

## 4 Simulações e Experimentos

Nos capítulos anteriores foi apresentado todo o arcabouço teórico do modelo, que inclui a motivação para as hipóteses consideradas. Foram também apresentadas as estratégias realistas de análise técnica utilizadas na modelagem. Neste capítulo serão apresentados: a implementação do modelo, os resultados obtidos com as simulações e alguns experimentos realizados com o objetivo de analisarmos o mercado financeiro sob novos cenários.

### 4.1 Implementação

#### 4.1.1 Algoritmo

Considera-se o tempo discreto e o ciclo do algoritmo do mercado é repetido um número  $T$  de vezes – representando as negociações que ocorrem na escala diária. Todas as simulações foram realizadas para  $T = 10^4$  passos, garantindo uma amostragem suficiente de dados nas séries temporais obtidas. A descrição dos passos do algoritmo é apresentada a seguir:

1. Inicialização: capital e ações de um ativo de risco são distribuídos entre os agentes do mercado artificial; uma série real de preços é utilizada como série histórica passada inicial.
2. Início do ciclo de negociação: agentes fazem previsão quanto à variação futura dos preços, baseando-se na série histórica de preços (agentes técnicos) ou ao acaso (agentes aleatórios) e definem seu posicionamento como de compra, venda, ou neutro (não negocia).
3. Dado posicionamento de compra (venda), o agente dispõe de uma fração aleatória de seu capital (suas ações) para negociação devido à existência de informações parciais no mercado ou racionalidade limitada.
4. Os agentes ajustam as ordens especulativas de negociação procurando satisfazer critérios individuais de aversão ao risco.

5. As ordens de negociação ajustadas são submetidas pelos agentes ao mercado.
6. Limpeza do mercado: as negociações são executadas, com grupo minoritário (majoritário) de compra ou venda sendo totalmente (parcialmente) atendido.
7. O novo preço do ativo é encontrado baseado na lei de oferta e demanda.
8. Os agentes atualizam sua riqueza.
9. Fim do ciclo de negociação; volta ao item 2.

As simulações foram realizadas em um computador do tipo PC com processador AMD Athlon(TM) XP 2000+ (frequência 1667.048 MHz e cache 256 KB) e com 512 MB de memória. Neste computador cada simulação durou, em média, 20 segundos. No Apêndice A apresentamos o gerador de números pseudo-aleatórios utilizado.

#### 4.1.2 Inicialização

##### *Inicialização do mercado*

É importante escolher condições iniciais que causem o impacto mínimo na dinâmica inicial do modelo, ou seja, um transiente mínimo até emergir o comportamento coletivo de longo prazo.

A inicialização do mercado possui três pontos fundamentais:

1. A série histórica utilizada para o cálculo dos indicadores técnicos no instante inicial: é utilizada uma série temporal real. Esta série deve ter um tamanho suficiente para que todos os indicadores possam ser calculados. Logo, é necessário que a série temporal tenha, no mínimo, o tamanho da maior janela escolhida entre todos os indicadores.
2. A disponibilização de um preço inicial,  $p_0$ , para que os agentes possam calcular suas ações,  $\Delta S_i(t = 0)$ : como foi utilizada de uma série temporal real para “calibrar” os indicadores,  $p_0$  será o último valor de preço fornecido pela série real.
3. A definição do capital total e da quantidade total de ações existentes no mercado, a saber:  $\mathcal{C}$  e  $\mathcal{S}$ . A inicialização segue a igualdade:

$$\mathcal{C} = p_0 \mathcal{S} \quad (4-1)$$

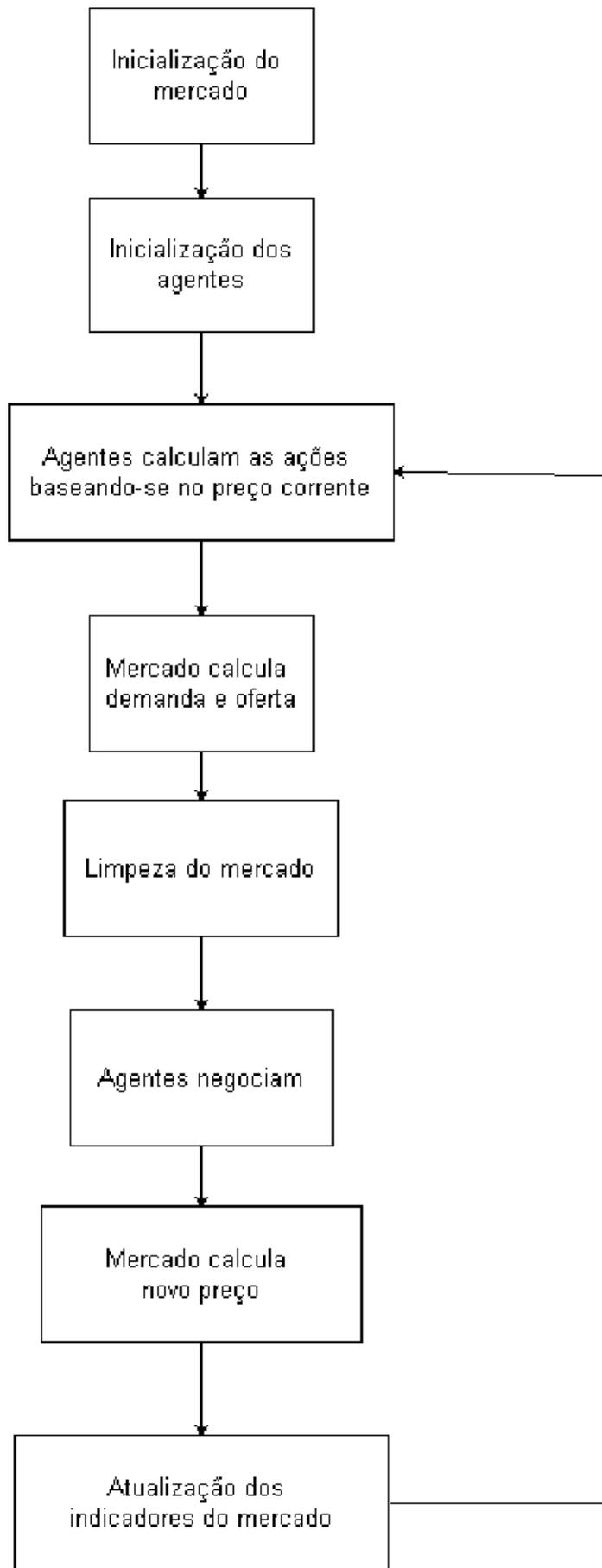


Figura 4.1: Algoritmo do modelo.

ou seja, o capital do mercado é igual ao valor agregado das ações. Esta escolha garante que não existe prevalência inicial de capital com ou sem risco na modelagem.

Os agentes são divididos em duas populações: os agentes aleatórios e os parcialmente racionais, sendo os últimos subdivididos igualmente entre  $n = 4$  grupos, de acordo com a estratégia técnica utilizada.

#### *Inicialização dos agentes*

Os  $N$  agentes do mercado são inicializados homogeneamente no que concerne a distribuição de renda, isto é, as quantidades  $\mathcal{C}$  e  $\mathcal{S}$  são divididas equalitariamente, portanto:

$$C_i(t = 0) = \frac{\mathcal{C}}{N}, \quad i = 1 \dots N \quad (4-2)$$

$$S_i(t = 0) = \frac{\mathcal{S}}{N}, \quad i = 1 \dots N \quad (4-3)$$

Com esta escolha, garante-se que o desempenho dos agentes ao longo da evolução dinâmica do mercado artificial se dê exclusivamente devido à heterogeneidade das decisões de investimento. Além disso, permite testar a influência de outros parâmetros do modelo sobre a riqueza adquirida pelos agentes.

### **4.1.3 Heterogeneidade dos agentes**

A heterogeneidade dos agentes do modelo é baseada em duas características básicas: a utilização de diferentes estratégias para tomada de decisão e diferentes graus de aversão ao risco.

#### *Aversão ao risco*

Todos os agentes, independente da sua classificação quanto à estratégia de atuação, possuem diferentes graus de aversão ao risco, caracterizados por  $\gamma_i^*$ , o que implica em diferenças sistemáticas na fração individual do investimento aplicado em risco. Consideramos  $\gamma_i^*$  uma variável aleatória positiva distribuída segundo a distribuição *Gama*, definida como:

$$Gama(x; a, b) = \frac{1}{\Gamma(a)b^a} x^{a-1} e^{-x/b}, \quad x > 0 \quad (4-4)$$

Os parâmetros  $a$  e  $b$  são escolhidos de tal forma que  $\overline{\gamma_i^*} = 1$  e  $\overline{(\Delta\gamma_i^*)^2} = 1$ .

Esta escolha reflete uma simetria da modelagem quanto à distribuição ideal de investimento entre os ativos com ou sem risco de forma global no mercado, levando em conta a característica de mercado especulativo onde o *bulk* de agentes é pouco avesso ao risco.

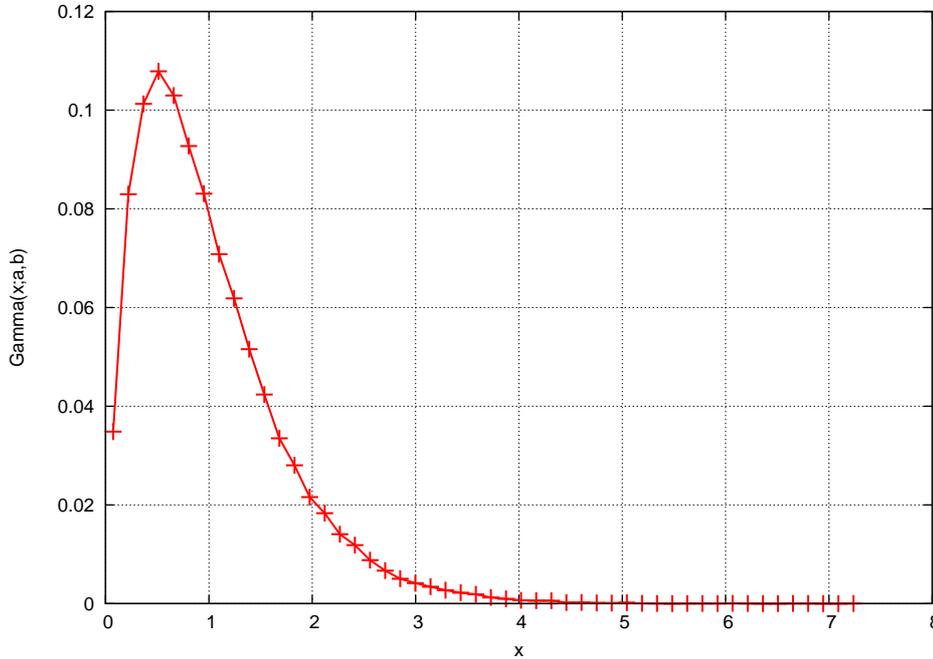


Figura 4.2: Distribuição amostral de números aleatórios que seguem distribuição  $Gama(x; a, b)$  onde  $\overline{\gamma}_i^* = 1$  e  $(\Delta\gamma_i^*)^2 = 1$ . O gerador da biblioteca GSL [1] foi utilizado na implementação.

Deve-se observar que o parâmetro ideal,  $\gamma_i^*$ , não foi utilizado para definir a fração de investimento em risco inicial de cada agente. Ele apenas estabelece um parâmetro racional para seu investimento.

#### *Diversidade de estratégias*

O modelo possui 4 estratégias técnicas, mostradas na Tabela 4.1. Os testes de significância realizados na Seção 3.3 mostram que essas estratégias, quando comparadas com uma estratégia de referência, apresentam performance significativamente não nula quando aplicados a algumas séries temporais reais.

Como foi visto no Capítulo 3, cada uma das estratégias técnicas possui um conjunto de parâmetros. Não há evidências quanto ao melhor conjunto de parâmetros para um dado tipo de estratégia. O critério de escolha é relativamente subjetivo. Alguns parâmetros são comumente utilizados por operadores de mercado e também são citados em alguns trabalhos [10, 11, 17]. Em particular, a escala temporal dos indicadores técnicos está na faixa de valores  $\tau \in [5, 200]$ . De forma a representar o mercado real, as estratégias dos agentes técnicos no nosso mercado, apresentadas na Tabela 4.1, foram

compostas por parâmetros escolhidos dentro de um conjunto “mais popular” de parâmetros.

Indicador	Estratégia
Média móvel	MA(5,21)
Média móvel exponencial	EMA(5,21)
Índice de Força Relativa	RSI(21,30,70)
Momento	MO(21)

Tabela 4.1: Estratégias utilizadas na implementação do modelo.

Outro fator importante que foi considerado na escolha dos conjuntos de parâmetros das estratégias, foi a heterogeneidade na emissão dos sinais de compra e venda pelos indicadores. Cada agente utiliza somente uma estratégia em seu mecanismo de ativação,  $\sigma_i(t)$ . Dessa maneira é importante que as estratégias não enviem sinais simultaneamente com muita frequência, pois caso contrário, teríamos efetivamente agentes equivalentes. A Figura 4.3 ilustra os estados de ativação de cada estratégia no mercado artificial obtidos nas simulações. É possível notar a heterogeneidade da ativação destas estratégias.

Em particular, as médias móveis, aritmética e exponencial, aparentam emitir sinais simultaneamente, porém, um olhar mais cuidadoso mostra que os sinais são emitidos próximos uns dos outros e não no mesmo instante.

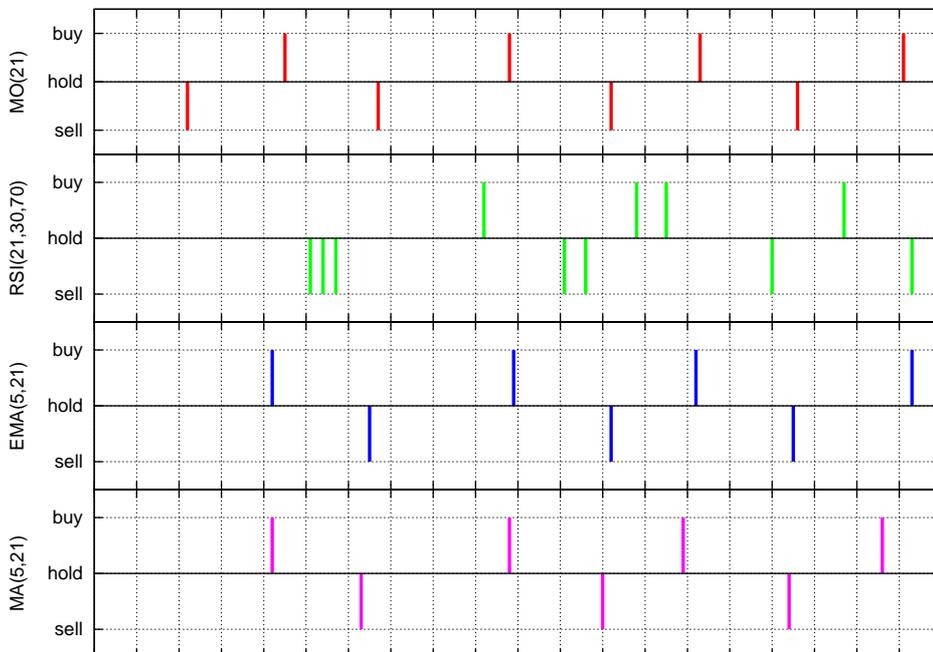


Figura 4.3: O gráfico mostra a heterogeneidade na emissão de sinais pelas estratégias técnicas no modelo.

