

# 1

## Introdução

Os problemas de projeto de redes e de localização de facilidades são normalmente estudados separadamente.

O objetivo do problema de projeto de redes, usufruídas por um conjunto de usuários ou clientes, é a identificação de topologias, dimensões e rotas de forma a reduzir custos e melhorar o desempenho e a qualidade dos serviços oferecidos aos usuários da rede. Possíveis áreas de aplicações incluem redes de comunicação ou de transportes. A maioria dos problemas de projeto de redes são classificados como NP-árduos [34]. Entre eles, pode-se citar problemas de otimização combinatória importantes tais como o problema de Steiner [61, 63] e o problema de Steiner com prêmios [10]. Para uma revisão detalhada dos problemas de projeto de redes, modelos e algoritmos, ver, por exemplo, o artigo de Magnanti e Wong [34].

O problema de localização de facilidades trata de decisões sobre onde localizar facilidades considerando usuários ou clientes que devem ser servidos de forma a otimizar algum critério. O termo facilidades é utilizado em um sentido geral e pode incluir fábricas, depósitos, escolas, hospitais, usinas nucleares, centros de comutação eletrônica, paradas de ônibus, estações de metrô. Os critérios a serem otimizados dependem do problema e podem estar relacionados ao tempo ou custo de viagem do cliente, à satisfação da demanda, à localização e potencial resposta dos competidores e ao número de clientes dentro de uma distância de cobertura pré-estabelecida, entre outros. Dentre os diversos problemas de localização, destacam-se o problema de recobrimento de conjuntos [59], os problemas dos  $p$ -centros e das  $p$ -medianas [24, 25] e o problema de localização de facilidades não-capacitadas [31]. Todos os problemas citados acima são NP-árduos [14]. Vale salientar que os clientes (usuários) utilizam a rede cujo projeto já está pré-estabelecido. Assim, a definição das localizações ótimas está restrita à estrutura da rede projetada a ser utilizada pelos clientes [8]. Revisões dos modelos de localização de facilidades podem ser encontradas em [13, 14, 41].

Muitas vezes, a topologia subjacente à rede tem um profundo impacto sobre a localização ótima das facilidades [36, 42, 54]. Em muitos casos, quando a topologia da rede não é bem projetada, os clientes podem obter um serviço extremamente pobre, mesmo estando as facilidades localizadas de maneira

ótima [4]. Em alguns problemas práticos, a localização de facilidades e o projeto de rede estão intimamente relacionados. Para exemplificar algumas aplicações, um modelo unindo os dois problemas poderia ser utilizado em [8, 36, 37, 54]:

- planejamento regional, onde o governo pode considerar simultaneamente a construção de um novo sistema de rodovias bem como a localização das facilidades públicas tais como correios, escolas e hospitais;
- projeto de redes de telecomunicações, onde existe um compromisso entre a adição de centros ou concentradores (facilidades) e cabos (arcos) para aumentar a capacidade da rede e;
- projeto de redes de transmissão de energia, onde as facilidades são as estações geradoras e subestações, e os arcos são as linhas de transmissão e distribuição.

A otimização simultânea do projeto da rede e da localização ótima das facilidades tem atraído o interesse da comunidade de pesquisa operacional [56]. Existe uma necessidade crescente de investigação de modelos onde as redes são projetadas levando-se em consideração as futuras localizações de facilidades.

Esta tese propõe dois problemas que possuem tanto características de projeto de rede quanto de localização de facilidades.

O primeiro será denominado de *problema das  $p$ -medianas conectadas* e, em linhas gerais, pode ser definido como se segue: são dados um grafo, um conjunto de potenciais localizações das facilidades, um conjunto de usuários ou clientes, os custos de servir cada usuário a partir de cada facilidade, o custo de instalação de cada aresta e uma constante  $p$  representando o número de facilidades a serem abertas. Deseja-se instalar  $p$  facilidades nos vértices do grafo, associando-se os usuários à facilidade aberta mais próxima e unindo-se as  $p$  facilidades abertas através de uma árvore. O objetivo do problema é minimizar o custo total: de interconexão das facilidades e o de atendimento (ou de serviço) dos usuários.

