

Carlos Eduardo Costa Vieira

**Heurísticas para o Problema das p -Medianas
Conectadas**

Tese de Doutorado

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Informática
do Departamento de Informática da PUC-Rio como requisito
parcial para obtenção do título de Doutor em Informática

Orientador: Prof. Celso da Cruz Carneiro Ribeiro

Rio de Janeiro
Setembro de 2006

Carlos Eduardo Costa Vieira

Heurísticas para o Problema das p -Medianas Conectadas

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Informática do Departamento de Informática do Centro Técnico Científico da PUC-Rio como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Informática. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Celso da Cruz Carneiro Ribeiro

Orientador

Departamento de Informática – PUC-Rio

Prof. Sérgio Lifschitz

Departamento de Informática – PUC-Rio

Prof. Simone de Lima Martins

Departamento de Ciência da Computação – UFF

Prof. Maurício Cardoso de Souza

Departamento de Engenharia de Produção – UFMG

Prof. Paulo Oswaldo Boaventura Netto

Programa de Engenharia de Produção – COPPE/UFRJ

Prof. Luiz Satoru Ochi

Departamento de Ciência da Computação – UFF

Prof. José Eugênio Leal

Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico – PUC-Rio

Rio de Janeiro, 11 de Setembro de 2006

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Carlos Eduardo Costa Vieira

Completo o segundo grau em Tecnologia em Informática Industrial na Escola Técnica Federal de Ouro Preto - Minas Gerais. Graduou-se em Ciência da Computação na Universidade Federal de Ouro Preto - Minas Gerais. Obteve o título de Mestre em Sistemas e Computação no Instituto Militar de Engenharia - Rio de Janeiro. Durante o mestrado foi bolsista da CAPES e desenvolveu o trabalho em heurísticas aplicadas ao problema de alocação de canal em sistemas de telecomunicações móveis.

Ficha Catalográfica

Vieira, Carlos Eduardo Costa

Heurísticas para o Problema das p -Medianas Conectadas / Carlos Eduardo Costa Vieira; orientador: Celso da Cruz Carneiro Ribeiro. – 2006.

v., 191 f: il. ; 30 cm

1. Tese (Doutorado em Informática) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2006.

Inclui bibliografia.

1. Informática – Teses. 2. Otimização Combinatória. 3. Projeto de Redes. 4. Localização de Facilidades. 5. Programação Linear Inteira. 6. Heurísticas. 7. Metaheurísticas. I. Ribeiro, Celso da Cruz Carneiro. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Informática. III. Título.

Dedico este trabalho à minha esposa Daniele.

Agradecimentos

Aos meus pais, Michele e Daniele pela força e apoio. À Leny e Luiz, Ana Paula, Cristiano, Jorge, Heidy e Rayane por serem a minha segunda família. Obrigado pelos computadores, apoio financeiro e acima de tudo, pela amizade e carinho.

Ao Departamento de Informática da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro pela oportunidade. Um agradecimento especial aos prestativos funcionários do departamento: Rosane Teles e Cosme Leal (biblioteca), Deborah Gonçalves e Emanuelle Oliveira (secretaria), José Carlos, Anderson Oliveira e Luciana Almeida (suporte).

Aos colegas e principalmente grandes amigos que encontrei na PUC-Rio: Aletéia Favacho, Alexandre Duarte, Andréa Cynthia, Sebastián Urrutia e Thiago Noronha. Um agradecimento especial ao amigo Alexandre Duarte por disponibilizar, sempre que possível, um tempo para a discussão e troca de idéias.

Ao pesquisador Maurício Resende pelo tema de pesquisa. Ao Prof. Celso Ribeiro pela oportunidade, incentivo, troca de conhecimentos e advertências, quando necessário.

À CAPES, por financiar a pesquisa no Brasil e a todos aqueles que, direta ou indiretamente, contribuíram na elaboração deste trabalho.