As janelas temporais consideradas nas estratégias técnicas representam a memória do agente com respeito aos últimos dados do preço. O alcance desta

memória define também o horizonte temporal de investimento. Uma memória mais curta produz resposta mais rápida às mudanças de preços, induzindo uma negociação mais ativa; analogamente, uma memória longa resulta em variações lentas da expectativa de preços e assim, mudanças lentas na estratégia de investimento.

Foram escolhidas no modelo estratégias com janelas temporais curtas para representar especuladores de curto prazo. As mesmas janelas ( $\tau = 5$  e  $\tau = 21$ ) foram consideradas para várias estratégias, de forma que a frequência característica de negociação dos agentes técnicos fosse equivalente. Isto permite correlacionar o desempenho dos agentes principalmente ao tipo de estratégia, e não ao número de negociações efetivadas. Além disso, a princípio, nenhum lucro extra é adquirido devido à uma grande diferença de memória no processamento da história passada dos preços.

#### 4.1.4 Flutuações estocásticas

##### *Agentes aleatórios*

A estocasticidade da flutuação de preços é principalmente devida à especulação aleatória de um grande número de agentes do mercado, que provêm um “banho térmico” para a atuação dos agentes técnicos. Para representar o mercado real, a fração de agentes técnicos nas simulações foi restrita ao intervalo  $\phi \in [0.1, 0.5]$ .

Para que o mecanismo de atuação dos agentes aleatórios pudesse traduzir um comportamento completamente ao acaso definiu-se que,  $\tau_i(t)$  e  $s_i(t)$  mostradas na Tabela 2.1, serão modeladas com variáveis aleatórias de Bernoulli com a mesma probabilidade para ambas alternativas.

##### *Incerteza na ordem de compra ou venda*

A estocasticidade dinâmica do modelo também é introduzida através das variáveis  $f_c$  e  $f_v$  que representam respectivamente as frações do capital e de ações que os agentes tem intenção de negociar, de acordo com o sinal emitido por suas estratégias.

Dado que estas frações são governadas por novas informações sobre o ativo que chegam ao mercado, cujo caráter é exógeno, elas serão modeladas por variáveis aleatórias regidas por uma distribuição uniforme:

$$\begin{aligned} f_c &\sim U(0, 1) \\ f_v &\sim U(0, 1) \end{aligned} \tag{4-5}$$

Esta modelagem reforça a incerteza dos agentes a respeito do preço do ativo, podendo também representar a incerteza da atuação do agente devido a aspectos cognitivos.

A cada passo da simulação, as variáveis aleatórias  $f_c$  e  $f_v$  são atualizadas independentemente, representando um fluxo de informações diárias não correlacionadas.

#### 4.1.5 Diversidade da atividade do mercado

Uma forma direta de observar a heterogeneidade da atividade do mercado no tempo, é através da série temporal do número de agentes que atuam simultaneamente, dado por  $\sum_{i=1}^N |\sigma_i(t)|$ . A Figura 4.4 ilustra o resultado obtido nas simulações.

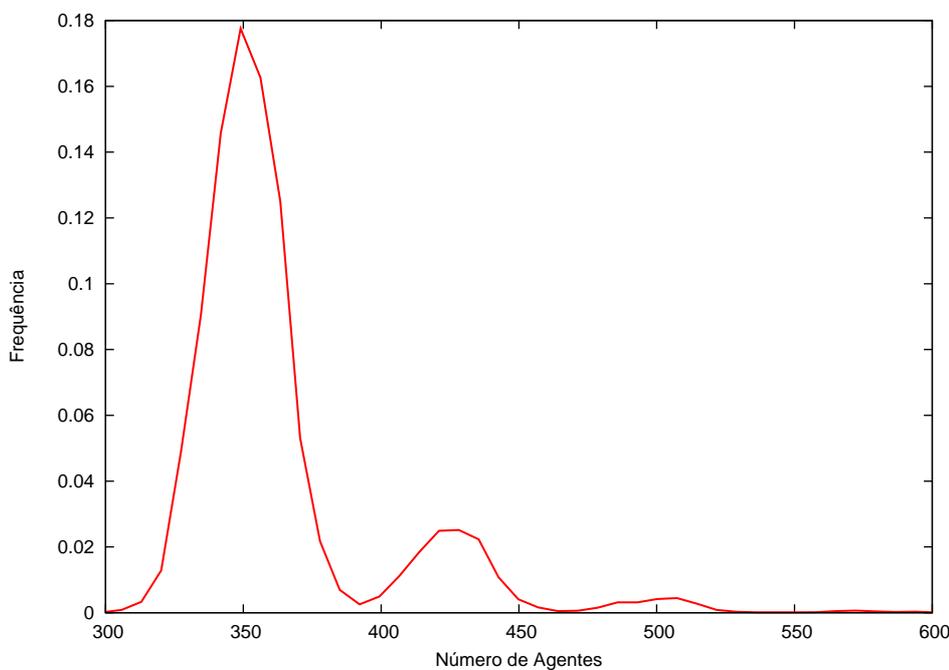


Figura 4.4: Histograma do número de agentes atuando simultaneamente no mercado. Parâmetros  $N = 1000$ ,  $\phi = 0.3$  e  $n = 4$ .

O mercado possui  $N$  agentes e destes,  $\phi N$  utilizam indicadores técnicos. Os agentes são divididos de forma equivalente pelos  $n$  indicadores, havendo portanto,  $\phi \frac{N}{n}$  agentes por indicador técnico e  $N(1 - \phi)$  agentes aleatórios. Os agentes aleatórios atuam com probabilidade  $p = \frac{1}{2}$ , dessa maneira, temos  $\frac{N}{2}(1 - \phi)$  agentes aleatórios atuando, em média, a cada instante de tempo. Os agentes técnicos atuam com uma frequência menor do que a praticada pelos agentes aleatórios. Quando um sinal é emitido por uma estratégia técnica, todos os agentes que utilizam esta estratégia atuam. Portanto, no instante em

que uma dada estratégia técnica emite um sinal de ativação, o mercado terá  $\phi \frac{N}{n}$  agentes técnicos atuando, além dos agentes aleatórios. Se  $k$  estratégias emitem um sinal no mesmo instante de tempo, o mercado terá da ordem de  $\frac{N}{2}(1-\phi) + k\phi \frac{N}{n}$  agentes atuando. No histograma da Figura 4.4, onde  $N = 1000$ ,  $\phi = 0.3$  e  $n = 4$ , é possível observar que o pico de maior frequência está aproximadamente centrado em 350 – isto caracteriza a atuação massiva de agentes aleatórios. O segundo pico de frequência, que está aproximadamente centrado em 425 ( $= \frac{N}{2}(1-\phi) + \phi \frac{N}{n}$ ), representa agentes aleatórios atuando simultaneamente com um grupo de agentes técnicos. O terceiro pico, já muito pequeno, está aproximadamente centrado em 500 ( $= \frac{N}{2}(1-\phi) + 2\phi \frac{N}{n}$ ) e representa agentes aleatórios atuando simultaneamente com dois grupos de agentes técnicos.

Pelo histograma da Figura 4.4 é possível concluir que a probabilidade de dois ou mais indicadores emitirem sinais simultaneamente é muito pequena, mostrando que no mercado artificial simulado a heterogeneidade está bem representada.

## 4.2

### Comparação com séries reais

Foram realizadas diversas simulações de maneira que pudéssemos fazer análises quantitativas acerca do sistema e obter informações a respeito da sensibilidade do modelo para com alguns parâmetros.

Na Tabela 4.2 é apresentado um conjunto de simulações que produziram resultados típicos da modelagem. As rodadas de simulação foram intituladas com o prefixo Run seguido de um número.

Estes resultados foram confrontados com resultados obtidos de séries experimentais reais, em particular, com a série de preços de fechamento do Yahoo INC. no período de Janeiro de 2001 a Dezembro de 2005 (aproximadamente 2500 dados).

Parâmetro	Run-02	Run-03	Run-21
$N$	$10^3$	$10^3$	$10^3$
$\mathcal{C}$	$4 \times 10^6$	$4 \times 10^6$	$4 \times 10^6$
$\mathcal{S}$	$4 \times 10^5$	$4 \times 10^5$	$4 \times 10^5$
$\zeta$	0.02	0.02	0.02
$\kappa$	0	0	1
$\phi$	0.3	0.2	0.3
$p_0$	40.0	40.0	40.0

Tabela 4.2: Parâmetros utilizados nas rodadas: Run-02, Run-03 e Run-21.

Foi utilizada a janela  $\tau = 21$  dias para o cálculo da volatilidade  $\mathcal{V}_\tau$  dos

retornos dos preços que é utilizada como mecanismo de *feedback* na regra de formação de preços (ver Eqs. 2-35 e 2-38).

Para efetuarmos a comparação dos resultados da simulação com os empíricos, ajustam-se as escalas de preço obtidas, através da normalização dos retornos. Dessa forma, elimina-se o viés imposto pela unidade monetária arbitrária de preços. Esse ajuste foi realizado da seguinte maneira:

1. Obtem-se os retornos logarítmicos,  $z(t)$ , para cada uma das séries temporais  $\mathbf{p}_t$ . Os retornos logarítmicos são diferenças sucessivas do logaritmo natural dos preços:

$$z(t) = \ln(p_{t+\Delta t}) - \ln(p_t). \quad (4-6)$$

Como o interesse aqui é ajustar a escala da série temporal, serão considerados retornos diários, e portanto,  $\Delta t = 1$ . Para pequenas flutuações relativas, isto é, quando  $p_{t+\Delta t} - p_t \ll p_t$ , temos que:

$$z(t) = \ln \left[ 1 + \frac{p_{t+\Delta t} - p_t}{p_t} \right] \approx \frac{p_{t+\Delta t} - p_t}{p_t} = r(t) \quad (4-7)$$

onde  $r(t)$  é o retorno absoluto. Nesta dissertação, toda vez que estivermos nos referindo ao retorno deve-se considerar o retorno logarítmico.

2. A partir dos retornos,  $z(t)$ , obtem-se os retornos normalizados,  $Z(t)$ . Para isso basta subtrair da média da série de retornos,  $\mu_z = \frac{1}{N} \sum_{t=0}^N z(t)$ , e dividir pelo desvio padrão,  $\sigma_z = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{t=0}^N (z(t) - \mu_z)^2}$ :

$$Z(t) = \frac{z(t) - \mu_z}{\sigma_z} \quad (4-8)$$

A variável  $Z(t)$ , por construção, possui média nula e variância unitária.

3. As séries de preço são reconstruídas com o mesmo valor inicial arbitrário para o preço,  $p_0$ , somando-se sucessivamente os retornos renormalizados. O valor inicial escolhido foi  $p_0 = 100$ .

A Figura 4.5 ilustra a série temporal de retornos obtida com a Run-03 comparada com a série real do Yahoo.

A Figura 4.6 apresenta as séries de preços reconstruídas a partir dos retornos normalizados da Figura 4.5. A partir da inspeção visual das séries nestas figuras notam-se características semelhantes de comportamento. Passaremos a analisar algumas propriedades estatísticas.

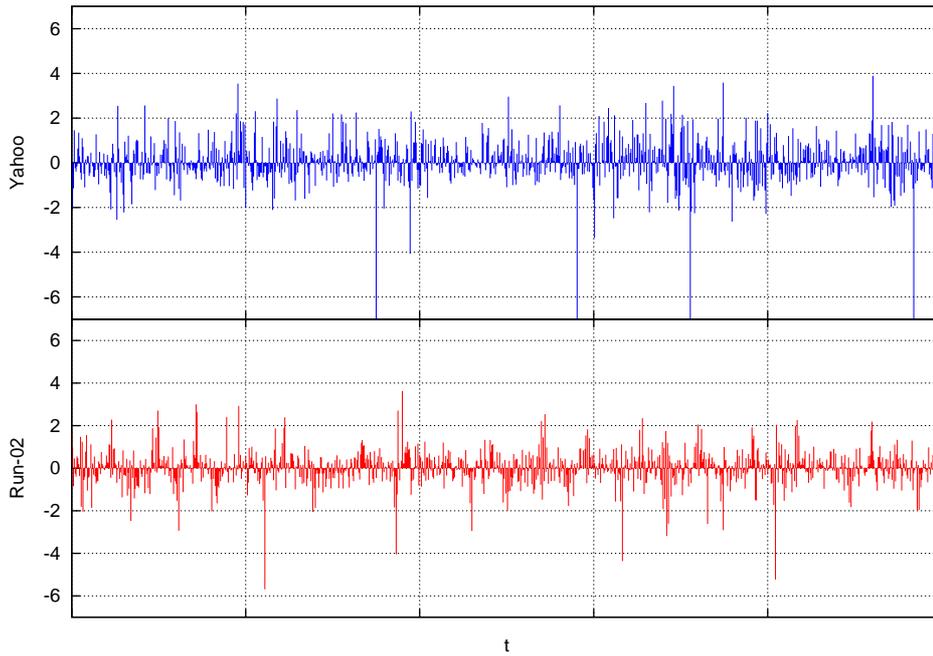


Figura 4.5: Séries temporais dos retornos normalizados das séries: Run-02 (vermelho) e Yahoo (azul).

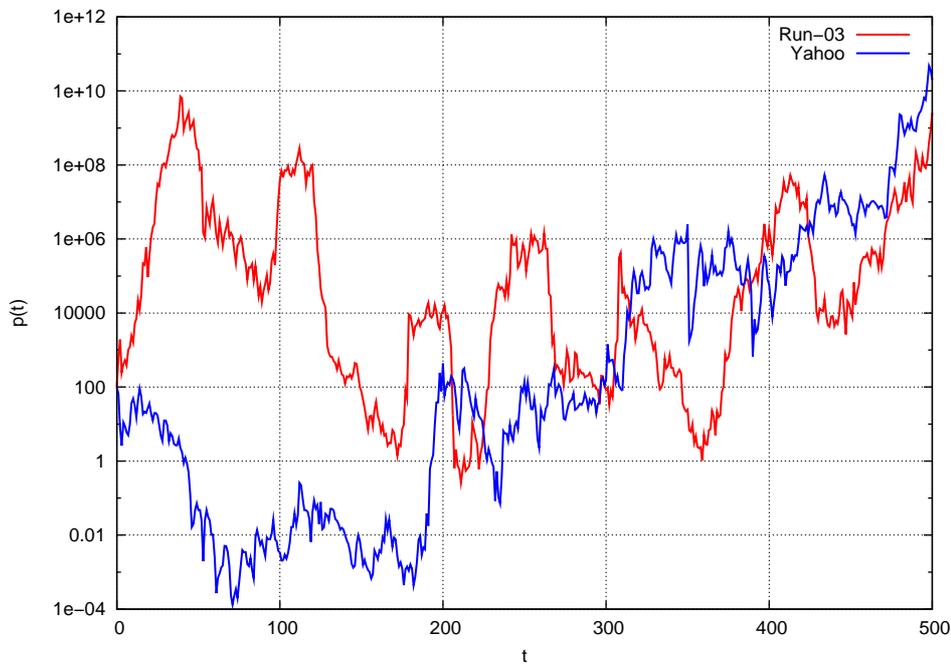


Figura 4.6: Séries temporais de preços reconstruídas a partir dos retornos normalizados: Run-03 (vermelho) e Yahoo (azul).

