4
Critérios de seleção e estimação do modelo

A primeira seção deste capítulo mostra os métodos para a seleção do modelo VAR. Na segunda, apresentamos o procedimento de estimação do modelo sujeito às restrições de curto-prazo e longo-prazo, por meio do algoritmo *switching*.

4.1
Critérios de seleção do modelo

Na seleção do modelo, utilizamos dois critérios de informação para identificar a ordem do VAR: o critério de seleção tradicional, IC(p), e o critério informação modificado, IC(p, s).

Caso se considere o critério de seleção IC(p) na seleção da ordem p do modelo VAR, a estimação do modelo segue os passos abaixo:

1. Estimar p usando os critérios de informação usuais: Akaike (AIC), Schwarz (SC) e Hanna-Quinn (HQ). A ordem p escolhida é aquela que minimiza os critérios de informação.

2. Identificada a ordem p no passo 1, encontra-se o número de vetores de cointegração r por meio do teste de Johansen. As matrizes de coeficientes do termo de longo-prazo e o posto do espaço de cointegração são estimados mediante a utilização do procedimento FIML como mostrado em Johansen (1991).

3. Condicionado aos resultados da análise de cointegração, estima-se o VECM. Finalmente, calculamos os valores para vários horizontes de previsão.

Neste trabalho, investiga-se o desempenho de IC(p) e IC(p, s) quando as restrições de cointegração e do tipo WF são consideradas no modelo.

Vahid e Issler (2002) analisaram modelo VAR estacionário em covariância com restrições do tipo SCCF. Os autores mostraram que o uso do critério IC(p, s) apresenta desempenho superior a IC(p) na seleção da ordem p do modelo VAR. Guillen et. al (2005) avaliaram modelo VAR não estacionário, com cointegração e restrições do tipo SCCF, e mostraram que usar IC(p,s) representa desempenho superior a usar IC(p) na seleção da ordem p do modelo VAR. Neste trabalho, relaxamos as restrições do tipo SCCF para WF para analisar o desempenho de IC(p) e IC(p,s) na seleção do modelo. Uma das questões relevantes a serem respondidas neste trabalho é se o desempenho de IC(p,s) é superior ou não ao de IC(p).

Os critérios de informação modificados IC(p,s) são:

$$AIC\,(p,s) = \sum_{i=n-s+1}^{T} \ln(1-\lambda_i^2(p)) + \frac{2}{T} \times [\textit{número de parâmetros}] \tag{4-1}$$

$$HQ(p,s) = \sum_{i=n-s+1}^{T} \ln(1-\lambda_i^2(p)) + \frac{2\ln(\ln T)}{T}[\textit{número de parâmetros}] \tag{4-2}$$

$$SC(p,s) = \sum_{i=n-s+1}^{T} \ln(1-\lambda_i^2(p)) + \frac{\ln T}{T}[\textit{número de parâmetros}] \tag{4-3}$$

$$\textit{número de parâmetros} \\ = [n \times (n \times (p-1)) + n \times r] - [s \times (n \times (p-1) + (n-s))]$$

O número de parâmetros é calculado pela diferença do número total de parâmetros do VECM (i.e., $n^2 \times (p-1) + nr$), para um dado r e p, e o número de restrições provenientes das características comuns impostas por $s \times (n \times (p-1)) - s \times (n-s)$. Para cada p considerado, calculamos os autovalores λ_i.

A seguir, apresenta-se o procedimento de seleção dos valores p e s mediante a utilização do critério IC(p,s):

1. Primeiro, assume-se que não existe restrição de cointegração, ou seja, $r = n$ (ver Hecq, 2006a). Fixamos os parâmetros p e s do modelo (3-10) (por exemplo, $p = 2$ e $s = 1$) e em seguida calculamos os autovalores λ_i $i = 1, 2...n$ por meio do programa $cancorr(\Delta y_t, X_{t-1} \mid y_{t-1})$.

2. Mantendo constante o parâmetro p escolhido em 1, considera-se outro valor para s (por exemplo, $s = 2$), repete-se o passo 1 para encontrar novos autovalores λ_i $i = 1, 2...n$. Portanto, a cada p fixo, encontra-se um conjunto de autovalores para cada novo valor s.