Resumo

Vieira, C. E. C.; Ribeiro, C. C.. **Heurísticas para o Problema das p -Medianas Conectadas**. Rio de Janeiro, 2006. 191p. Tese de Doutorado – Departamento de Informática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Esta tese define os problemas das p -medianas conectadas e o de localização de facilidades não-capacitadas conectadas. Possíveis aplicações incluem problemas de planejamento regional e o projeto de redes de telecomunicações ou de transporte. Para o primeiro problema, duas formulações de programação linear inteira são apresentadas e comparadas. Um destes modelos é adaptado para o segundo problema. Para o problema das p -medianas conectadas, algoritmos aproximados são desenvolvidos. Uma estratégia de busca local híbrida é proposta. Para acelerar as iterações do algoritmo de busca local, idéias como circularidade, melhoria iterativa e o descarte de vizinhos são incorporadas. Heurísticas GRASP e VNS são desenvolvidas incluindo a utilização de um filtro com o objetivo de diminuir os tempos de processamento e do procedimento de reconexão por caminhos com o objetivo de melhorar a qualidade das soluções encontradas. Diversos testes são realizados comparando-se esses algoritmos. Os resultados mostraram a necessidade de se executar um passo adicional de pós-otimização às heurísticas GRASP e VNS propostas.

Palavras-chave

Otimização Combinatória. Projeto de Redes. Localização de Facilidades. Programação Linear Inteira. Heurísticas. Metaheurísticas.

Abstract

Vieira, C. E. C.; Ribeiro, C. C.. **Heuristics for the Connected p -Median Problem**. Rio de Janeiro, 2006. 191p. PhD Thesis – Department of Informática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

In this work, the connected p -median and the connected facility location problems are defined. Applications arise in regional planning, design of telecommunications and transportation networks. For the first problem, two integer linear programming formulations are proposed. Adaptations are made in one of these formulations and are used to model the second problem. Approximation algorithms to solve the connected p -median problem are developed. A hybrid local search strategy is proposed. In order to speed up the local search iterations, ideas as circularity, first-improving strategy and discard neighbors are incorporated. A GRASP algorithm and a VNS heuristic are also proposed. A filter is used to reduce the computational time required and a path-relinking is applied to improve the results found. Computational experiments to compare the algorithms are reported. To improve these results, it is applied a post-optimization step to the GRASP and VNS heuristics.

Keywords

Combinatorial Optimization. Network Design. Facility Location. Integer Linear Programming. Heuristics. Metaheuristics.

Sumário

| | | |
|-----|--|-----|
| 1 | Introdução | 17 |
| 1.1 | Estado da Arte | 19 |
| 1.2 | Objetivos da Tese | 22 |
| 2 | Formulações Matemáticas para os Problemas Híbridos de Projeto de Redes e de Localização de Facilidades | 24 |
| 2.1 | Problema de Steiner em Grafos | 25 |
| 2.2 | Problema das p -Medianas | 28 |
| 2.3 | Problema de Localização de Facilidades Não-Capacitadas | 29 |
| 2.4 | Problema Híbrido das p -Medianas Conectadas | 30 |
| 2.5 | Problema Híbrido de Localização de Facilidades Não-Capacitadas Conectadas | 36 |
| 2.6 | Comparações entre os Modelos para o Problema das p -Medianas Conectadas | 39 |
| 2.7 | Considerações Finais | 42 |
| 3 | Algoritmo de Busca Local | 52 |
| 3.1 | Solução Inicial dos Algoritmos de Busca Local | 53 |
| 3.2 | Algoritmo Básico de Busca Local | 55 |
| 3.3 | Otimizando o Algoritmo Básico de Busca Local | 63 |
| 3.4 | Busca Local Concatenada | 85 |
| 3.5 | Considerações Finais | 90 |
| 4 | GRASP com Filtro e Reconexão por Caminhos | 94 |
| 4.1 | Fase de Construção | 96 |
| 4.2 | Ambiente de Teste, Instâncias e Medidas Utilizadas | 97 |
| 4.3 | Configuração dos parâmetros no GRASP | 98 |
| 4.4 | Estratégia de Filtro | 112 |
| 4.5 | Reconexão por Caminhos | 113 |
| 4.6 | Algoritmo GRASP com Filtro e Reconexão por Caminhos | 122 |
| 4.7 | Considerações Finais | 123 |
| 5 | VNS com Filtro e Reconexão por Caminhos | 125 |
| 5.1 | Algoritmo VNS Básico | 126 |
| 5.2 | Ambiente de Teste, Instâncias e Medidas Utilizadas | 127 |
| 5.3 | Configuração dos Parâmetros do VNS | 128 |
| 5.4 | Estratégia de Filtro | 129 |
| 5.5 | Configuração do Parâmetro b | 142 |
| 5.6 | VNS e Reconexão por Caminhos | 143 |
| 5.7 | Algoritmo VNS com Filtro e Reconexão por Caminhos | 147 |
| 5.8 | Considerações Finais | 149 |
| 6 | Comparações entre as Heurísticas GRASP e VNS | 150 |
| 6.1 | Ambiente de Teste e Instâncias Utilizadas | 151 |
| 6.2 | Tempo de Processamento Limitado | 151 |
| 6.3 | Tempo para Atingir um Valor Alvo | 156 |
| 6.4 | Soluções Ótimas e Passo de Pós-Otimização | 160 |