### 4.2.1

#### Fatos estilizados

Diversos autores já estudaram as propriedades estatísticas dos retornos extraídos de séries temporais reais e algumas delas foram estabelecidas, sendo conhecidas como fatos estilizados [19]. As séries temporais geradas no mercado artificial, como será observado, reproduzem alguns fatos estilizados obtidos em séries experimentais diárias.

#### *Distribuição dos retornos*

O retorno de preços é um dos observáveis financeiros mais importantes, pois quantificam ganhos e perdas do mercado. A distribuição dos retornos depende da escala temporal da medida dessas flutuações de preço. Considere o retorno no intervalo  $\Delta t$  dado pela Eq. 2-7. O retorno no intervalo  $n\Delta t$  é por definição a soma dos  $n$  retornos de escala  $\Delta t$ , dentro deste intervalo. Como consequência do teorema central do limite (TCL), se os retornos de preços forem independentes e identicamente distribuídos (IID) e com um segundo momento finito, então, a distribuição de retornos em escala de tempo longa converge para uma Gaussiana. No entanto, nas séries experimentais reais essa convergência é muito lenta, apresentando grandes desvios da normalidade para escalas temporais até da ordem de 1 mês [20]. As distribuições de retornos na escala intra-diária e diária apresentam caudas longas, isto é, existe uma maior probabilidade de ocorrência de eventos extremos em relação ao que é previsto pelo modelo Gaussiano. É possível medir essa diferença quantitativamente através da curtose da distribuição de probabilidade, definida por:

$$k = \frac{\mu_4}{\sigma_z^4} - 3, \quad (4-9)$$

onde  $\mu_4 = \frac{1}{N} \sum_{t=0}^N (z(t) - \mu_z)^4$  é o quarto momento centrado na média. A curtose é definida de tal forma que para uma distribuição Gaussiana,  $k = 0$ . Valores de  $k > 0$  indicam que a distribuição de probabilidade apresenta um decaimento assintoticamente lento. A curtose  $k$  foi calculada para as distribuições de retornos gerados pelas simulações da Tabela 4.1, e os resultados são apresentados na Tabela 4.3.

As distribuições que apresentam curtose positiva são denominadas leptocúrticas. Pelo gráfico da Figura 4.7 é possível observar que a distribuição de retornos da Run-03, assim como a distribuição de retornos diários da série do Yahoo, apresentam esse comportamento.

Série	$k$
Run-02	5.72
Run-03	3.29
Run-21	5.45
Yahoo	4.55

Tabela 4.3: Valores da curtose obtidos para as distribuições de retornos gerados pelas simulações da Tabela 4.1.

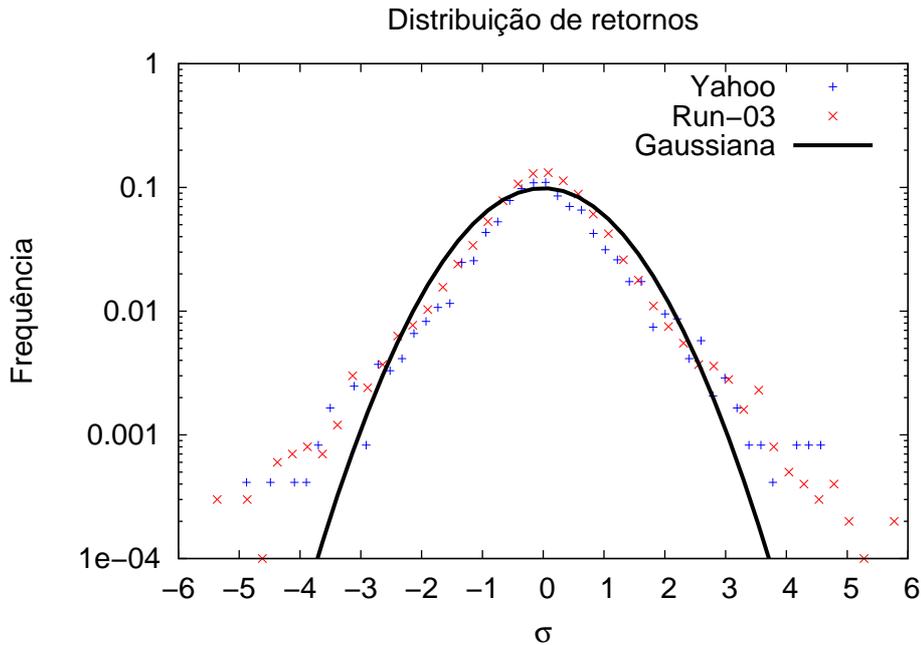


Figura 4.7: Distribuição dos retornos da Run-03 (vermelha) e Yahoo (azul). O gráfico está em escala semi-logarítmica e portanto, a Gaussiana (preta) forma uma parábola.

#### *Distribuição acumulada das caudas*

Pela Figura 4.7 foi possível observar que a distribuição de retornos não segue uma Gaussiana e que as caudas dessas distribuições apresentam probabilidade de ocorrência de grandes flutuações maior do que prevê o modelo Gaussiano.

A correta caracterização da probabilidade de ocorrência dos eventos extremos é importante para a previsão de riscos financeiros. Contudo, a distribuição empírica dos retornos ainda é objeto de análise e os resultados sugerem que não haja comportamento universal para os diferentes mercados.

Alguns trabalhos mostram que a distribuição das caudas das distribuições empíricas dos retornos de preços de ações seguem uma lei de potência [21, 22], enquanto outros mostram que as caudas decaem exponencialmente [23, 24].

No entanto, para pequenas amostras, estas distribuições apresentam muitas flutuações nos pontos mais extremos das caudas. Uma alternativa para

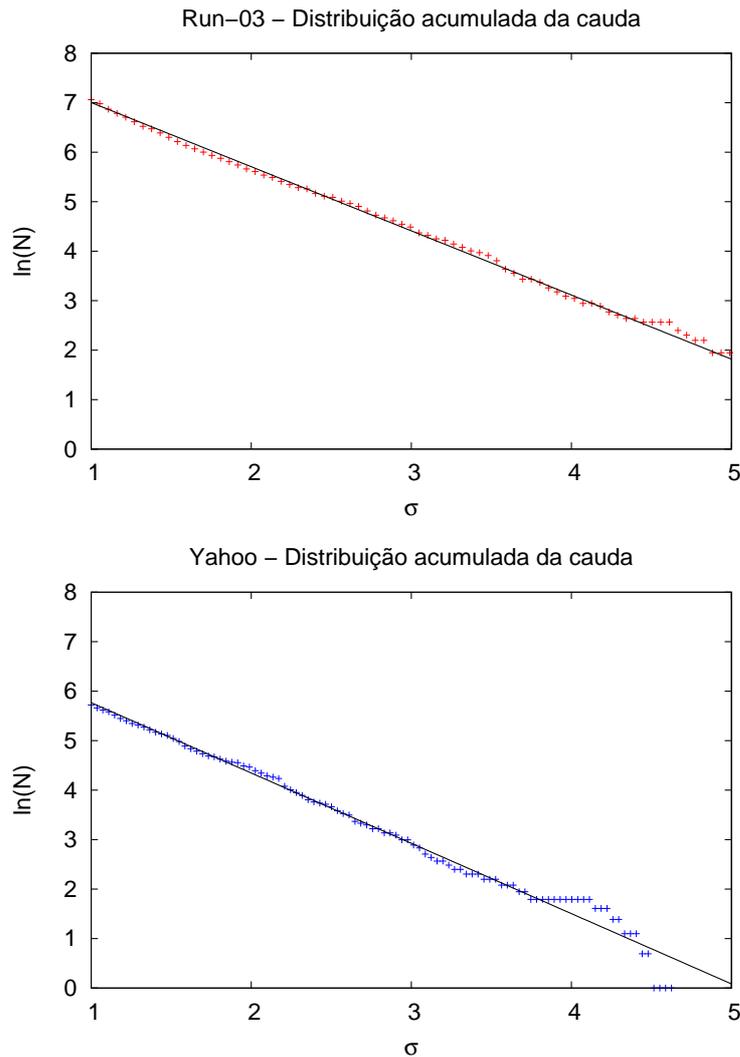


Figura 4.8: Distribuição acumulada da cauda da distribuição de retornos normalizados da Run-03 (vermelho) e Yahoo (azul). O gráfico está em escala semi-logarítmica e portanto o ajuste linear (preto) indica o comportamento de cauda exponencial.

melhor inferir o comportamento das caudas das distribuições é considerar a distribuição acumulada:

$$C(x) = \int_x^{\infty} p(x') dx' \quad (4-10)$$

Para ambos os comportamentos, em lei de potência ou exponencial, a distribuição acumulada preserva a mesma forma funcional. Investigamos o comportamento das caudas das distribuições de retornos geradas pelo mercado artificial. O resultado típico encontrado nas simulações está mostrado na Figura 4.8, que apresenta a distribuição acumulada da cauda positiva da série temporal de retornos da Run-03 e da série do Yahoo. Observa-se que as curvas

obtidas seguem um decaimento exponencial.

### *Correlação e memória*

Outro fato estilizado é que os retornos dos preços na escala diária não apresentam correlação linear significativa [25] e este resultado é frequentemente citado como argumento para a “Hipótese do Mercado Eficiente” [26], que na sua forma fraca, estabelece que qualquer nova informação recebida pelos investidores é imediatamente refletida no preço da ação. Como a nova informação não pode ser prevista, a variação futura do preço deve ser independente de sua história passada.

Assim, se a flutuação relativa de preços  $\frac{\Delta p}{p} \approx \Delta \log p$  é governada pela divulgação de informação aleatória  $\xi(t)$ :

$$\Delta \log p(t) \propto \xi(t) \quad (4-11)$$

espera-se que os retornos sejam governados por uma distribuição Gaussiana. As caudas longas das distribuições de retorno, no entanto, sugerem a existência de memória na série de preços que não está contida nas informações do mercado.

Para medir a correlação no movimento dos preços, considere a série de retornos  $z(t)$ . A função de autocorrelação linear é definida por:

$$\rho(\tau) = \frac{\text{Cov}(z(t), z(t + \tau))}{\sigma_z^2} = \frac{E[z(t)z(t + \tau)] - E[z(t)]E[z(t + \tau)]}{\sigma_z^2} \quad (4-12)$$

de forma que para  $\rho(\tau = 0) = 1$ .

O cálculo da função de autocorrelação linear foi aplicado ao Yahoo e às rodadas da Tabela 4.2. A Run-21 possui o parâmetro  $\kappa = 1$ , e de acordo com a Eq. 2-38, o retorno sofre uma realimentação pela volatilidade. Os gráficos da Figura 4.9 apresentam comparações entre as funções de autocorrelação obtidas para as séries temporais. É possível notar que todas decaem rapidamente, confirmando que as séries diárias não apresentam correlação dos movimentos de preços. No entanto, nas séries artificiais observa-se a existência de correlação significativa até aproximadamente  $\tau = 21$ . Esta é uma correlação residual proveniente da atuação dos agentes técnicos cuja escala de duração é da ordem do tamanho característico da maior janela de memória adotada pelas estratégias técnicas do modelo.

Através dessa análise conclui-se que os mercados são eficientes em primeira ordem – não apresentam correlação linear na variação dos preços. Isto significa que a presença de memória, caracterizada pela existência de padrões no comportamento dos preços, à medida que são detectados e explorados

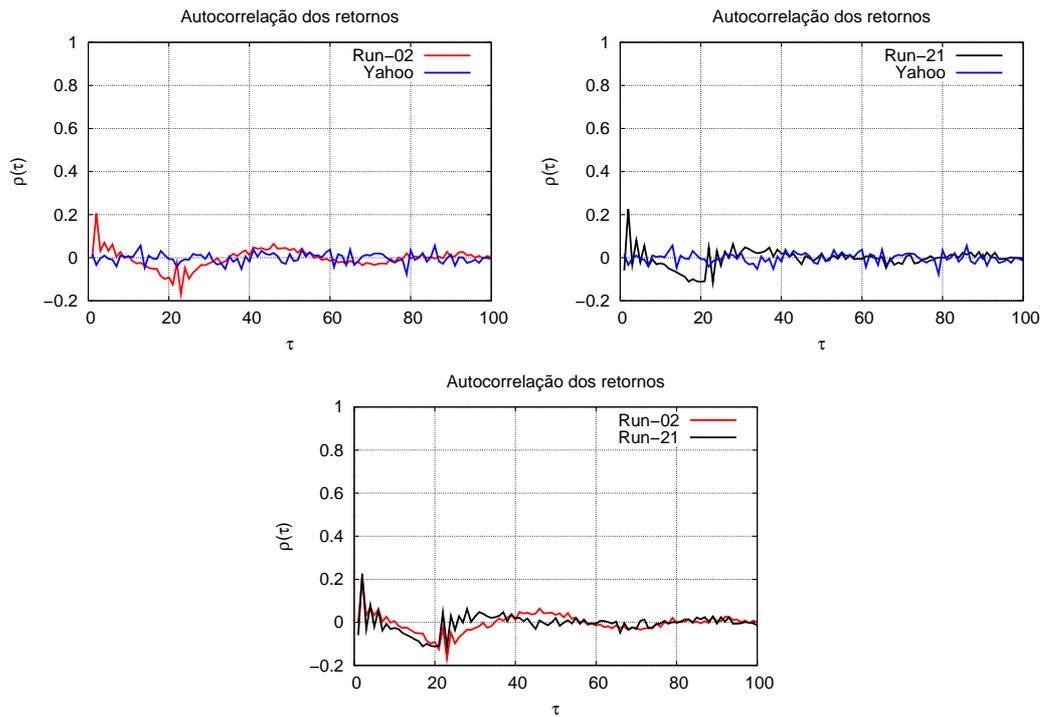


Figura 4.9: Função de autocorrelação linear dos retornos para a Run-02 (vermelho) com  $\kappa = 0$ , Run-21 com  $\kappa = 1$  (preto) e Yahoo (azul). De acordo com a Tabela 4.2.