Generalizando-se este primeiro problema tem-se o *problema de localização de facilidades não capacitadas conectadas*, com a diferença de que existe um custo fixo associado à abertura de uma facilidade em um vértice do grafo e não existe um número fixo de facilidades a serem abertas, isto é, a quantidade de facilidades a serem abertas não é previamente determinada. Deseja-se instalar um conjunto de facilidades nos vértices do grafo, associando-se os usuários à facilidade aberta mais próxima e unindo-se as facilidades abertas por uma árvore. O objetivo do problema é minimizar o custo total: de interconexão das facilidades, seus custos de instalação e o custo de atendimento dos usuários. Ambos os problemas assumem que cada vértice é simultaneamente um usuário e uma potencial localização de facilidades.

Essencialmente, esses problemas modelam situações nas quais as facilidades abertas necessitam se comunicar umas com as outras. Uma possível aplicação seria, por exemplo, em um projeto de rede de telecomunicações [3, 56]. Um modelo comum de uma rede de telecomunicações consiste de um *backbone* central e de um conjunto de clientes que desejam se comunicar. O *backbone* consiste de um conjunto de vértices interconectados com uma alta largura de banda, sendo que cada nó possui uma capacidade de rotear dados/informações (operação de comutação) e um alto custo associado a essa operação. O projeto da rede consiste em selecionar um subconjunto de vértices a serem conectados através do *backbone*, interligando-os uns com os outros com o propósito de rotear dados/informações dos/para os clientes da rede. Procura-se minimizar o custo associado à operação de comutação nos vértices do *backbone*, à interconexão dos mesmos e à associação dos clientes a um determinado vértice do *backbone*.

A próxima seção mostrará o estado da arte dos modelos que tratam do problema de projeto de rede e de localização de facilidades simultaneamente. A última seção deste capítulo apresentará o objetivo da tese, suas contribuições e a descrição de sua organização.

## 1.1 Estado da Arte

Alguns artigos na literatura examinaram o relacionamento entre a localização de facilidades e a topologia das redes. Bandelt e Labbé [4] mostraram que quando a rede não é projetada apropriadamente, os clientes podem obter um serviço extremamente pobre, mesmo quando as facilidades estejam localizadas de uma maneira ótima. Berman et al. [7] trataram do seguinte problema: supondo que uma ou mais facilidades já estejam localizadas em uma rede, como modificá-la eficientemente com o objetivo de melhorar a localização da(s) facilidade(s) existentes? As mudanças ocorrem na topologia da rede e não através da escolha de novas localizações para as facilidades. Peeters e Thomas [42] investigaram o impacto de diferentes topologias de rede em soluções ótimas para o problema das  $p$ -medianas, encontrando resultados significativos.

Diversos trabalhos recentes incorporaram a localização de facilidades no processo de tomada de decisão envolvido ao se projetar uma rede.

Rolla [54] integrou os aspectos de localização discreta e de planejamento topológico, propondo o *problema de planejamento de redes com localização de facilidades capacitadas*. Esse problema é definido sobre um grafo, no qual o conjunto de vértices é dividido em nós de oferta, nós de demanda ou consumidores e nós intermediários ou de transbordo. Os custos envolvidos no problema são: custo fixo de instalação da facilidade em um nó de oferta, custo fixo de instalação dos arcos e custo variável no fluxo que passa pelos arcos. O objetivo do

problema é determinar a combinação de nós de oferta e arcos que, a um custo mínimo, conduzam os fluxos necessários ao atendimento das demandas dos nós consumidores, passando, se necessário, pelos nós intermediários. O termo “capacitadas” utilizado na denominação do problema se refere à capacidade dos nós de oferta candidatos à localização das facilidades. A autora apresenta uma formulação para o problema e resultados computacionais para diversas instâncias através de abordagens exata e heurística (busca tabu e relaxação lagrangeana com método de subgradientes).

Bhadury et al. [8] provaram pela primeira vez que modelos integrados de projeto de redes e de localização de facilidades são computacionalmente difíceis. Para isso, estudaram o seguinte problema: assumindo-se que uma facilidade esteja localizada em um determinado vértice de um grafo, deseja-se projetar uma rede de transporte usufruída pelos clientes aproveitando-se o serviço oferecido por essa única facilidade. Os autores mostraram que esse modelo é equivalente ao problema da árvore geradora mínima restrito pela mediana: dados um grafo e um vértice específico, deseja-se encontrar a árvore geradora mínima sendo o vértice específico a única mediana da árvore. Bhadury et al. provaram que a versão de decisão desse problema é NP-completo, mostrando a dificuldade de resolução de modelos integrados, mesmo no caso mais simples, onde somente uma facilidade deve ser localizada na rede.