3. Para cada p e s escolhidos nos passos 1 e 2, obtém-se um conjunto de autovalores a ser usado nas equações $(4-1)$ a $(4-3)$. Finalmente, escolhemos os valores de p e s que minimizem IC(p, s), dado pelas equações $(4-1)$ a $(4-3)$.

4. O próximo passo consiste em encontrar o número de vetores de cointegração r. Se o valor s escolhido no passo anterior é igual a n (i.e., $s = n$), usamos o programa $cancorr(\Delta y_t, y_{t-1} \mid X_{t-1})$ para encontrar o número de vetores de cointegração[1]. No caso em que $s < n$, adotamos a seguinte estratégia. O modelo de regressão de posto-reduzido é estimado:

$$u_0 = G\ u_1 + \varepsilon_t \tag{4-4}$$

em que u_0 e u_1 são os resíduos das regressões Δy_t e X_{t-1} em y_{t-1} respectivamente. Seja, $G = C\Theta$ em que $\Theta = (\Theta_1, ..., \Theta_{p-1})$ é de dimensão $(n-s) \times n(p-1)$ e C uma matriz de dimensão $n \times (n-s)$. A regressão (4-4) é estimada por meio do procedimento de FIML como usado por Vahid e Issler (2002). Assim, os parâmetros estimados $\hat{C}$ e $\hat{\Theta} = \left(\hat{\Theta}_1, ..., \hat{\Theta}_{p-1}\right)$ são obtidos.

Substituindo estes parâmetros em:

$$W_{t-1} = [\hat{\Theta}_1 \Delta y_{t-1}, \hat{\Theta}_2 \Delta y_{t-2}, ..., \hat{\Theta}_{p-1} \Delta y_{t+p-1}]$$

é possível encontrar os autovalores λ_i por meio do programa $cancorr(\Delta y_t, y_{t-1} \mid W_{t-1})$ para logo encontrar r usando a estatística do teste de Johansen como mostrado em (3-13).

5. Finalmente, tendo (p, s), estima-se o modelo por meio do algoritmo *switching*, como mostrado no capítulo seguinte.

Note que ao adotar este procedimento, a seleção do número de vetores de cointegração r é realizada após a seleção dos parâmetros p e s. Portanto, estamos invertendo o procedimento seguido por Vahid e Engle na qual o primeiro procedimento era a seleção do número de relações de cointegração

[1]Este é o procedimento clássico do teste de cointegração de Johansen.

r. Isto pode resultar numa vantagem especialmente quando os valores de r são sub-estimados.

Poucos autores dedicam-se a estudar como selecionar a ordem do modelo VAR quando este é sujeito às restrições de cointegração e de características cíclicas comuns. Como mencionado acima, Vahid e Issler (2002) sugerem o uso de IC(p,s) para escolher simultaneamente os parâmetros p e s num modelo VAR estacionário em covariâncias sujeito à restrição de SCCF. Guillén, et. al (2005) aplicam o uso de IC(p,s) num modelo VAR não estacionário com restrições de cointegração e SCCF. Como nenhum trabalho analisa a ordem do VAR com restrições de cointegração e do tipo WF, os resultados desta pesquisa tendem a contribuir de modo relevante à literatura.

4.2 Estimação do VECM com WF usando o algoritmo switching

Para estimar o modelo VAR sujeito às restrições de cointegração e do tipo WF, utiliza-se o algoritmo *switching* como considerado por Hecq (2006b).

Considere o VECM dado por:

$$\Delta y_t = \alpha\beta' y_{t-1} + \tilde{\beta}_{\perp}\Psi X_{t-1} + \varepsilon_t \tag{4-5}$$

A seguir, apresentamos a descrição do algoritmo *switching* em quatro passos:

$Passo1$: Estimação dos vetores de cointegração β.

Usando o par ótimo $(\bar{p}, \bar{s})$ encontrado por meio do critério (4-1), (4-2) ou (4-3), estima-se β (e seu posto, $r = \bar{r}$) mediante o teste de cointegração de Johansen.