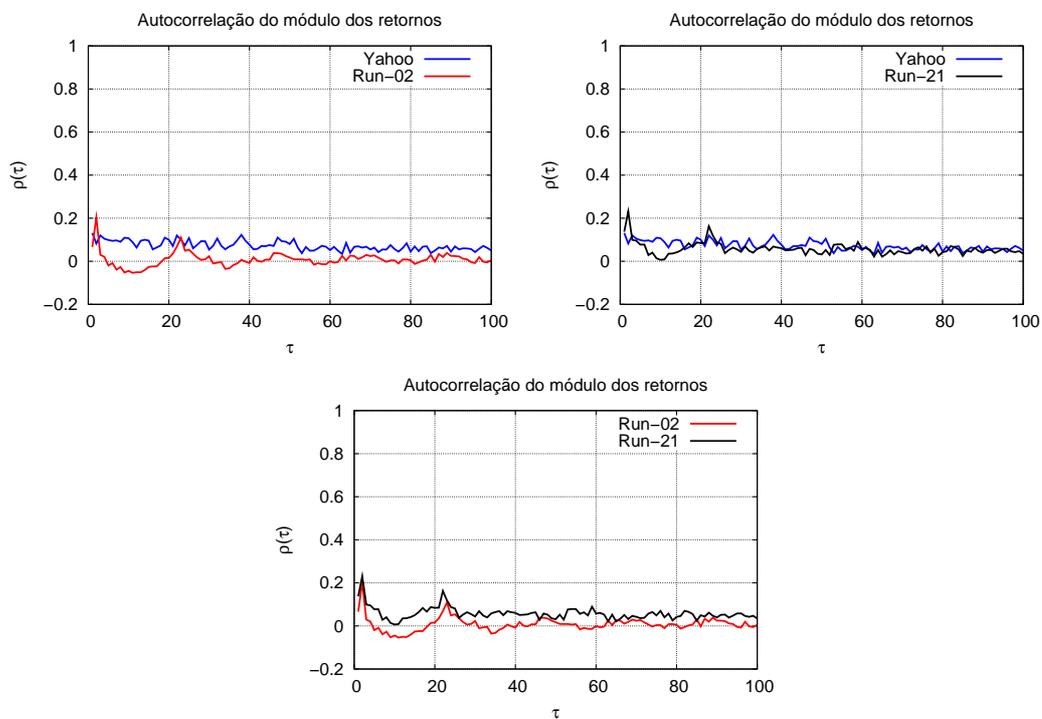


Figura 4.10: Função de autocorrelação dos módulos dos retornos para a Run-02 (vermelho) com  $\kappa = 0$ , Run-21 com  $\kappa = 1$  (preto) e Yahoo (azul). De acordo com a Tabela 4.2.

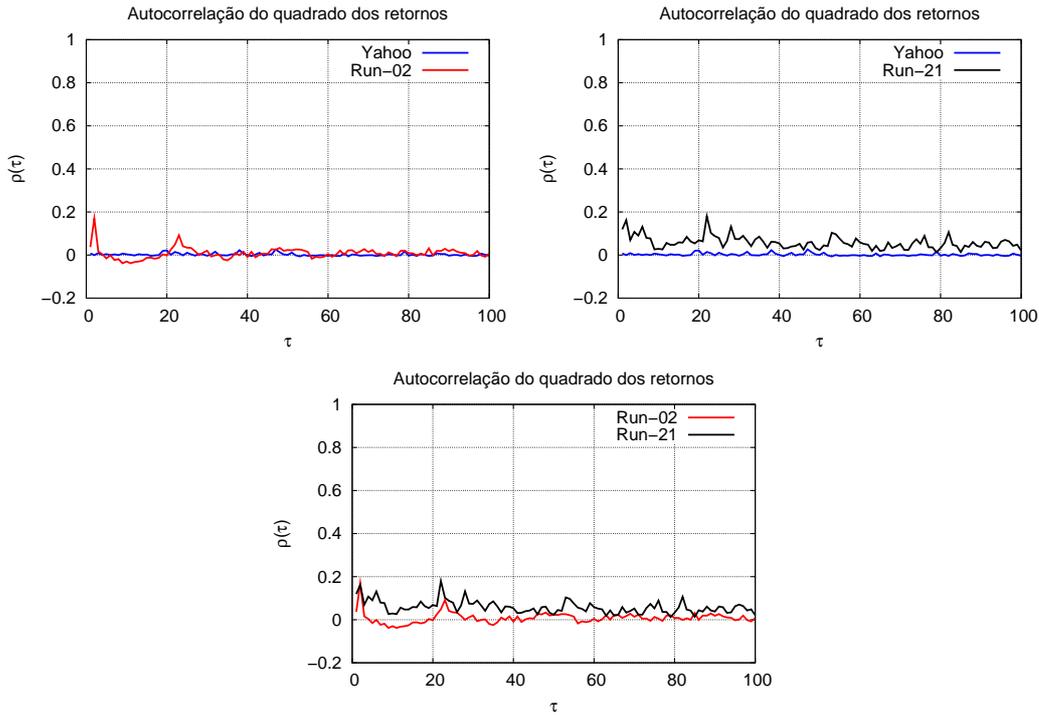


Figura 4.11: Função de autocorrelação do quadrado dos retornos para a Run-02 (vermelho) com  $\kappa = 0$ , Run-21 com  $\kappa = 1$  (preto) e Yahoo (azul). De acordo com a Tabela 4.2.

pelos agentes técnicos, tendem a desaparecer. O tempo que um padrão leva para desaparecer caracteriza o tempo que o mercado leva para reagir a esta informação. O tempo de correlação depende de características e da organização do mercado e em mercados reais é da ordem de alguns minutos. Logo, em séries temporais diárias a correlação dos retornos é insignificante.

Entretanto, a correlação linear nos retornos não descreve completamente a dependência temporal da série. Nesse contexto, é analisado o valor absoluto dos retornos [27] e este apresenta um decaimento lento em sua função de autocorrelação. Esta função representa uma correlação não linear dos retornos e está mostrada na Figura 4.10 para as séries artificiais geradas nas rodadas Run-02 e Run-21 e para a série do Yahoo. Pelos gráficos é importante observar que a Run-02 não apresenta correlação significativa, mas esta surge quando a volatilidade passa a realimentar os retornos, na regra de formação de preços da Run-21 ( $\kappa = 1$ ). Por sua vez, este resultado está de acordo com o obtido para a série do Yahoo, que apresentou correlação significativa (valores acima de  $\frac{2}{\sqrt{N}}$ ).

A volatilidade no mercado pode ser estimada através do valor absoluto dos retornos. Assim, a existência de correlação de longo alcance no valor absoluto dos retornos está relacionada ao fenômeno de *clustering* da volatilidade, que significa que o mercado possui períodos de grande atividade,

caracterizado por grandes oscilações sucessivas de preços (não necessariamente na mesma direção), separados por períodos nos quais ocorrem apenas pequenas variações de preços.

Também analisamos a série do quadrado dos retornos. A correlação de segunda ordem foi calculada para as mesmas séries e os resultados comparativos são ilustrados na Figura 4.11. Novamente observou-se a presença de memória na Run-21. Entretanto a série do Yahoo não apresentou correlação significativa. Isto sugere que o nosso mercado artificial é mais ineficiente.

### 4.3

#### Propriedades do mercado artificial

##### 4.3.1

##### Série de preços: comportamento de reversão à média

O modelo considera as quantidades totais de ativos,  $\mathcal{C}$  (livre de risco) e  $\mathcal{S}$  (de risco), constantes no tempo. Isto caracteriza um mercado fechado no que diz respeito ao fluxo de capital e de ações. Esta consideração introduz um importante vínculo ao problema e este apresenta reflexos diretamente na formação dos preços.

De acordo com a Eq. 2-2, a riqueza do mercado é dividida em um ativo de risco e um ativo livre de risco. O valor da riqueza total do mercado investida em risco é diretamente proporcional ao valor atualizado do preço do ativo:  $\mathcal{R}(t) = p(t)\mathcal{S}$ . De acordo com a Eq. 4-1, inicialmente,  $\mathcal{R}(0) = \mathcal{C}$ , e assim existe um equilíbrio entre os dois tipos de investimento. Quando o preço sobe,  $\mathcal{R}(t)$  fica maior do que  $\mathcal{C}$ . Como este último é constante, os agentes perdem em poder de compra, a demanda é reduzida e, de acordo com a Eq. 2-35, o preço tende a diminuir. No caso oposto, quando o preço cai muito, há um aumento de demanda pois o poder de compra dos agentes aumenta, e isso causa a elevação dos preços. Logo, o preço flutua em torno de um valor que proporciona o equilíbrio entre demanda e oferta, e este é um reflexo do equilíbrio entre  $\mathcal{C}$  e  $\mathcal{R}(t)$ .

Assim, a condição inicial dada pela Eq. 4-1 permanece em média durante toda a simulação, isto é:

$$\mathcal{C} \approx p_0\mathcal{S} \quad (4-13)$$

Esta equação nos fornece também uma estimativa para o valor do preço  $\bar{p}$  que conduz o sistema ao equilíbrio:

$$\bar{p} = p_0 \quad (4-14)$$

Consideramos experimentos de mudança de escala das condições iniciais de  $\mathcal{C}$  e  $\mathcal{S}$ :

$$\begin{aligned} \mathcal{C}' &= a\mathcal{C} \\ \mathcal{S}' &= b\mathcal{S} \end{aligned} \quad (4-15)$$

que, segundo a Eq. 4-13, produz a seguinte mudança na escala do preço de equilíbrio:

$$\frac{\mathcal{C}'}{\mathcal{S}'} \approx \frac{a}{b}p_0 = \bar{p}' \quad (4-16)$$

Nas rodadas de simulação Run-09, Run-10 e Run-11, as escalas de  $\mathcal{C}$  e  $\mathcal{S}$  foram alteradas em relação à Run-02 de acordo com os valores  $a$  e  $b$  na Tabela 4.4, que inclui o valor de  $\bar{p}'$  dado pela Eq. 4-16.

Parâmetros	Run-02	Run-09	Run-10	Run-11
$a$	1	1	1.33	0.50
$b$	1	1.25	1	0.50
$\mathcal{C}$	$4 \times 10^6$	$4 \times 10^6$	$3 \times 10^6$	$2 \times 10^6$
$\mathcal{S}$	$10^5$	$8 \times 10^4$	$10^5$	$5 \times 10^4$
$\bar{p}'$	40.00	50.00	30.00	40.00

Tabela 4.4: Parâmetros utilizados nos experimentos.

A Figura 4.12 ilustra o comportamento de mudança de escala do preço de equilíbrio para as quatro rodadas distintas, de acordo com os valores dispostos na Tabela 4.4. Nas simulações, o mercado foi inicializado com o valor  $p_0 = 40.00$  em unidade monetária arbitrária.

Observa-se que as simulações Run-09 e Run-10, convergem rapidamente para o novo preço de equilíbrio,  $\bar{p}'$ , enquanto a Run-11 mantém-se no mesmo nível inicial.

As simulações portanto confirmam o comportamento de reversão à média dos preços, caracterizado por oscilação em torno do valor médio:

$$\bar{p} = \frac{\mathcal{C}}{\mathcal{S}} \quad (4-17)$$

Os resultados destes experimentos mostram que os valores de  $\mathcal{C}$  e  $\mathcal{S}$  não são relevantes para a dinâmica do mercado, podendo ser fixados em valores particulares pois o único efeito é alterar o valor de equilíbrio do preço. Além disso, o regime do novo equilíbrio é atingido em um transiente de negociações com duração relativamente curta. Vamos agora analisar a influência de outros parâmetros sobre o desempenho dos agentes.

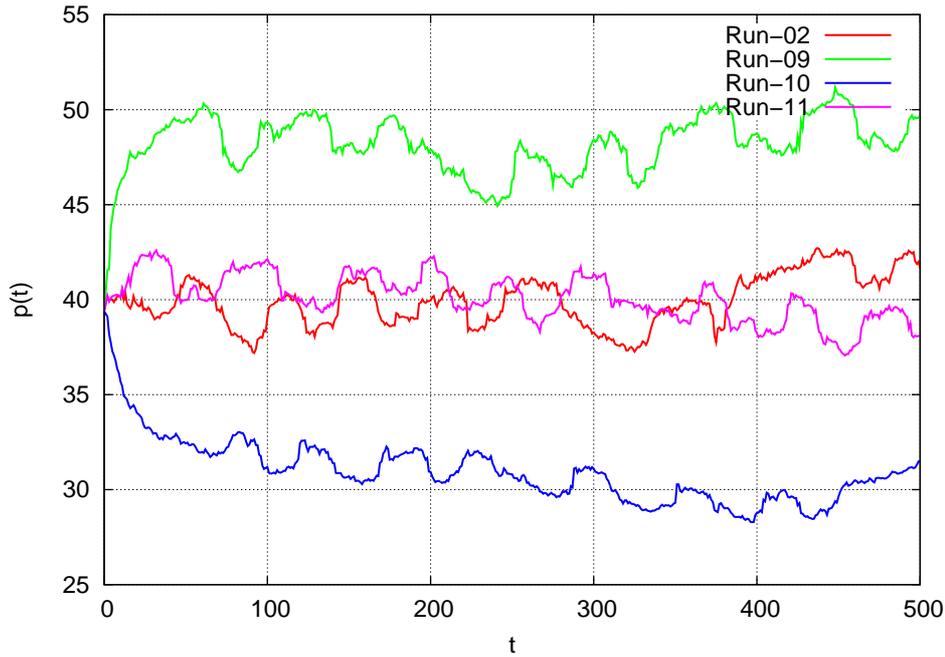


Figura 4.12: Comparação da evolução temporal dos preços do mercado artificial entre a Run-02 (vermelho), a Run-09 (verde), a Run-10 (azul) e a Run-11 (magenta).

### 4.3.2

#### Evolução do estado financeiro

A evolução do estado financeiro do mercado foi medida através da evolução temporal da distribuição da riqueza  $w_i(t)$  entre os agentes. A Figura 4.13 apresenta a distribuição amostral da riqueza para diferentes instantes, onde é possível observar que a distribuição torna-se mais larga com o tempo, caracterizando a existência de agentes com riqueza bem superior ou inferior ao valor médio. No entanto, observa-se que o valor médio da riqueza da população de agentes varia muito pouco em torno do valor inicial.

Apesar do capital total do mercado e do número total de ações serem constantes, a riqueza total do mercado

$$\mathcal{W}(t) = \sum_i w_i(t) = \mathcal{C} + p(t)\mathcal{S} \quad (4-18)$$

é uma quantidade variável no tempo, linearmente dependente com o valor atualizado do preço.

Porém, o processo gerador de preços apresenta comportamento de reversão à média, satisfazendo a Eq. 4-14 e conseqüentemente, produz oscilação da riqueza do mercado por agente em torno do valor  $\bar{w} = \frac{\bar{W}}{N} = \frac{\mathcal{C} + p_0\mathcal{S}}{N}$ .

Nas Figuras 4.14 e 4.15 mostramos a evolução temporal das distribuições amostrais do ativo livre de risco e do número de ações respectivamente.

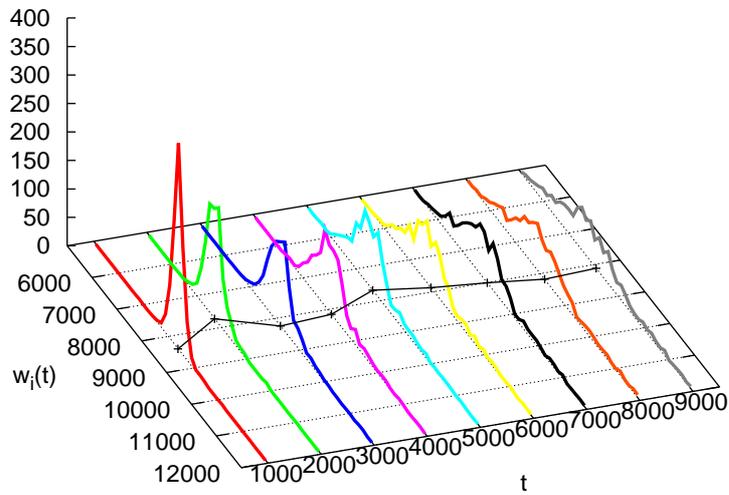


Figura 4.13: Evolução temporal da distribuição da riqueza dos agentes,  $w_i(t)$ , no mercado para a Run-02. A linha escura representa a evolução da riqueza total do mercado por agente.