Melkote e Daskin [36] observaram que, em várias aplicações, uma mudança na topologia da rede é freqüentemente mais efetiva do que adicionar facilidades com o objetivo de melhorar os níveis de serviço. Assim, investigaram o seguinte modelo integrado denominado de *problema de projeto de rede/localização de facilidades não-capacitadas* [36]: são dados um conjunto de vértices representando pontos de demanda e possíveis localizações de facilidades e um conjunto de arcos não capacitados. Cada vértice está associado a um custo fixo para construção de uma facilidade não-capacitada e cada arco possui um custo fixo de construção e um custo variável de transporte por unidade. O problema consiste em projetar a rede de transporte e determinar o conjunto de localizações de facilidades que minimiza o custo total do sistema: custo de construção dos arcos, custo de construção das facilidades e os custos de transporte nos arcos. O termo “não-capacitadas” se refere às facilidades que podem servir uma quantidade ilimitada de demanda. Melkote e Daskin [37] trabalharam em um problema semelhante ao anterior, porém as facilidades possuem limites na quantidade de demanda que podem servir, isto é, as facilidades são consideradas capacitadas. Em ambos os artigos são apresentadas formulações de programação inteira mista para os problemas e resultados computacionais para diversas instâncias geradas de forma aleatória utilizando-se um resolvidor de programação inteira.

Ravi e Sinha [45] investigaram três problemas que integram carac-

terísticas de projeto de rede e localização de facilidades. O primeiro problema foi denominado *problema de localização de facilidades com capacidade nos cabos*: são dados um grafo com custos nas arestas, um conjunto de potenciais facilidades com custo fixo para a sua abertura, um conjunto de clientes com demanda unitária e a capacidade dos cabos. Deseja-se abrir facilidades e construir uma rede de cabos tal que cada cliente seja servido por alguma facilidade aberta e que todas as capacidades dos cabos sejam obedecidas. O objetivo é minimizar os custos de abertura das facilidades e os custos de instalação dos cabos. O segundo problema denominado *problema das  $p$ -medianas com capacidade nos cabos* é uma variante do primeiro, onde não existe o custo para a abertura da facilidade. Contudo, no máximo  $p$  facilidades podem ser abertas. O terceiro problema, denominado *problema de localização de facilidades com  $k$ -cabos*, também é uma extensão do primeiro onde existem  $k$  tipos de cabos com custos fixos e capacidades diferentes. Os autores apresentaram algoritmos de aproximação para os três problemas estudados.

Swamy e Kumar [56] investigaram o *problema de localização de facilidades conectadas* (PLFC), definido da seguinte forma: seja um grafo com custos associados às arestas, um conjunto de possíveis localizações de facilidades e seus custos de instalação e um conjunto de clientes com demandas a serem servidas. Deseja-se instalar um subconjunto de facilidades, associando-se cada cliente às mesmas, com custo proporcional à demanda e à distância mínima entre cliente e facilidade. Adicionalmente, deseja-se conectar as facilidades abertas por uma árvore. O objetivo do problema é minimizar o custo total da solução, incluindo-se os custos de instalação das facilidades, os custos de associação das demandas às mesmas e os custos de conectar as facilidades abertas. Os autores trabalharam também com variantes do PLFC como o *problema das  $k$ -medianas conectadas*, que possui a restrição adicional de que no máximo  $k$  facilidades podem ser abertas, e o problema *alugue-ou-compre*, que não possui custos para instalar as facilidades e todos os vértices da rede são localizações candidatas para a abertura das facilidades. Os autores apresentaram formulações de programação linear inteira baseadas em cortes e algoritmos de aproximação para esses problemas e outras variantes. O PLFC é semelhante ao *problema de localização de facilidades não capacitadas conectadas*, estudado nessa tese. No PLFC, os clientes possuem demandas a serem servidas e os conjuntos de potenciais localizações de facilidades e de usuários podem estar contidos ou não no conjunto de vértices do grafo.

Gupta et al. [23] trabalharam também com o PLFC e com uma redução de um dos problemas estudados ao PLFC em [21]. Gupta et al. [22] investigaram o problema alugue-ou-compre e o reduziram ao PLFC. Khuller e Zhu estudaram um caso especial do PLFC em [30]. Guha e Khuller [20] trabalharam com o *problema do conjunto dominante conectado*. O *problema do conjunto domi-*

*nante* é definido por: dado um grafo, deseja-se encontrar o menor subconjunto de vértices tal que cada nó não pertencente ao subconjunto seja adjacente a pelo menos um vértice do mesmo. Adicionando-se a restrição de que o subgrafo induzido pelos vértices do subconjunto seja conexo, tem-se o *problema do conjunto dominante conectado*. A abordagem utilizada na resolução dos problemas anteriores [20, 21, 22, 23, 30] foi a técnica de algoritmos de aproximação.