| | | |
|-----|--------------------------------|-----|
| 6.5 | Considerações Finais | 177 |
| 7 | Conclusões e Trabalhos Futuros | 184 |

Lista de figuras

| | | |
|-----|---|-----|
| 2.1 | Grafo original $G = (V, E)$ e grafo modificado $G_0 = (V_0, E_0)$. | 27 |
| 2.2 | Solução ótima para o problema da árvore geradora mínima restrita por grau no grafo G_0 . | 27 |
| 3.1 | Algoritmo que gera as soluções iniciais das buscas locais. | 54 |
| 3.2 | Algoritmo de busca local para o problema das p -medianas conectadas. | 59 |
| 3.3 | Função que atualiza as estruturas <i>ganho</i> , <i>perda</i> e <i>extra</i> . | 60 |
| 3.4 | Função que determina o primeiro vizinho aprimorante na busca local básica. | 62 |
| 3.5 | Função que determina o primeiro vizinho aprimorante na busca local com teste. | 64 |
| 3.6 | Função que determina o primeiro vizinho aprimorante na busca local pelas bordas. | 66 |
| 3.7 | Função que determina o primeiro vizinho aprimorante na busca local pelas bordas com teste da menor aresta. | 68 |
| 4.1 | Pseudo-código da metaheurística GRASP. | 94 |
| 4.2 | Fase de construção do GRASP. | 96 |
| 4.3 | Pseudo-código do procedimento de reconexão por caminhos. | 115 |
| 4.4 | Função que encontra a melhor troca no algoritmo de reconexão por caminhos. | 116 |
| 4.5 | Distribuição de probabilidade empírica do tempo gasto para encontrar o valor alvo 11086 para a instância GRM_P11 ($w = 5$). | 120 |
| 4.6 | Distribuição de probabilidade empírica do tempo gasto para encontrar o valor alvo 6436 para a instância ORM_P9 ($w = 5$). | 120 |
| 4.7 | Distribuição de probabilidade empírica do tempo gasto para encontrar o valor alvo 13276 para a instância GRM_P17 ($w = 5$). | 121 |
| 4.8 | Distribuição de probabilidade empírica do tempo gasto para encontrar o valor alvo 6363 para a instância ORM_P15 ($w = 5$). | 121 |
| 4.9 | Algoritmo GRASP com filtro e reconexão por caminhos. | 122 |
| 5.1 | Algoritmo VNS básico. | 126 |
| 5.2 | Distribuição de probabilidade empírica do tempo gasto para encontrar o valor alvo 11086 para a instância GRM_P11 ($w = 5$). | 145 |
| 5.3 | Distribuição de probabilidade empírica do tempo gasto para encontrar o valor alvo 6436 para a instância ORM_P9 ($w = 5$). | 145 |
| 5.4 | Distribuição de probabilidade empírica do tempo gasto para encontrar o valor alvo 7259 para a instância ORM_P18 ($w = 5$). | 146 |
| 5.5 | Distribuição de probabilidade empírica do tempo gasto para encontrar o valor alvo 13276 para a instância GRM_P17 ($w = 5$). | 146 |
| 5.6 | Algoritmo VNS com filtro e reconexão por caminhos. | 148 |
| 6.1 | Distribuição de probabilidade empírica do tempo gasto para encontrar o valor alvo 8379 para a instância GRM_P5 ($w = 5$). | 157 |
| 6.2 | Distribuição de probabilidade empírica do tempo gasto para encontrar o valor alvo 5990 para a instância ORM_P18 ($w = 2$). | 157 |
| 6.3 | Distribuição de probabilidade empírica do tempo gasto para encontrar o valor alvo 7530 para a instância ORM_P30 ($w = 5$). | 158 |