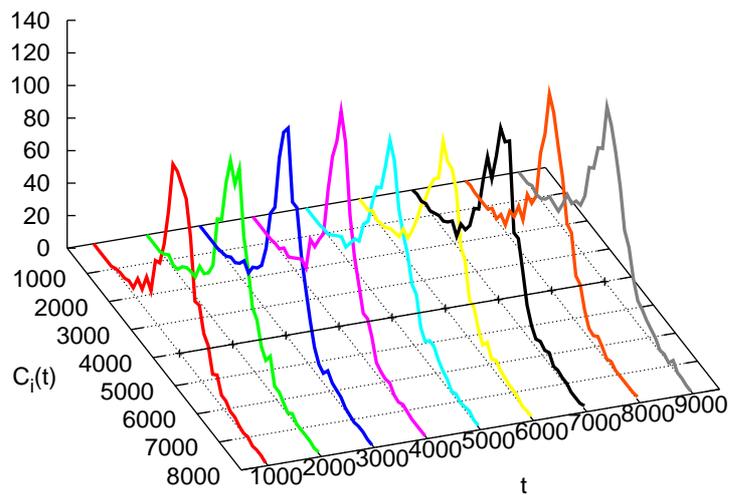


Figura 4.14: Evolução temporal da distribuição do capital dos agentes,  $C_i(t)$ , no mercado para a Run-02. A linha escura representa a evolução do capital total do mercado por agente para a Run-02. Note que esse valor permanece constante, pois não há mudança no capital total do mercado.

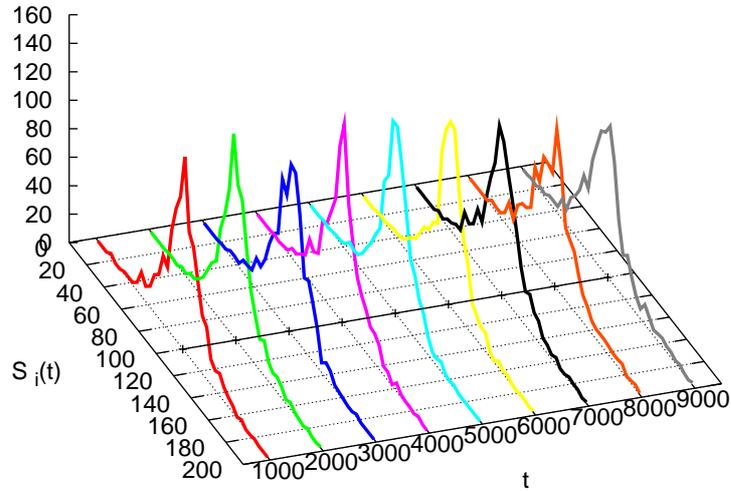


Figura 4.15: Evolução temporal da distribuição do número de ações dos agentes,  $S_i(t)$ , no mercado para a Run-02. A linha escura representa a evolução do total de ações no mercado por agente para a Run-02. Note que esse valor permanece constante, pois não há mudança no número total de ações no mercado.

Observa-se que estas distribuições possuem médio constante no tempo, mas isto é apenas uma consequência dos vínculos impostos no modelo para as quantidades totais de ativos  $\mathcal{C}$  e  $\mathcal{S}$ .

A evolução do estado financeiro dos agentes também foi avaliada de acordo com a estratégia de investimento adotada pelo agente e pelo nível de aversão ao risco praticado pelos agentes. Essas medidas são apresentadas a seguir.

#### *Riqueza versus Estratégia*

A riqueza média dos agentes classificados por estratégia de investimento é também computada, ao longo da evolução do mercado. Na Figura 4.16 são apresentados resultados ilustrativos gerados pelo mercado artificial em diferentes situações. É possível observar que os agentes com estratégias técnicas apresentam resultados superiores aos agentes aleatórios.

A Figura 4.17 mostra a evolução temporal da quantidade média de ativo livre de risco e de ativos de risco por classe de estratégia, onde é possível observar a superioridade das estratégias técnicas. Deve-se observar que apenas 30% dos agentes do mercado utilizam estratégias técnicas e eles, em média, possuem mais ativos do que os agentes aleatórios.

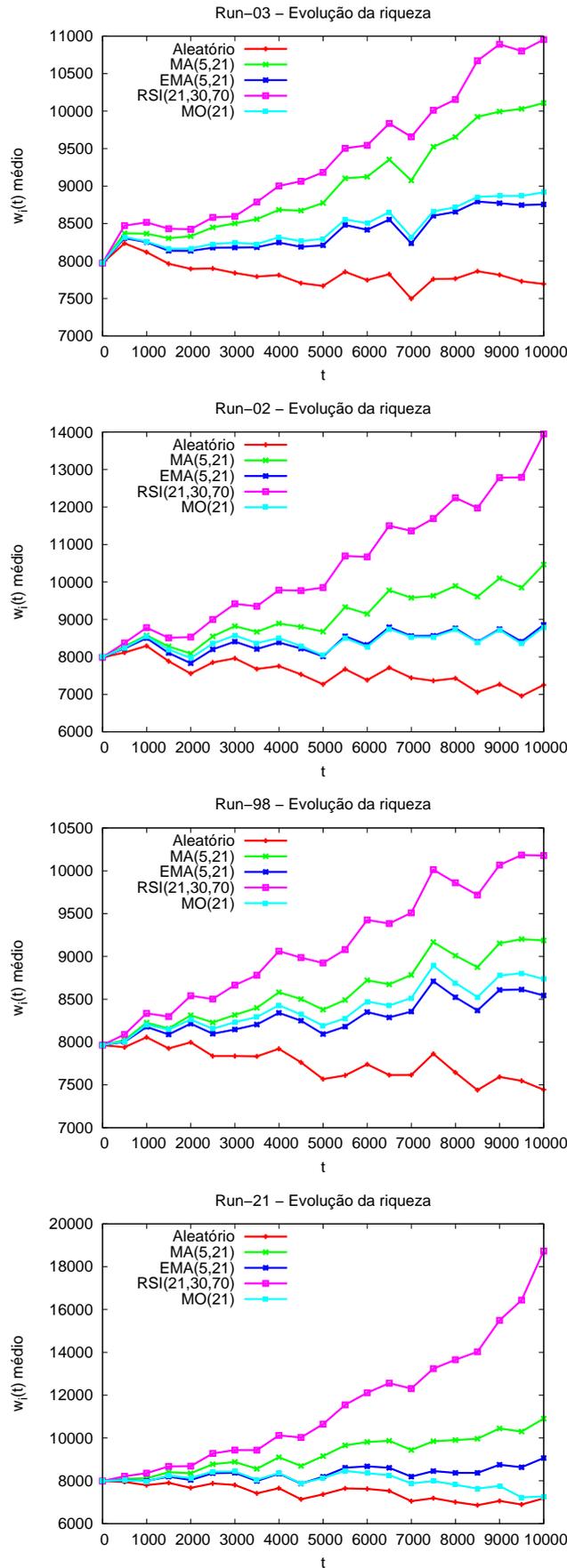


Figura 4.16: Evolução temporal da média da riqueza  $w_i(t)$  por classe de estratégia: estratégia aleatória (vermelho), média móvel (verde), média móvel exponencial (azul), RSI (magenta) e momento (ciano).

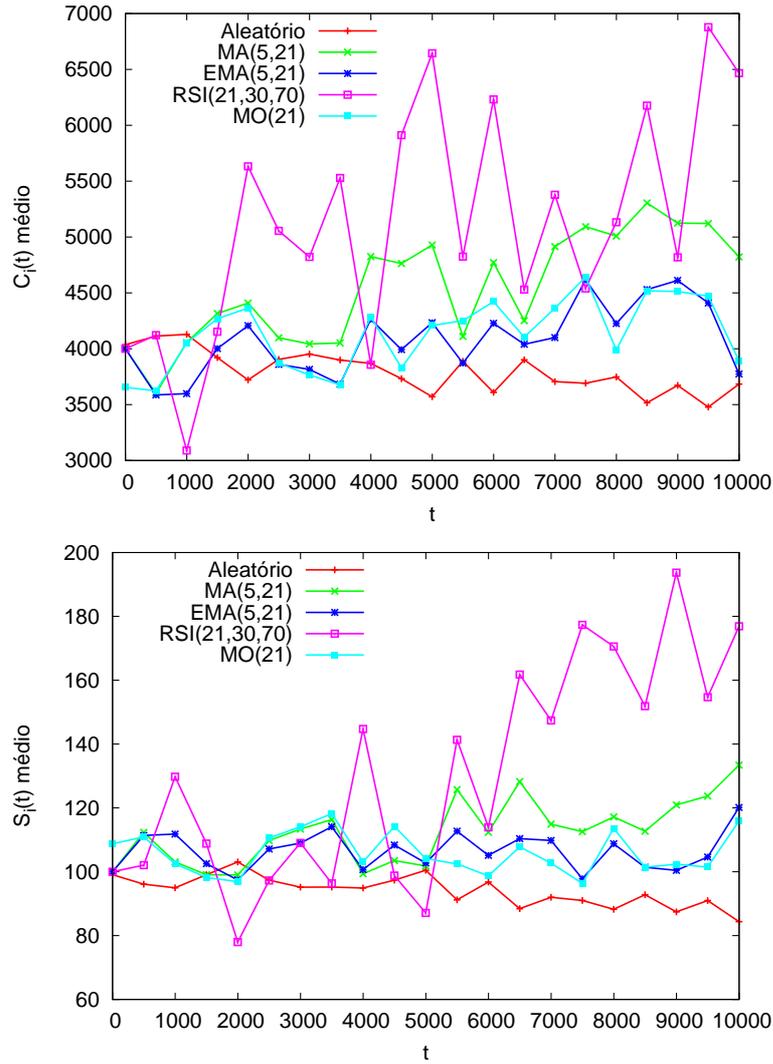


Figura 4.17: Evolução temporal da média da quantidade de ativos livre de risco  $C_i(t)$  por classe de estratégia e número total de ativos de risco  $S_i(t)$ , também por classe de estratégia: estratégia aleatória (vermelho), média móvel (verde), média móvel exponencial (azul), RSI (magenta) e momento (ciano).

A rodada Run-03 foi executada diversas vezes para o mesmo conjunto de parâmetros (Tabela 4.2) mudando-se as sementes dos geradores de números aleatórios. O que se obteve foram variações das Figuras 4.16 e 4.17 onde as estratégias técnicas sempre são superiores aos agentes aleatórios. Dentre as estratégias técnicas, na maioria das vezes, o RSI apresentou os melhores resultados, sendo seguido da média móvel. Este resultado pode ser entendido a partir da série temporal de preços produzida (veja Run-03 na Figura 4.6), cuja característica é de um “mercado de lado”, sem tendência. Para esse tipo de mercado, segundo os analistas, a estratégia de RSI é a mais indicada pelos analistas.

Um ponto importante que deve ser considerado em um mercado governado por estratégias técnicas é a chamada “profecia autorealizada”.

Em um mercado real, se muitos investidores utilizam estratégias técnicas, o mercado vai presenciar ondas de compra e venda produzidas em resposta aos sinais emitidos pelas estratégias. O sucesso de uma estratégia reforça a geração de padrões capturados por ela, pois os agentes que atuam de acordo com tal estratégia vitoriosa possuem maiores quantidades de ativos. Logo, as ordens enviadas por eles ao mercado são mais representativas do que as demais e isso reforça o sucesso da estratégia.

*Riqueza versus Estratégia em um mercado real*

O cômputo da riqueza média dos agentes classificados por estratégia de investimento foi feito em um novo experimento. Os preços não foram atualizados segundo a regra de formação definida na Seção 2.8, mas foram

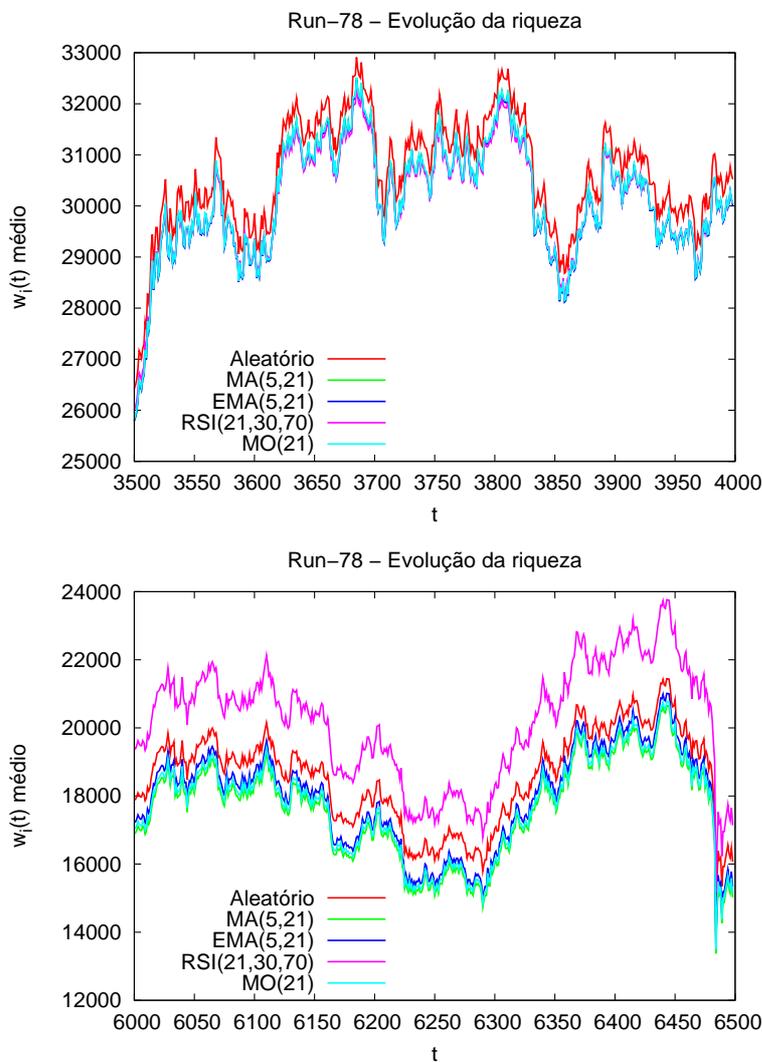


Figura 4.18: Evolução temporal da média da riqueza  $w_i(t)$  por classe de estratégia em um mercado real (IBM): estratégia aleatória (vermelho), média móvel (verde), média móvel exponencial (azul), RSI (magenta) e momento (ciano).

considerados os preços sucessivos de uma série real, a série da IBM no período de Jan/1962 à Ago/2006. Esta série possui aproximadamente 10000 pontos, equivalente ao que é produzido pelo modelo com  $T=10000$ . Neste caso, o comportamento dos agentes não influencia a formação dos preços.

