2
Características Comuns

2.1
Introdução

Dentre as características de uma série de tempo, destacam-se correlação serial, sazonalidade, tendência, heterocedasticidade, etc. Engle e Kozicki (1993) propõem investigar tais características num conjunto de dados multivariados. Eles investigaram se algumas características que são descobertas em uma única série de dados são compartilhadas de fato em comum pelas outras séries. Em outras palavras, define-se característica comum caso uma combinação linear das séries não apresente tal característica, apesar de individualmente cada uma das séries conter aquela característica.

A seguir, são mostrados os axiomas que definem uma *característica* e uma *característica comum*, segundo o artigo de Engle e Kozicki (1993).

Seja a *característica* definida por C e considere duas séries y e x. Suponha adicionalmente que uma *característica* satisfaz os seguintes três axiomas:

Axioma 1: Se y tem (não tem) a característica C, então λy terá (não terá) a característica C, para qualquer escalar $\lambda \neq 0$.

Axioma 2: Se y não tem a característica C e x não tem a característica C, então $y + x$ não terão a característica C.

Axioma 3: Se y não tem a característica C, mas x tem a característica C, então $y + x$ terão a característica C.

Note que caso duas séries possuam a característica C, a soma das duas séries não necessariamente terá a característica C. Daremos particular atenção a este ponto pela seguinte definição.

Definição 2.1 *Uma característica presente em cada uma de um grupo de séries é comum a essas séries se existe uma combinação linear, não nula, das séries que não têm a característica.*

Cointegração é um caso especial de características comuns, que surge quando as séries contêm tendências estocásticas comuns. Vahid e Engle (1993) propuseram a Correlação Serial de Características Comuns (*Serial Correlation Common Feature* -SCCF) e Hecq, Palma e Urbain (2006) propuseram a Forma Fraca das Características Comuns (*Weak Form* -WF) como medidas das características cíclicas comuns de curto-prazo que surgem quando as séries contêm componentes cíclicos comuns. Para entender melhor o que é uma característica comum mostramos dois exemplos.

Exemplo de Cointegração:

Considere duas variáveis x_t e y_t com a característica $C = I(1)$.

ε_t e e_t são processos ruídos brancos não correlacionados.

$$x_t = x_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$y_t = \theta x_t + e_t \qquad |\theta| < 1$$

Assuma a combinação linear $z_t = y_t - \theta x_t$, sendo, $z_t = e_t$ estacionário. Portanto, existe uma combinação linear z_t que não tem a característica C. O vetor de cointegração é $(1, -\theta)$.

Exemplo de Características Cíclicas Comuns:

Considere dois processos estacionários y_{1t} e y_{2t} que possuem como característica o ciclo comum $C = c_t$.

ε_t e e_t são processos ruídos brancos não correlacionados.

$$y_{1t} = \beta c_t + \varepsilon_t$$

$$y_{2t} = c_t + e_t$$

Assuma a combinação linear $z_t = y_{1t} - \beta y_{2t}$, sendo , $z_t = \varepsilon_t - e_t$. De acordo com a definição (2.1) a combinação linear z_t não tem *a característica C. Além disso, conforme a definição de Vahid e Engle (1993), se z_t é tal que a seguinte propriedade é válida:*

$$E\left(z_t \mid I_{t-1}\right) = 0$$

em que I_{t-1} é o conjunto de informação dado por $I_{t-1} = \{y_{11},\ y_{21}, y_{12},\ y_{22}, ..., y_{1t-1}, y_{2t-1}\}$, então $\{y_{1t}, y_{2t}\}$ tem-se *SCCF. Em outras palavras, as séries têm SCCF devido à combinação linear $z_t = y_{1t} - \beta y_{2t}$ que não é previsível condicional à informação passada I_{t-1}.*

2.2 Modelo de regressão de posto-reduzido

Como será visto no capítulo 3, o modelo VAR sujeito às restrições de curto-prazo e longo-prazo é um caso especial dos modelos de regressão de posto-reduzido estudados por Anderson (1951) e Izenman (1975). A seguir, temos o modelo geral para regressão de posto-reduzido.

Considere a seguinte regressão:

$$\begin{aligned} &Y_t = \Pi X_t + \varepsilon_t \qquad t = 1...T \\ &s.a. \qquad posto(\Pi) < min(n,k) \end{aligned} \tag{2-1}$$

em que:

- $Y_t\,(n \times 1)$ é um vetor de n variáveis endógenas;
- $X\,_t(k \times 1)$ é um vetor de k variáveis exógenas;
- $\Pi(n \times k)$ é a matriz de coeficientes que satisfaz $posto(\Pi) < min(n,k)$;
- $\varepsilon_t(n \times 1)$ é a matriz de erros estocásticos não correlacionados porém correlacionados temporalmente entre as variáveis;
- $\varepsilon_t \sim N(0,\Sigma)$ em que Σ é a matriz de variância-covariância positiva definida.

Se $posto(\Pi) = min(n,k)$, é possível estimar os parâmetros da matriz Π por meio da usual metodologia de Máxima Verossimilhança (MV). Para estimar a equação (2-1) sujeito à restrição ($posto(\Pi) < min(n,k)$), usamos o procedimento sugerido por Anderson (1951) conhecido também como *Full*

Information Maximum Likelihood-FIML. Este procedimento é baseado na metodologia de correlações canônicas.

A restrição no posto de Π tem como interpretação que menos que $min(n, k)$ combinações lineares das $x-$variáveis entram na realidade na predição das $y-$variáveis. Em outras palavras, não é necessário toda a informação contida em $min(n, k)$ combinações lineares de X_t para explicar apropriadamente Y_t.

É importante compreender a regressão de posto-reduzido pois os modelos VAR restritos tratados nesta tese são casos especiais de regressões de posto reduzido. Na seção 3.2, caracterizamos regressão de posto reduzido como modelo VAR estacionário em covariância com restrições do tipo SCCF.

2.3 Cointegração e Características Cíclicas Comuns

Neste trabalho, utilizamos os modelos VAR para estimação e previsão. Consideram-se dois tipos de restrições: a de longo-prazo, que se refere à cointegração, e a de curto-prazo relacionada às características cíclicas comuns. A literatura centrou-se principalmente nos comovimentos de longo-prazo, isto é, na procura para tendências estocásticas comuns, por meio da análise de cointegração (veja Stock e Watson, 1988). Mais recentemente alguns autores analisaram também a existência de comovimentos[1] de curto-prazo em séries de tempo estacionárias ou em primeiras diferenças de séries integradas, ou seja, estes autores avaliaram a presença de características cíclicas comuns. Impondo essas restrições no modelo, pode-se melhorar a estimação de parâmetro e aprimorar o desempenho na precisão, como notado por Vahid e Issler (2002).

Esta tese pretende investigar métodos que incorporam o tratamento dos modelos VAR com restrições de longo-prazo e curto-prazo de modo integrado.

[1]Comovimentos se referem à existência de dinâmica comum nas variáveis.