$Passo2$: Estimação de $\tilde{\beta}_{\perp}$ e Ψ.

Tomando $\hat{\beta}$, contido no primeiro passo, os parâmetros $\tilde{\beta}_{\perp}$ e Ψ são estimados. Para tal, rodamos as regressões de Δy_t e X_{t-1} em $\hat{\beta}' y_{t-1}$. Os resíduos dessas regressões são chamados de u_0 e u_1, respectivamente. Portanto, obtém-se a seguinte regressão de posto-reduzido:

$$u_0 = \tilde{\beta}_{\perp}\Psi u_1 + \varepsilon_t \tag{4-6}$$

em que a matriz Ψ, de dimensão $(n - \bar{s}) \times n(\bar{p} - 1)$, pode ser escrita como $\Psi = \left(C_1, ..., C_{(\bar{p}-1)}\right)$ e a matriz $\tilde{\beta}_{\perp}$, ortogonal a $\tilde{\beta}$, é de dimensão $n \times (n - \bar{s})$. A regressão (4-6) é estimada por FIML.

$Passo 3$: Estimação da Função de Máxima Verossimilhança (MV).

Dados os parâmetros estimados nos passos 1 e 2, utiliza-se algoritmo recursivo para estimar a função de MV. Calculam-se os autovalores associados a $\hat{\Psi}$, $\hat{\lambda}_i^2$ $i = 1, ..., \bar{s}$ e a matriz de resíduos $\sum_{\bar{r},\ s=\bar{s}}^{\max}$. A função de MV é computada como:

$$L^0_{\max,\ \bar{r}<n,\ s=\bar{s}} = -\frac{T}{2}\left[\ln\left|\sum_{\bar{r}<n,\ s=\bar{s}}^{\max}\right| - \sum_{i=1}^{\bar{s}} \ln\left(1 - \hat{\lambda}_i^2\right)\right] \qquad \text{(4-7)}$$

se $\bar{r} = n$ ao invés de utilizar (4-7) usamos a função: $L_{\max,\ r=n,\ s=\bar{s}} = -\frac{T}{2}\ln\left|\sum_{\bar{r}=n,\ s=\bar{s}}^{\max}\right|$. Neste caso, o logaritmo do determinante da matriz de covariância, $\ln\left|\sum_{\bar{r}=n,\ s=\bar{s}}^{\max}\right|$, é calculado como:

$$\ln\left|\sum_{\bar{r}=n,\ s=\bar{s}}^{\max}\right| = \ln\left|m_{00} - m_{01}m_{11}^{-1}m_{10}\right| - \sum_{i=1}^{\bar{s}} \ln\left(1 - \hat{\lambda}_i^2\right)$$

em que m_{ij} se refere às matrizes de momentos cruzados obtidos por mínimos quadrados das regressões de Δy_t e X_{t-1} em y_{t-1}. Quando $\bar{r} = n$, não é necessário seguir um procedimento iterativo na estimação dos parâmetros tendo em vista que o espaço R^n é gerado pelos vetores de cointegração.

$Passo 4$: Reestimação de β.

Para obter valores mais apropriados dos parâmetros, reestima-se a matriz β usando o programa $CanCorr\left[\Delta y_t, y_{t-1} \mid \hat{\Psi}' X_{t-1}\right]$. Como o novo $\hat{\beta}$, segue-se o passo 2 para reestimar $\tilde{\beta}_{\perp}$ e Ψ. Portanto, calcula-se novo valor para a função de MV é calculado adotando o passo 3. Desta forma, obtemos $L^1_{\max,\ \ r=\bar{r},\ s=\bar{s}}$ para calcular $\Delta L = \left(L^1_{\max,\ r=\bar{r},\ s=\bar{s}} - L^0_{\max,\ r=\bar{r},\ s=\bar{s}}\right)$.

Os passos 1 até 4 são repetidos até escolher os parâmetros apropriados $\tilde{\beta}_{\perp}$ e Ψ mediante a convergência da função de MV (i.e., $\Delta L < 10^{-7}$). Por fim, obtemos os parâmetros ótimos $\bar{p}$, $\bar{r}$ e $\bar{s}$ elementos essenciais na previsão do modelo.