Foi observado que, diferente do que acontece no mercado artificial, não há uma estratégia inerentemente predominante quando os agentes negociam no “mercado real”. A série do mercado real apresenta uma estrutura mais heterogênea, o que permite que algumas estratégias sejam mais eficientes do que outras em diferentes fases do mercado. A Figura 4.18 ilustra esse comportamento. No gráfico de cima (entre os instantes 3500 e 4000) os agentes com estratégia aleatória apresentam a melhor performance e no gráfico de baixo (entre os instantes 6000 e 6500) os agentes com a estratégia RSI passam a acumular mais riqueza sendo seguidos pelos agentes com estratégia aleatória.

É importante notar que diferentemente ao que acontece no mercado artificial, os agentes com estratégia aleatória apresentam um melhor desempenho do que alguns agentes com estratégias técnicas.

Este experimento comprova a performance marginal das estratégias utilizadas, conforme análise no Capítulo 3.

#### *Riqueza versus Aversão ao risco*

Para medir a influência da aversão ao risco na performance dos agentes, estes foram agrupados de acordo com sua aversão ao risco. A partir da distribuição  $Gama(x; a, b)$  essa divisão foi realizada criando-se 5 intervalos de valores de  $\gamma_i^*$  de forma que cada um contenha  $\frac{1}{5}$  da população de agentes.

O valor médio da riqueza dos agentes é calculado para cada intervalo e dessa maneira é possível avaliar a dependência da quantidade de riqueza dos agentes em função da aversão ao risco de cada grupo.

Com esse objetivo, foram realizadas 100 rodadas para o Run-03 (ver Tabela 4.2), mudando-se apenas a semente dos geradores de números pseudo-aleatórios. Os resultados obtidos em  $T=9000$  são apresentados na Figura 4.19. Os valores de  $\gamma_{bin}^*$  representam o valor médio de  $\gamma_i^*$  em cada intervalo para cada rodada. A dispersão dos valores de  $\gamma_{bin}^*$  ocorre porque em cada rodada os valores de  $\gamma_i^*$  são sorteados de maneira diferente, como já mencionado. Já a dispersão nos valores da riqueza média em cada intervalo ( $w_{bin}$ ) é um reflexo da mudança nos geradores de números pseudo-aleatórios que produzem nova série de preços  $p(t)$  e nova evolução das variáveis de estado dos agentes  $C_i(t)$  e  $S_i(t)$ . Assim, de acordo com a Eq. 2-2, para cada rodada obtém-se um valor diferente para a riqueza média por faixa de aversão ao risco.

É possível notar que apesar de uma performance marginalmente superior

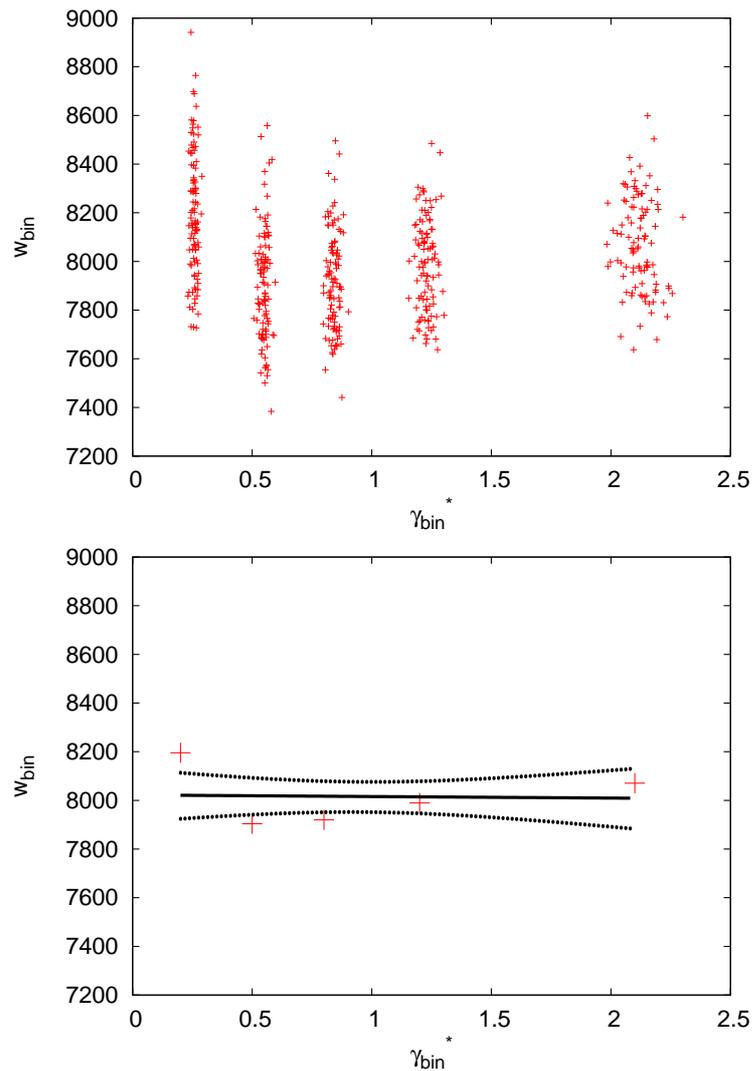


Figura 4.19: Riqueza  $w_{bin}$  média dos agentes para cada faixa da aversão ao risco  $\gamma_{bin}^*$ , para várias rodadas da Run-03 em  $T = 9000$ . O gráfico de baixo mostra os valores médios de  $w_{bin}$  sobre todas as rodadas e a regressão linear ordinária realizada sobre estes dados.

dos agentes com pouca aversão ao risco ( $\gamma_{bin}^* < 0.5$ ), não há diferença significativa na renda média dos agentes quando classificados por aversão de risco. Esta é uma constatação importante pois reforça a idéia de “jogo limpo”, pois, como já foi visto, não deve haver agentes com privilégios diferenciados.

#### 4.4 Experimentos

Novos experimentos foram realizados com base nos parâmetros apresentados na Tabela 4.2, avaliando-se o efeito das variações desses parâmetros.

##### 4.4.1

### Simulações com mercado aberto

Apresentamos inicialmente um experimento onde o cenário econômico é modificado e o mercado é “aberto” no que diz respeito ao fluxo de capital. Dessa maneira, o capital total do mercado aumenta geometricamente com o tempo, a uma taxa percentual fixa. Este fluxo de capital é distribuído entre os agentes, proporcionalmente ao seu capital atual. Considera-se ainda a aproximação adiabática do mercado, na qual as estratégias se ajustam instantaneamente às pequenas variações do capital.

Com a injeção de capital, altera-se o equilíbrio dado pelas Eqs. 4-13 e 4-14, determinando uma tendência de crescimento dos preços satisfazendo a  $\bar{p}(t) \approx \frac{C(t)}{S}$ . A Figura 4.20 apresenta os resultados da “abertura” do mercado para um fluxo de capital diário de 0.01%. Com este valor, o capital global ao final de  $n$  passos cresce pelo fator  $(1 + 10^{-4})^n$ . Neste caso, o preço exibe um crescimento médio exponencial com a mesma taxa de injeção de capital:  $\bar{p}(t) \approx p_0 \exp(n \cdot 10^{-4})$ .

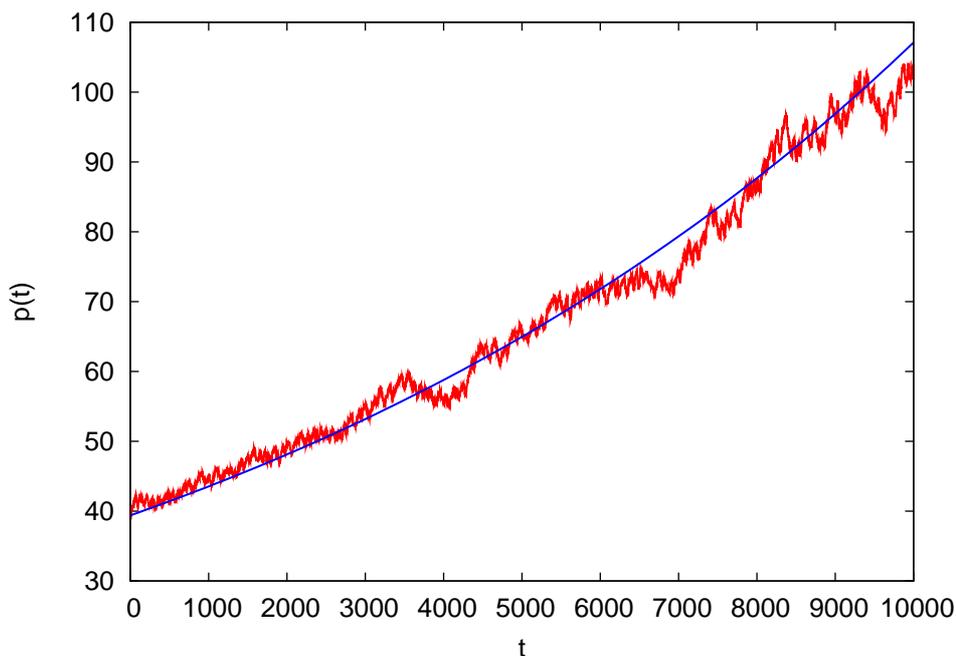


Figura 4.20: Série de preços para mercado com aumento de renda a uma taxa de 0.01% a cada passo. A linha verde é  $p(t) = p_0 \exp(n \cdot 10^{-4})$ . Experimento realizado sobre o Run-02 (ver Tabela 4.2).

O experimento computacional mostra que, quando há injeção de capital no mercado artificial, ocorre pressão inflacionária sobre os preços determinando seu crescimento.

#### 4.4.2

### Variando a escala da regra de formação dos preços

Mostramos a seguir os resultados de experimentos nos quais o parâmetro  $\zeta$  sofre variações em relação ao da rodada Run-02 (ver Tabela 4.5).

Rodadas	$\zeta$
Run-98	0.01
Run-94	0.02
Run-97	0.04
Run-95	0.05
Run-96	0.10

Tabela 4.5: Valores de  $\zeta$  utilizados nos experimentos. As rodadas são variações da Run-02 (ver Tabela 4.2).

O parâmetro  $\zeta$  determina o retorno dos preços de acordo com o excesso de demanda ou de oferta (Eq. 2-36), logo, este parâmetro controla as flutuações características no mercado. Em um mercado muito volátil, caracterizado por grandes valores de  $\zeta$ , os agentes são constantemente levados a situações extremas, com o preço oscilando muito rápido e com passos grandes, devido ao comportamento de reversão à média dos preços. Na Figura 4.21 (em cima) apresentamos a série de preços da Run-96, que ilustra este comportamento.

O mecanismo quantificador, que embute a aversão ao risco, apresenta também muita instabilidade. Há um comportamento intermitente entre os estados de aversão ao risco ( $\gamma_i(t) > \gamma_i^*$ ) e neutralidade ao risco ( $\gamma_i(t) < \gamma_i^*$ ), pois, a taxa  $\gamma_i(t)$  de cada agente depende do preço. Consequentemente, as estratégias técnicas não conseguem capturar estas oscilações rápidas de preço, perdendo eficiência.

No cenário oposto, onde as oscilações são menores, com menores valores para  $\zeta$ , a taxa  $\gamma_i(t)$  oscila com uma frequência baixa, conduzindo gradualmente os agentes entre os estados de aversão e neutralidade ao risco. Nesse contexto as estratégias são mais efetivas em detectar as oscilações de preços, e com isso os agentes obtêm melhores performances. Na Figura 4.21 (em baixo) apresentamos o gráfico da série de preços produzida pela Run-98, que ilustra esse comportamento.

A Figura 4.22 mostra os gráficos de evolução da riqueza para o mercado artificial de acordo com a escala de flutuação de preços. É possível observar que no mercado com grandes flutuações (Run-96) o desempenho de alguns agentes técnicos é inferior aos dos agentes aleatórios.

A introdução do *feedback* de volatilidade na liquidez do mercado, amplifica os efeitos de instabilidade observados para  $\zeta$  grandes. Por esta razão a modelagem com parâmetro de escala dinâmico (Eq. 2-38) aplica-se apenas para pequenos valores de  $\zeta_0$ .

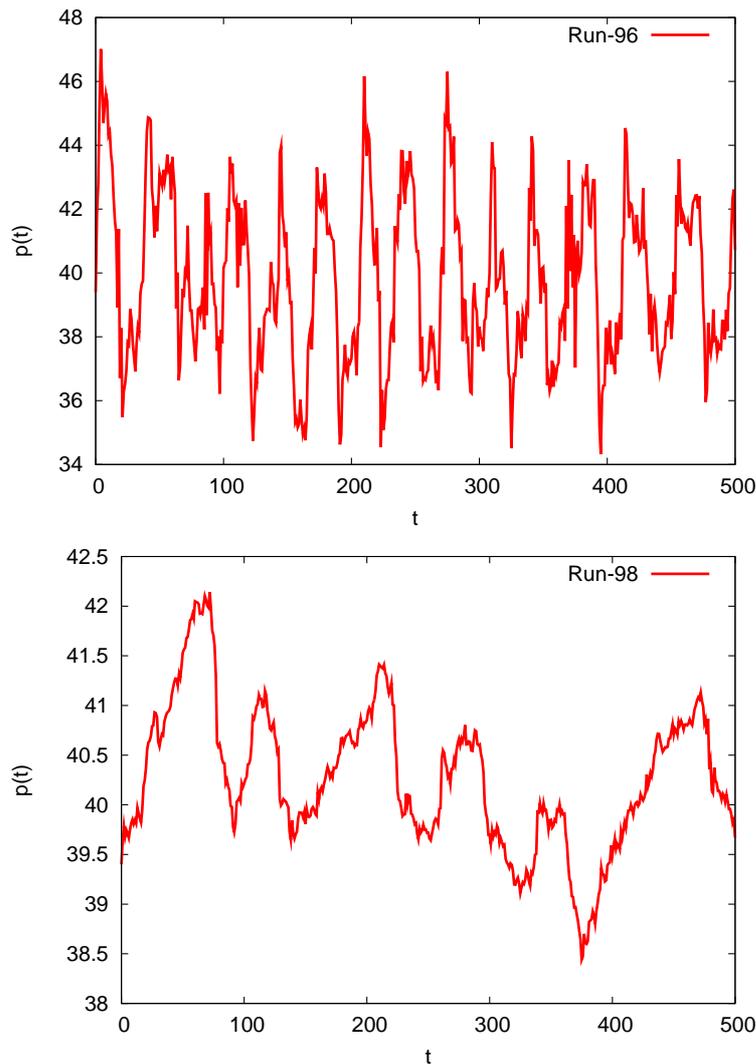


Figura 4.21: Série de preço para as rodadas Run-96 (em cima) com  $\zeta = 0.10$  e Run-98 (em baixo) com  $\zeta = 0.01$ , de acordo com a Tabela 4.5.

