma de um simples e único parâmetro. Do parágrafo 2.2.3. de [13]:

“Incerteza de medição: parâmetro, associado ao resultado de uma medição, que caracteriza a dispersão dos valores que poderiam ser razoavelmente atribuídos ao mensurando.”

O resultado da medição está então completamente caracterizado pela melhor estimação disponível do mesurando, na maioria das vezes a média, mais um parâmetro que caracteriza a incerteza.

b) Recomendação 2

Do parágrafo 0.4. de [13]

“O método ideal para avaliar e expressar a incerteza do resultado de uma medição deve ser *universal*, isto é, o método deve ser aplicável a todas as espécies de medição e a todos os tipos de dados de entrada usados nas medições. A grandeza real usada para expressar a incerteza deve ser *internamente consistente*, isto é, deve ser diretamente derivável dos componentes que para ela contribuem, assim como ser independente de como estes componentes estejam agrupados, ou da decomposição de componentes em subcomponentes; e deve ser *transferível*, ou seja, deve ser possível usar diretamente a incerteza avaliada para um resultado como um componente na avaliação da incerteza de outra medição na qual o primeiro resultado é utilizado.”

Dito de outra forma, se, para expressar a incerteza de uma medição M1, é necessária a incerteza de uma segunda medição M2, então a quantidade que é escolhida para expressar a incerteza de medição de M2 deve ser diretamente utilizável para estabelecer a quantidade que expressa a incerteza de medição de M1.

c) Recomendação 3

Da nota do parágrafo 2.2.3 de [13]

“O parâmetro pode ser, por exemplo, um desvio padrão (ou um múltiplo dele), ou a metade de um intervalo correspondente a um nível de confiança estabelecido.”

Na prática, uma representação funcional subentende estes dois parâmetros. É a distribuição de probabilidade que modela o melhor possível a dispersão aleatória das medidas de um mesmo sensor, nas mesmas condições de medição. Deste modo, se o parâmetro escolhido para expressar a incerteza de medição é o desvio padrão, é necessário escolher o desvio padrão associado a esta distribuição de probabilidade. Igualmente, se a incerteza de medição é expressa através da metade de um intervalo de confiança, trata-se do intervalo associado a esta distribuição de probabilidade, para um dado nível de confiança.

d) Recomendação 4

Do parágrafo 0.4 de [13]

“Em muitas aplicações industriais e comerciais, assim como nas áreas de saúde e segurança, é freqüentemente necessário fornecer um intervalo em torno do resultado de medição com o qual se espera abranger uma grande fração da distribuição de valores, que poderiam razoavelmente ser atribuídos à grandeza sujeita à medição. Assim, o método ideal para avaliar e expressar incerteza de medição deve ser capaz de fornecer prontamente tal *intervalo*, em particular com uma probabilidade da abrangência ou nível da confiança que corresponda, de uma forma realista, ao nível requerido."

Desta forma, para que o método empregado seja satisfatório, ele deve fornecer intervalos de confiança os mais próximos possíveis da realidade.

### 2.4.5. Avaliações do tipo A e do tipo B

Com o objetivo de indicar as duas maneiras diferentes de avaliar os componentes da incerteza, é recomendado classificar os componentes da incerteza em duas categorias "A" e "B" fundamentadas no seu método de avaliação. É importante ressaltar que esta classificação não significa que exista qualquer diferença de natureza entre os componentes; ela só tem como objetivo esclarecer a apresentação. Deste modo, as definições dadas destes dois tipos de incertezas são (parágrafos 2.3.2 e 2.3.3 de [13]):

"Avaliação do Tipo A (da incerteza): método de avaliação da incerteza pela análise estatística de séries de observações."

"Avaliação do Tipo B (da incerteza): método de avaliação da incerteza por outros meios que não a análise estatística de séries de observações."

A diferença fundamental entre os dois tipos de incertezas é que uma incerteza do tipo A é obtida a partir de uma função densidade de probabilidade derivada da observação de uma distribuição de freqüência. Por outro lado, uma incerteza do tipo B é obtida de uma suposta função densidade de probabilidade, baseada no grau de credibilidade de que um evento vá ocorrer (freqüentemente denominada probabilidade subjetiva).

### 2.4.6. Modelagem matemática

Embora a incerteza de medição seja tradicionalmente modelada através de conceitos probabilísticos, tais como média, desvio padrão e distribuição de probabilidade, a sua modelagem adequada pode ser feita através de números *fuzzy* [14-16], uma vez que a probabilidade se aplica à analise de eventos aleatórios e não ao conhecimento impreciso.

Para desenvolver o modelo proposto no capítulo 5, é interessante recuperar alguns conceitos importantes da teoria dos conjuntos *fuzzy* e da teoria da probabilidade e isto é feito nos capítulos 3 e 4.