| | | |
|-----|--|-----|
| 6.4 | Distribuição de probabilidade empírica do tempo gasto para encontrar o valor alvo 10600 para a instância ORM_P20 ($w = 10$). | 158 |
| 6.5 | Distribuição de probabilidade empírica do tempo gasto para encontrar o valor alvo 7370 para a instância GRM_NP17. | 159 |
| 6.6 | Distribuição de probabilidade empírica do tempo gasto para encontrar o valor alvo 6195 para a instância ORM_NP37. | 159 |

Lista de tabelas

| | | |
|------|--|----|
| 2.1 | Resultados obtidos pela formulação por fluxos para as instâncias proporcionais ($w = 2$). | 40 |
| 2.2 | Resultados obtidos pela formulação por fluxos para as instâncias proporcionais ($w = 5$). | 41 |
| 2.3 | Resultados obtidos pela formulação por fluxos para as instâncias proporcionais ($w = 10$). | 42 |
| 2.4 | Resultados obtidos pela formulação por árvore para as instâncias proporcionais ($w = 2$). | 43 |
| 2.5 | Resultados obtidos pela formulação por árvore para as instâncias proporcionais ($w = 5$). | 44 |
| 2.6 | Resultados obtidos pela formulação por árvore para as instâncias proporcionais ($w = 10$). | 45 |
| 2.7 | Resultados obtidos pela formulação por fluxos para as instâncias não proporcionais ($w = 2$). | 46 |
| 2.8 | Resultados obtidos pela formulação por fluxos para as instâncias não proporcionais ($w = 5$). | 47 |
| 2.9 | Resultados obtidos pela formulação por fluxos para as instâncias não proporcionais ($w = 10$). | 48 |
| 2.10 | Resultados obtidos pela formulação por árvore para as instâncias não proporcionais ($w = 2$). | 49 |
| 2.11 | Resultados obtidos pela formulação por árvore para as instâncias não proporcionais ($w = 5$). | 50 |
| 2.12 | Resultados obtidos pela formulação por árvore para as instâncias não proporcionais ($w = 10$). | 51 |
| 3.1 | Classe de instâncias ORM_P para o problemas das p -medianas conectadas. | 70 |
| 3.2 | Classe de instâncias GRM_P para o problemas das p -medianas conectadas. | 70 |
| 3.3 | Classe de instâncias SLM_P para o problemas das p -medianas conectadas. | 71 |
| 3.4 | Qualidade relativa das buscas locais ($w = 2$). | 72 |
| 3.5 | Qualidade relativa das buscas locais ($w = 5$). | 72 |
| 3.6 | Qualidade relativa das buscas locais ($w = 10$). | 73 |
| 3.7 | Quantidade média de vizinhos em 15 iterações - ORM_P ($w = 2$). | 75 |
| 3.8 | Quantidade média de vizinhos em 15 iterações - ORM_P ($w = 5$). | 76 |
| 3.9 | Quantidade média de vizinhos em 15 iterações - ORM_P ($w = 10$). | 77 |
| 3.10 | Quantidade média de vizinhos em 15 iterações - GRM_P ($w = 2$). | 78 |
| 3.11 | Quantidade média de vizinhos em 15 iterações - GRM_P ($w = 5$). | 78 |
| 3.12 | Quantidade média de vizinhos em 15 iterações - GRM_P ($w = 10$). | 79 |
| 3.13 | Quantidade média de vizinhos em 15 iterações - SLM_P ($w = 2$). | 79 |
| 3.14 | Quantidade média de vizinhos em 15 iterações - SLM_P ($w = 5$). | 79 |
| 3.15 | Quantidade média de vizinhos em 15 iterações - SLM_P ($w = 10$). | 79 |
| 3.16 | Tempos de execução em segundos tam - ORM_P ($w = 2$). | 80 |
| 3.17 | Tempos de execução em segundos tam - ORM_P ($w = 5$). | 81 |
| 3.18 | Tempos de execução em segundos tam - ORM_P ($w = 10$). | 82 |
| 3.19 | Tempos de execução em segundos tam - GRM_P ($w = 2$). | 83 |