### 4.4.3

#### Variando a fração de agentes técnicos

A quantidade de agentes técnicos influencia diretamente a dinâmica de formação do preço. O fato deles atuarem conjuntamente, por estratégia, pode introduzir, como já foi visto, padrões que reforçam o desempenho da estratégia. Neste experimento, a quantidade de agentes técnicos foi alterada e com isso foi possível observar os seus reflexos na evolução do mercado. A Tabela 4.6 apresenta os valores de  $\phi$  utilizados nos experimentos no mercado artificial com  $N = 1000$  agentes:

#### *Mercado somente com agentes aleatórios*

O papel dos agentes aleatórios é fundamental na dinâmica do mercado, pois promovem liquidez do ativo devido à sua atuação contínua. Nesse

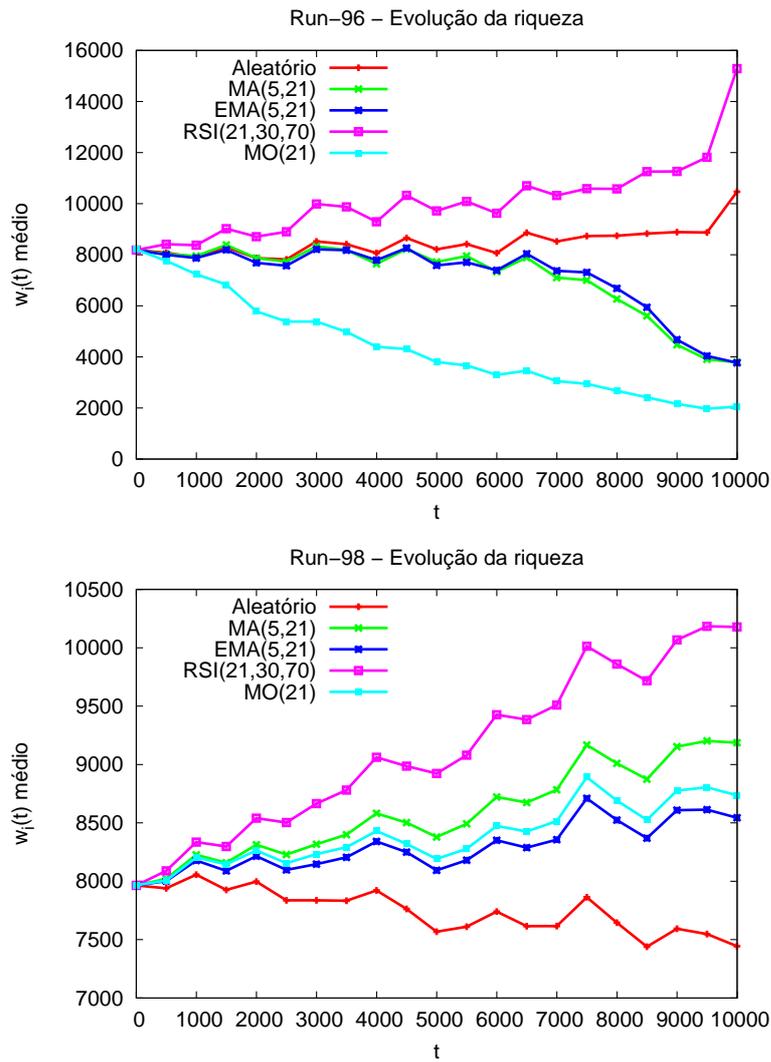


Figura 4.22: Evolução temporal da média da riqueza  $w_i(t)$  por classe de estratégia: estratégia aleatória (vermelho), média móvel (verde), média móvel exponencial (azul), RSI (magenta) e momento (ciano). Run-98 em baixo com  $\zeta = 0.01$  e a Run-96 em cima com  $\zeta = 0.10$  (de acordo com a Tabela 4.5).

Rodadas	$\phi$
Run-41	0.0
Run-38	0.1
Run-03	0.2
Run-02	0.3
Run-07	0.5

Tabela 4.6: Valores de  $\phi$  utilizados nos experimentos. As simulações são variações da Run-02 (ver Tabela 4.2).

experimento, os agentes técnicos foram eliminados e com isso foi possível calibrar o comportamento de *background* do mercado. As Figuras 4.23, 4.24 e 4.25 ilustram o comportamento do mercado aleatório. Os retornos passam a seguir uma distribuição Gaussiana e a correlação linear dos retornos, que já decaía rapidamente com a presença de agentes técnicos, aqui aproxima-se de zero já para  $\tau = 1$ . A correlação não-linear, dos módulos dos retornos, também decai muito rápido, para  $\tau = 1$ .

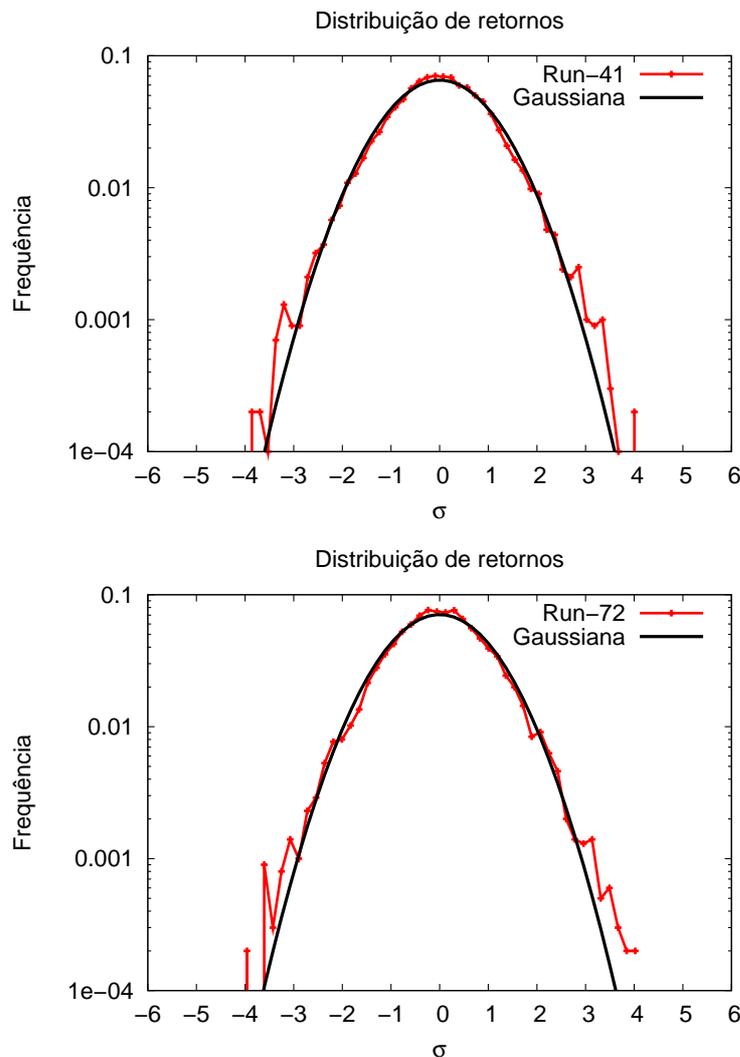


Figura 4.23: Distribuições dos retornos para um mercado somente com agentes aleatórios geradas pelas rodadas: Run-41 em cima com  $\kappa = 0$  e Run-72 em baixo com  $\kappa = 1$  (com *feedback* de volatilidade na regra de formação de preços Eq. 2-38).

É importante notar que o decaimento rápido na correlação não linear acontece até mesmo quando  $\kappa = 1$  (ver Figura 4.25), onde a regra de formação de preços possui um parâmetro de escala que inclui efeito de feedback da volatilidade (Eq 2-38). No entanto, como foi visto na Seção 4.2.1 esse efeito contribui para que a correlação não-linear seja significativa no mercado

artificial quando estão presentes os agentes técnicos. No caso do mercado totalmente irracional (somente com agentes aleatórios), a atuação ruidosa desses agentes destrói a memória introduzida pelo efeito de *feedback* da volatilidade na série de retornos de preços.

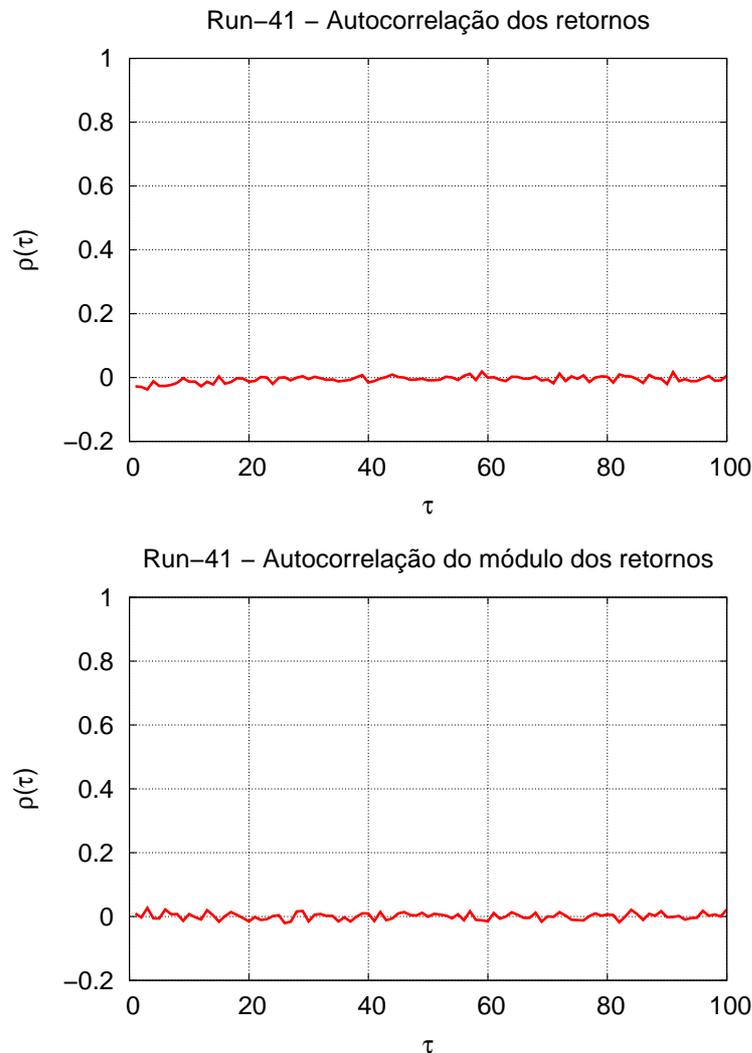


Figura 4.24: Função de autocorrelação dos retornos e dos módulos de retornos para um mercado somente com agentes aleatórios gerados pela Run-41 com  $\kappa = 0$ .

#### *Mercado parcialmente racional*

Conforme os resultados obtidos na Seção 4.2 constata-se que a atuação racional de uma pequena parcela dos agentes altera substancialmente o comportamento do sistema de forma que apareçam espontaneamente, grandes flutuações de preços e memória. Essa dinâmica, apesar de sustentada pelos agentes aleatórios, é dominada pelos agentes parcialmente racionais, que são capazes de produzir as pequenas ineficiências do mercado que permitem a arbitragem, isto é, a obtenção de lucros previsíveis.

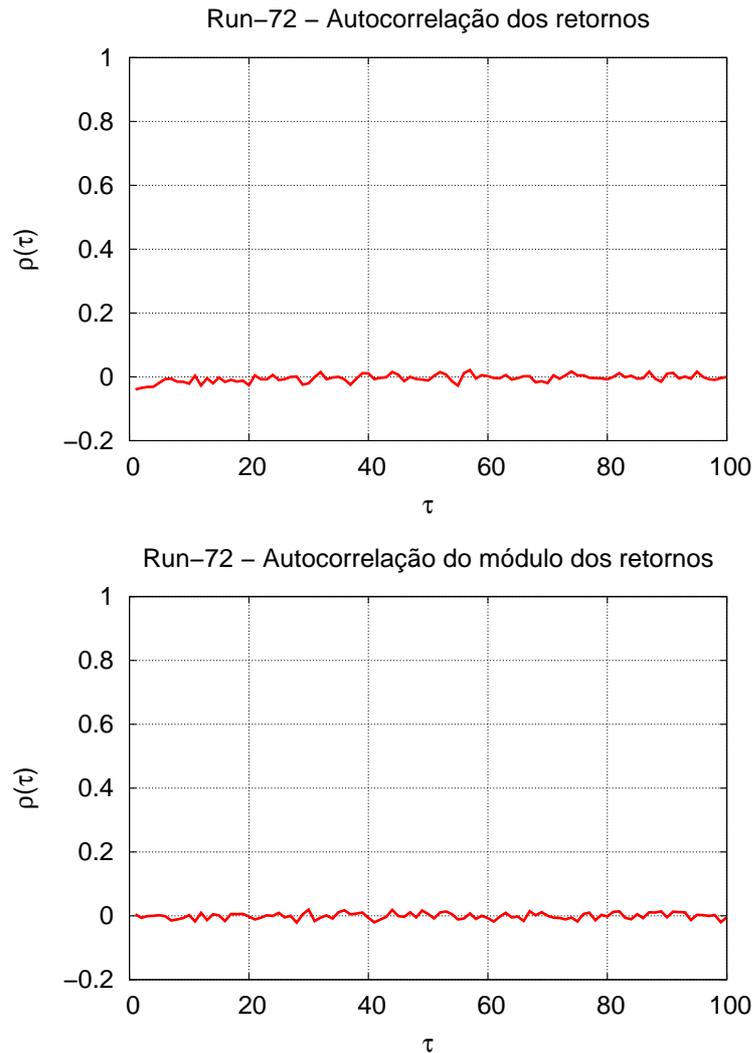


Figura 4.25: Função de autocorrelação dos retornos e dos módulos de retornos para um mercado somente com agentes aleatórios gerados pela Run-72 com  $\kappa = 1$  (com *feedback* de volatilidade na regra de formação de preços Eq. 2-38).

Analisamos também o histograma de atividade simultânea dos agentes, definido na Seção 4.1.5 de acordo com a fração de agentes técnicos. A Figura 4.26 ilustra essa distribuição para as rodadas Run-02, Run-03 e Run-07, onde o número total de agentes é fixo. Observa-se que os picos de atuação dos agentes se afastam quando a proporção de agentes técnicos aumenta, caracterizando regimes bem definidos de atividade do mercado.