Labbé et al. [32] investigaram o *problema do ciclo mediano*. São dados um grafo completo, com arestas com pesos representando custos de roteamento e arcos com pesos representando custos de associação (laços são permitidos). Assume-se o número de vértices do grafo superior a seis e fixa-se um vértice qualquer (depósito). Uma solução para o problema é um ciclo passando por um subconjunto de vértices do grafo incluindo-se o depósito e pelo menos dois outros vértices. O custo de roteamento de uma solução é a soma dos custos de roteamento das arestas pertencentes ao ciclo. Vértices presentes no ciclo estão associados a si próprios e vértices não pertencentes ao ciclo estão associados aos vértices mais próximos presentes no ciclo. Assim, o custo de associação de uma solução é a soma dos custos de associação de cada vértice que não está no ciclo a vértices pertencentes ao ciclo. Os autores apresentaram formulações de programação inteira para duas versões do problema e resultados computacionais para diversas instâncias através de um algoritmo exato do tipo *branch and cut*. Na primeira versão, minimiza-se a soma dos custos de roteamento e associação e na segunda versão, minimiza-se o custo de roteamento, sujeito a um limite superior no custo de associação.

Duas linhas de pesquisa também relacionadas a modelos integrados são [36]: problemas de localização-roteamento, onde considera-se a localização simultânea das facilidades e a determinação de rotas ou caminhos de coleta/entrega de algum serviço ou mercadoria e problemas de localização de concentradores, onde deseja-se localizar os concentradores em uma determinada rede, conectá-los e alocar os pontos de demanda aos mesmos. Para uma revisão da literatura de localização-roteamento e de localização de concentradores, ver os artigos de Min et al. [39] e de Campbell [9], respectivamente.

## 1.2

### Objetivos da Tese

A integração de modelos de projeto de redes com os de localização de facilidades é um tema recente de pesquisa, como pôde ser observado na revisão bibliográfica. As técnicas adotadas para a resolução destes problemas utilizadas na literatura são principalmente as abordagens exata [32, 36, 37, 54] e por algoritmos de aproximação [20, 21, 22, 23, 30, 45, 56]. Somente uma única abordagem heurística foi utilizada [54]. Este será o enfoque dado nessa tese.

O problema das  $p$ -medianas conectadas e o problema de localização de

facilidades não-capacitadas conectadas unem problemas NP-árduos clássicos de otimização combinatória bem estudados na literatura. Assim, os mesmos são também NP-árduos, sendo difíceis de serem resolvidos de forma exata. Além disso, muitas vezes, os métodos exatos nem sempre conseguem obter soluções ótimas em tempo hábil para problemas reais ou de grande porte. Por isso, uma abordagem heurística torna-se necessária. O objetivo desta tese é estudar o problema das  $p$ -medianas conectadas utilizando-se da abordagem heurística como ferramenta para sua solução. O termo heurísticas se refere, de uma forma geral, a algoritmos construtivos, de busca local e metaheurísticas.

O Capítulo 2 apresentará a definição do problema das  $p$ -medianas conectadas e do problema de localização de facilidades não-capacitadas conectadas. Duas formulações de programação linear inteira serão apresentadas para o primeiro problema e uma delas será estendida para o segundo. Também, comparações entre as duas formulações propostas para o primeiro problema serão realizadas em algumas instâncias, utilizando-se um resolvidor de programação linear inteira.

O Capítulo 3 descreverá o algoritmo de busca local para o problema das  $p$ -medianas conectadas, baseando-se em idéias tais como melhoria iterativa, circularidade, concatenação de buscas e descarte de vizinhos com o objetivo de acelerar os passos da busca local.

Os Capítulos 4 e 5 apresentarão, respectivamente, heurísticas GRASP (*Greedy Randomized Adaptive Search Procedures*) e VNS (*Variable Neighborhood Search*) para o problema das  $p$ -medianas conectadas. Ambas utilizarão uma estratégia de filtro com o objetivo de diminuir os tempos de processamento e o procedimento de reconexão por caminhos com o objetivo de melhorar a qualidade das soluções.

O Capítulo 6 mostrará as comparações entre as heurísticas GRASP e VNS para alguns problemas testes, em termos de qualidade das soluções encontradas e dos tempos de processamento obtidos.

Por último, o Capítulo 7 mostrará as conclusões da tese e possíveis extensões como trabalhos futuros.