| | | |
|------|--|-----|
| 3.20 | Tempos de execução em segundos <i>tam</i> - GRM_P ($w = 5$). | 83 |
| 3.21 | Tempos de execução em segundos <i>tam</i> - GRM_P ($w = 10$). | 84 |
| 3.22 | Tempos de execução em segundos <i>tam</i> - SLM_P ($w = 2$). | 84 |
| 3.23 | Tempos de execução em segundos <i>tam</i> - SLM_P ($w = 5$). | 84 |
| 3.24 | Tempos de execução em segundos <i>tam</i> - SLM_P ($w = 10$). | 84 |
| 3.25 | Qualidade relativa das buscas locais, incluindo BL_Conc - ($w = 2$). | 85 |
| 3.26 | Qualidade relativa das buscas locais, incluindo BL_Conc - ($w = 5$). | 86 |
| 3.27 | Qualidade relativa das buscas locais, incluindo BL_Conc - ($w = 10$). | 86 |
| 3.28 | Tempos de execução em segundos <i>tam</i> , incluindo BL_Conc - ORM_P ($w = 2$). | 87 |
| 3.29 | Tempos de execução em segundos <i>tam</i> , incluindo BL_Conc - ORM_P ($w = 5$). | 88 |
| 3.30 | Tempos de execução em segundos <i>tam</i> , incluindo BL_Conc - ORM_P ($w = 10$). | 89 |
| 3.31 | Tempos de execução em segundos <i>tam</i> , incluindo BL_Conc - GRM_P ($w = 2$). | 90 |
| 3.32 | Tempos de execução em segundos <i>tam</i> , incluindo BL_Conc - GRM_P ($w = 5$). | 91 |
| 3.33 | Tempos de execução em segundos <i>tam</i> , incluindo BL_Conc - GRM_P ($w = 10$). | 91 |
| 3.34 | Tempos de execução em segundos <i>tam</i> , incluindo BL_Conc - SLM_P ($w = 2$). | 92 |
| 3.35 | Tempos de execução em segundos <i>tam</i> , incluindo BL_Conc - SLM_P ($w = 5$). | 92 |
| 3.36 | Tempos de execução em segundos <i>tam</i> , incluindo BL_Conc - SLM_P ($w = 10$). | 92 |
| 4.1 | Configuração de α : qualidade média das instâncias ORM_P1 a ORM_P24 ($w = 2$). | 100 |
| 4.2 | Configuração de α : qualidade média das instâncias ORM_P1 a ORM_P24 ($w = 5$). | 101 |
| 4.3 | Configuração de α : qualidade média das instâncias ORM_P1 a ORM_P24 ($w = 10$). | 102 |
| 4.4 | Configuração de α : qualidade média das instâncias GRM_P ($w = 2$). | 103 |
| 4.5 | Configuração de α : qualidade média das instâncias GRM_P ($w = 5$). | 104 |
| 4.6 | Configuração de α : qualidade média das instâncias GRM_P ($w = 10$). | 105 |
| 4.7 | Configuração de α : tempo médio de execução das instâncias ORM_P1 a ORM_P24 ($w = 2$). | 106 |
| 4.8 | Configuração de α : tempo médio de execução das instâncias ORM_P1 a ORM_P24 ($w = 5$). | 107 |
| 4.9 | Configuração de α : tempo médio de execução das instâncias ORM_P1 a ORM_P24 ($w = 10$). | 108 |
| 4.10 | Configuração de α : tempo médio de execução das instâncias GRM_P ($w = 2$). | 109 |
| 4.11 | Configuração de α : tempo médio de execução das instâncias GRM_P ($w = 5$). | 110 |
| 4.12 | Configuração de α : tempo médio de execução das instâncias GRM_P ($w = 10$). | 111 |
| 4.13 | Qualidade relativa na configuração do filtro no GRASP. | 112 |
| 4.14 | Tempo relativo na configuração do filtro no GRASP. | 113 |
| 4.15 | Qualidade relativa na configuração de <i>MaxElite</i> no GRASP. | 118 |

| | | |
|------|---|-----|
| 4.16 | Tempo relativo na configuração de <i>MaxElite</i> no GRASP. | 118 |
| 5.1 | Qualidade relativa na configuração do filtro no VNS. | 129 |
| 5.2 | Tempo relativo na configuração do filtro no VNS. | 129 |
| 5.3 | Configuração de k_{max} : qualidade média das instâncias ORM_P1 a ORM_P20 ($w = 2$). | 130 |
| 5.4 | Configuração de k_{max} : qualidade média das instâncias ORM_P1 a ORM_P20 ($w = 5$). | 131 |
| 5.5 | Configuração de k_{max} : qualidade média das instâncias ORM_P1 a ORM_P20 ($w = 10$). | 132 |
| 5.6 | Configuração de k_{max} : qualidade média das instâncias GRM_P ($w = 2$). | 133 |
| 5.7 | Configuração de k_{max} : qualidade média das instâncias GRM_P ($w = 5$). | 134 |
| 5.8 | Configuração de k_{max} : qualidade média das instâncias GRM_P ($w = 10$). | 135 |
| 5.9 | Configuração de k_{max} : tempo médio de execução das instâncias ORM_P1 a ORM_P20 ($w = 2$). | 136 |
| 5.10 | Configuração de k_{max} : tempo médio de execução das instâncias ORM_P1 a ORM_P20 ($w = 5$). | 137 |
| 5.11 | Configuração de k_{max} : tempo médio de execução das instâncias ORM_P1 a ORM_P20 ($w = 10$). | 138 |
| 5.12 | Configuração de k_{max} : tempo médio de execução das instâncias GRM_P ($w = 2$). | 139 |
| 5.13 | Configuração de k_{max} : tempo médio de execução das instâncias GRM_P ($w = 5$). | 140 |
| 5.14 | Configuração de k_{max} : tempo médio de execução das instâncias GRM_P ($w = 10$). | 141 |
| 5.15 | Qualidade relativa na configuração de b . | 142 |
| 5.16 | Tempo relativo na configuração de b . | 142 |
| 5.17 | Qualidade relativa na configuração de <i>MaxElite</i> no VNS. | 143 |
| 5.18 | Tempo relativo na configuração de <i>MaxElite</i> no VNS. | 144 |
| 6.1 | Qualidade relativa das heurísticas no tempo tp para as instâncias proporcionais ($w = 2$). | 152 |
| 6.2 | Qualidade relativa das heurísticas no tempo tp para as instâncias proporcionais ($w = 5$). | 152 |
| 6.3 | Qualidade relativa das heurísticas no tempo tp para as instâncias proporcionais ($w = 10$). | 153 |
| 6.4 | Qualidade relativa das heurísticas no tempo ti para as instâncias proporcionais ($w = 2$). | 153 |
| 6.5 | Qualidade relativa das heurísticas no tempo ti para as instâncias proporcionais ($w = 5$). | 153 |
| 6.6 | Qualidade relativa das heurísticas no tempo ti para as instâncias proporcionais ($w = 10$). | 154 |
| 6.7 | Qualidade relativa das heurísticas no tempo tg para as instâncias proporcionais ($w = 2$). | 154 |
| 6.8 | Qualidade relativa das heurísticas no tempo tg para as instâncias proporcionais ($w = 5$). | 154 |
| 6.9 | Qualidade relativa das heurísticas no tempo tg para as instâncias proporcionais ($w = 10$). | 155 |

| | | |
|------|---|-----|
| 6.10 | Qualidade relativa das heurísticas no tempo tp para as instâncias não proporcionais. | 155 |
| 6.11 | Qualidade relativa das heurísticas no tempo ti para as instâncias não proporcionais. | 155 |
| 6.12 | Qualidade relativa das heurísticas no tempo tg para as instâncias não proporcionais. | 155 |
| 6.13 | Valor da solução ótima para algumas instâncias da classe proporcional ORM_P ($w = 2$, $w = 5$ e $w = 10$). | 161 |
| 6.14 | Valor da solução ótima para algumas instâncias da classe proporcional GRM_P ($w = 2$, $w = 5$ e $w = 10$). | 162 |
| 6.15 | Comparações absolutas entre as heurísticas para as instâncias proporcionais da classe ORM_P ($w = 2$). | 163 |
| 6.16 | Comparações absolutas entre as heurísticas para as instâncias proporcionais da classe ORM_P ($w = 5$). | 164 |
| 6.17 | Comparações absolutas entre as heurísticas para as instâncias proporcionais da classe ORM_P ($w = 10$). | 165 |
| 6.18 | Comparações absolutas entre as heurísticas para as instâncias proporcionais da classe GRM_P ($w = 2$). | 166 |
| 6.19 | Comparações absolutas entre as heurísticas para as instâncias proporcionais da classe GRM_P ($w = 5$). | 166 |
| 6.20 | Comparações absolutas entre as heurísticas para as instâncias proporcionais da classe GRM_P ($w = 10$). | 167 |
| 6.21 | Comparações absolutas entre as heurísticas para as instâncias proporcionais da classe SLM_P ($w = 2$). | 167 |
| 6.22 | Comparações absolutas entre as heurísticas para as instâncias proporcionais da classe SLM_P ($w = 5$). | 167 |
| 6.23 | Comparações absolutas entre as heurísticas para as instâncias proporcionais da classe SLM_P ($w = 10$). | 167 |
| 6.24 | Comparações absolutas entre as heurísticas para as instâncias não proporcionais da classe ORM_NP. | 168 |
| 6.25 | Comparações absolutas entre as heurísticas para as instâncias não proporcionais da classe GRM_NP. | 169 |
| 6.26 | Resultados da pós-otimização para a heurística GRASPf_RC nas instâncias proporcionais da classe ORM_P ($w = 2$). | 171 |
| 6.27 | Resultados da pós-otimização para a heurística VNSf_RC nas instâncias proporcionais da classe ORM_P ($w = 2$). | 172 |
| 6.28 | Resultados da pós-otimização para a heurística GRASPf_RC nas instâncias proporcionais da classe ORM_P ($w = 5$). | 173 |
| 6.29 | Resultados da pós-otimização para a heurística VNSf_RC nas instâncias proporcionais da classe ORM_P ($w = 5$). | 174 |
| 6.30 | Resultados da pós-otimização para a heurística GRASPf_RC nas instâncias proporcionais da classe ORM_P ($w = 10$). | 175 |
| 6.31 | Resultados da pós-otimização para a heurística VNSf_RC nas instâncias proporcionais da classe ORM_P ($w = 10$). | 176 |
| 6.32 | Resultados da pós-otimização para as heurísticas GRASPf_RC e VNSf_RC nas instâncias proporcionais da classe GRM_P ($w = 2$). | 177 |
| 6.33 | Resultados da pós-otimização para as heurísticas GRASPf_RC e VNSf_RC nas instâncias proporcionais da classe GRM_P ($w = 5$). | 178 |
| 6.34 | Resultados da pós-otimização para as heurísticas GRASPf_RC e VNSf_RC nas instâncias proporcionais da classe GRM_P ($w = 10$). | 178 |

| | | |
|------|---|-----|
| 6.35 | Resultados da pós-otimização para a heurística GRASPf_RC nas instâncias proporcionais da classe SLM_P ($w = 2$). | 179 |
| 6.36 | Resultados da pós-otimização para a heurística VNSf_RC nas instâncias proporcionais da classe SLM_P ($w = 2$). | 179 |
| 6.37 | Resultados da pós-otimização para a heurística GRASPf_RC nas instâncias proporcionais da classe SLM_P ($w = 5$). | 179 |
| 6.38 | Resultados da pós-otimização para a heurística VNSf_RC nas instâncias proporcionais da classe SLM_P ($w = 5$). | 179 |
| 6.39 | Resultados da pós-otimização para a heurística GRASPf_RC nas instâncias proporcionais da classe SLM_P ($w = 10$). | 179 |
| 6.40 | Resultados da pós-otimização para a heurística VNSf_RC nas instâncias não proporcionais da classe SLM_P ($w = 10$). | 179 |
| 6.41 | Resultados da pós-otimização para a heurística GRASPf_RC nas instâncias não proporcionais da classe ORM_NP ($w = 2$). | 180 |
| 6.42 | Resultados da pós-otimização para a heurística VNSf_RC nas instâncias não proporcionais da classe ORM_NP ($w = 2$). | 181 |
| 6.43 | Resultados da pós-otimização para a heurística GRASPf_RC nas instâncias não proporcionais da classe GRM_NP ($w = 2$). | 182 |
| 6.44 | Resultados da pós-otimização para a heurística VNSf_RC nas instâncias não proporcionais da classe GRM_NP ($w = 2$). | 182 |