Analisando quantitativamente o comportamento do histograma da Figura 4.26 observa-se que enquanto a largura dos dois modos principais é proporcional a  $\sqrt{N(1-\phi)}$ , a distância entre os modos é proporcional a  $\frac{N\phi}{n}$ . Portanto, as variáveis relevantes para o perfil do histograma de atividades dos agentes são:  $N\phi$  e  $n$ . Conclui-se também que existe um valor crítico,  $\phi_c$  (que diminui com  $N$ ), a partir do qual os modos ficam disjuntos. Nesta região de parâmetros,  $N$ ,  $\phi$  e  $n$ , a série de preços não apresenta comportamento

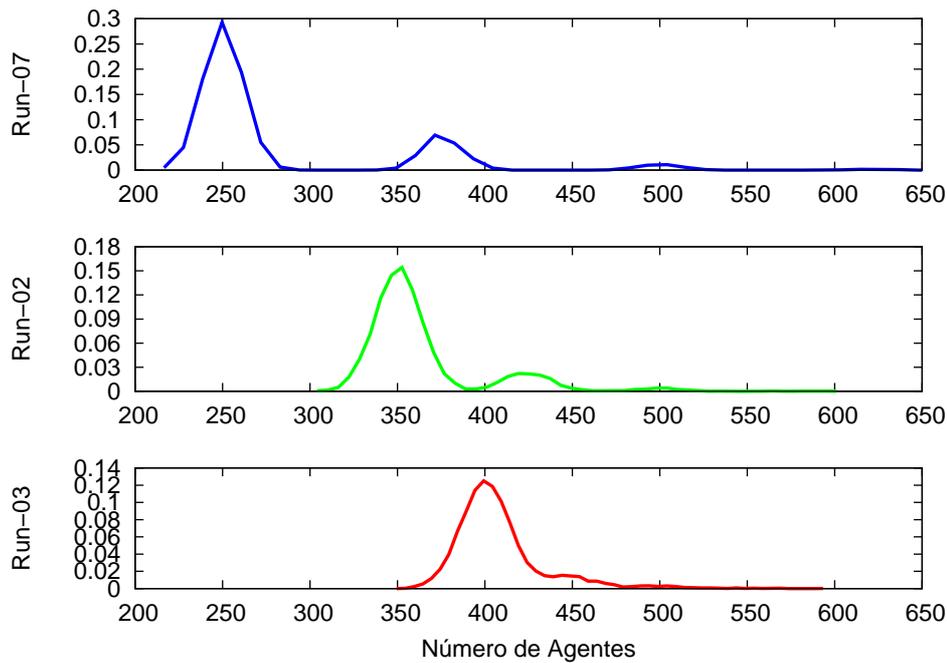


Figura 4.26: Histograma do número de agentes atuando simultaneamente no mercado. Para Run-03 (vermelho) com  $\phi = 0.2$ , Run-02 (verde) com  $\phi = 0.3$  e Run-07 (azul) com  $\phi = 0.5$  (de acordo com a Tabela 4.6).

realista (veja gráfico do topo da Figura 4.27), com a distribuição de retornos apresentando pico central e caudas muito pronunciados, conforme mostrado na Figura 4.28.

Esta análise nos mostra que a obtenção de distribuições de retornos leptocúrticas, mas de perfil suave esta associada a uma distribuição regular de atividade simultânea dos agentes. Esta, por sua vez, depende da combinação de parâmetros  $N\phi$  e  $n$ .

#### 4.4.4

##### Variando o número de agentes

Como consequência da análise anterior, comportamento análogo de distanciamento dos modos do histograma de atividade simultânea dos agentes também pode ser obtido quando variamos o número total de agentes no mercado, mantendo-se fixos  $\phi$  e  $n$ .

Rodadas	$N$
Run-01	100
Run-02	1000
Run-06	5000

Tabela 4.7: Valores de número de agentes utilizados nos experimentos. As simulações são variações da Run-02. Todos possuem fração de agentes técnicos  $\phi = 0.3$ .

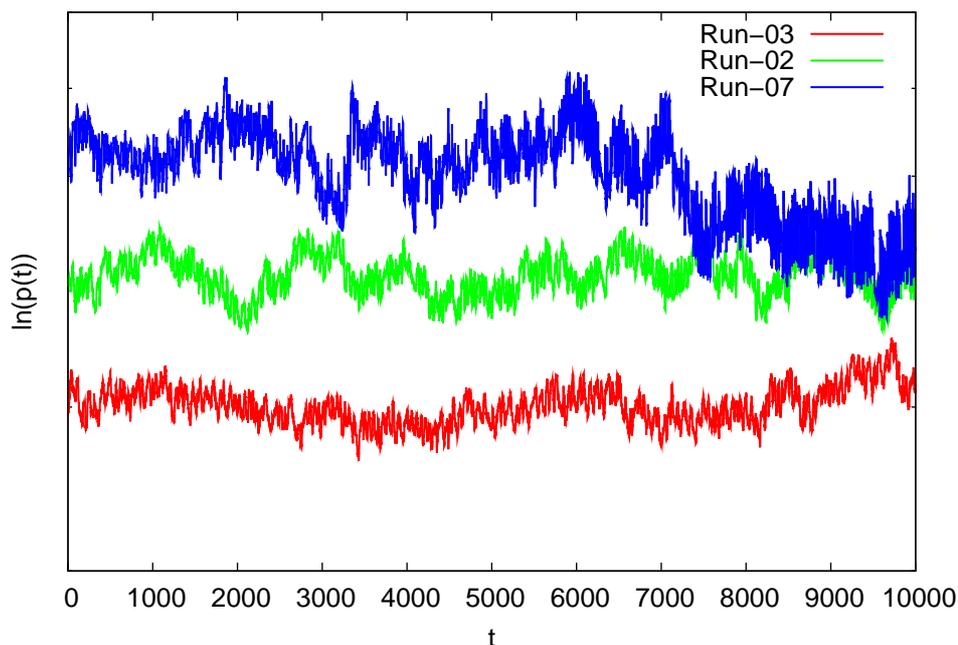


Figura 4.27: Séries de preço para Run-03 (vermelho) com  $\phi = 0.2$ , Run-02 (verde) com  $\phi = 0.3$  e Run-07 (azul) com  $\phi = 0.5$  (de acordo com a Tabela 4.6). Os gráficos foram transladados para melhor visualização.

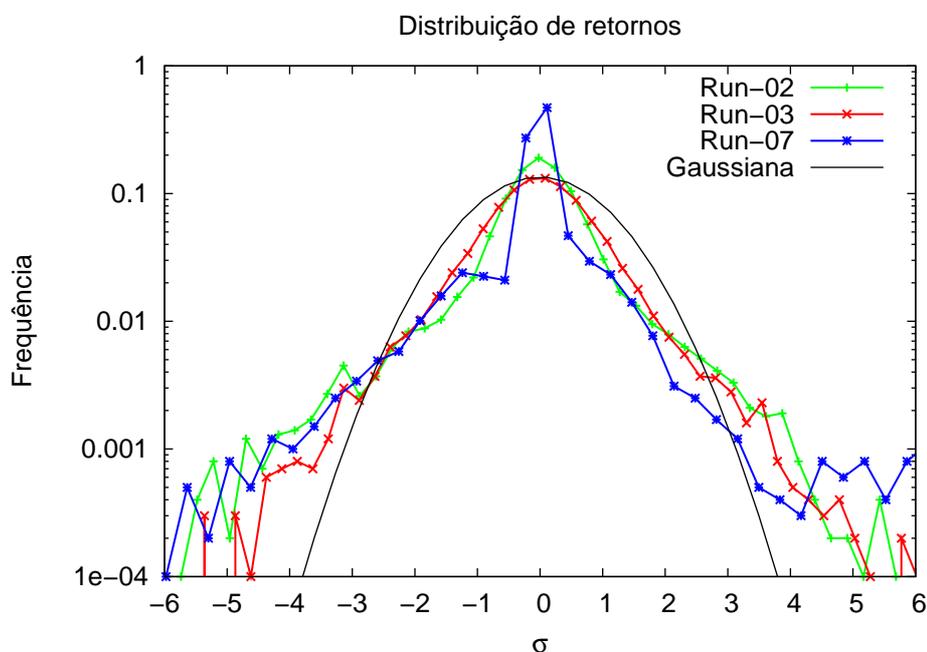


Figura 4.28: Distribuição dos retornos para as rodadas Run-03 (vermelho) com  $\phi = 0.2$ , Run-02 (verde) com  $\phi = 0.3$  e Run-07 (azul) com  $\phi = 0.5$  (de acordo com a Tabela 4.6)

A Tabela 4.7 apresenta os valores de  $N$  utilizados nos experimentos. Em todas as rodadas  $\phi = 0.3$ . A Figura 4.29 ilustra exatamente o mesmo comportamento apresentado na Figura 4.26. A rodada Run-06, que possui o maior número de agentes, possui o menor valor de  $\phi_c$  e apresenta dois regimes de atuação distintos, correspondente à situação na qual  $\phi > \phi_c$ .

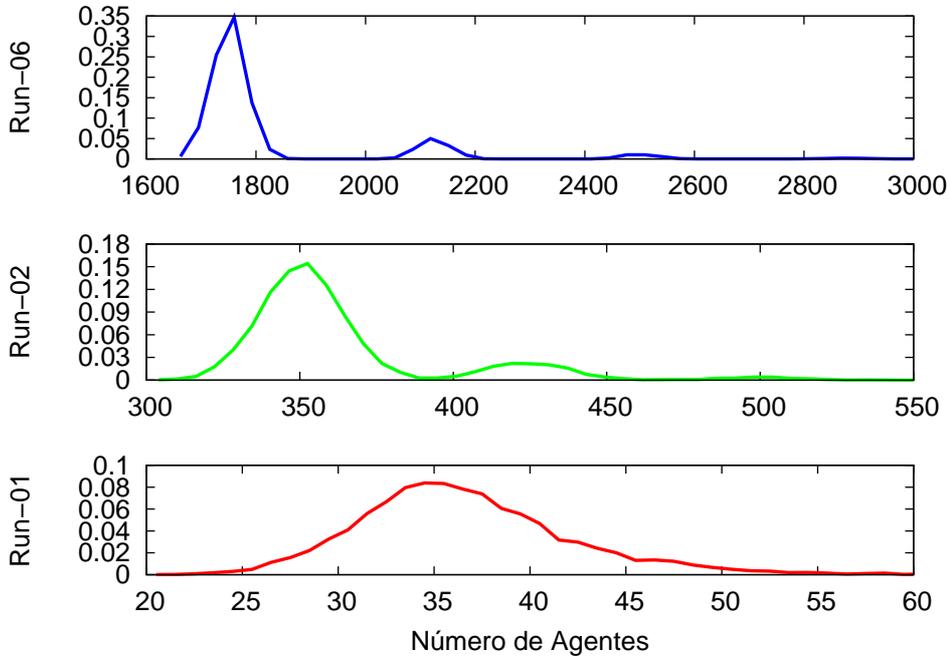


Figura 4.29: Histograma da distribuição do número de agentes atuando simultâneamente. Para Run-01 (vermelho) com  $N = 100$ , Run-02 (verde) com  $N = 1000$  e Run-06 (azul) com  $N = 5000$  (de acordo com a Tabela 4.7).

A Figura 4.30 ilustra o comportamento da distribuição de retornos de acordo com o parâmetro  $N$ , que apresenta comportamento não realístico para a Run-06, conforme esperado.

Como análise final, mostramos na Figura 4.31 as séries de preços para as rodadas da Tabela 4.7. Observa-se que as flutuações do logaritmo dos preços diminui à medida que  $N$  cresce. Isto era de se esperar para variáveis que são geradas a partir da interação de  $N$  investidores “indecisos”:

$$\Delta \log p \approx \frac{\Delta p}{p} \approx \frac{1}{\sqrt{N}} \quad (4-19)$$

O número de agentes determina o tamanho do mercado. Ações muito negociadas seriam representadas por um maior valor de  $N$ . É interessante entender como o modelo prevê a modificação da dinâmica do mercado com o número de investidores. Nos últimos anos este número cresceu substancialmente com o aparecimento da internet, que permitiu o monitoramento das carteiras e sua atualização imediata.

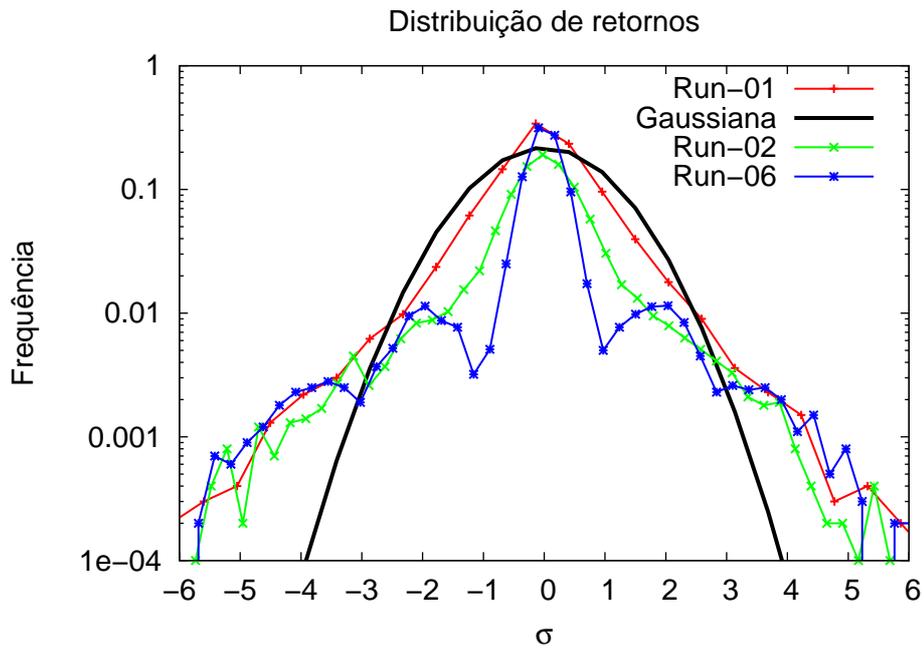


Figura 4.30: Distribuição dos retornos para as rodadas Run-01 (vermelho) com  $N = 100$ , Run-02 (verde) com  $N = 1000$  e Run-06 (azul) com  $N = 5000$  (de acordo com a Tabela 4.7).

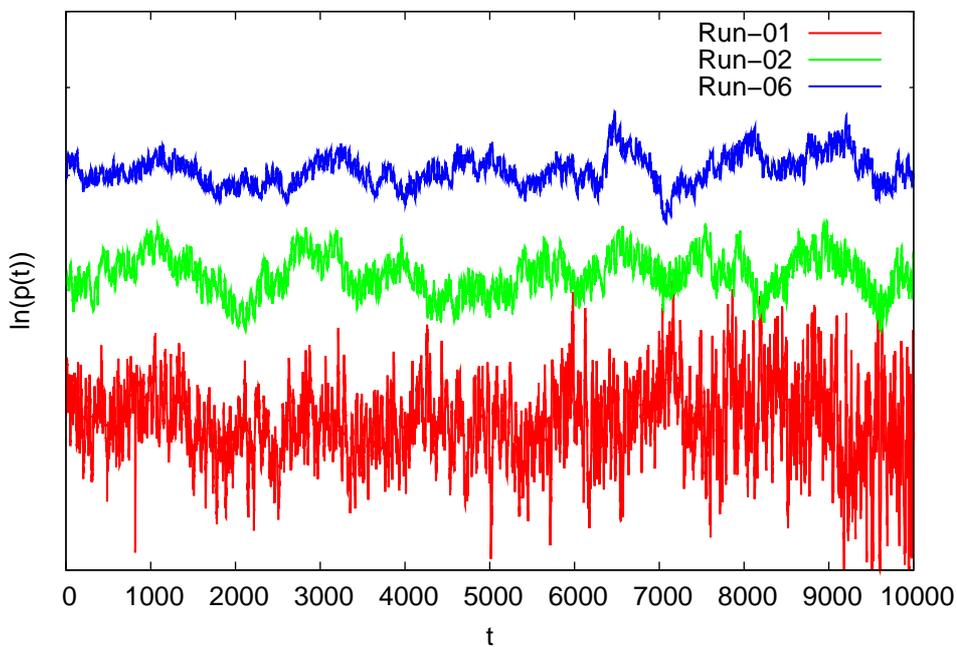


Figura 4.31: Séries de preço para Run-01 (vermelho) com  $N = 100$ , Run-02 (verde) com  $N = 1000$  e Run-06 (azul) com  $N = 5000$  (de acordo com a Tabela 4.7). Os gráficos foram transladados para melhor visualização.

Nossos resultados sugerem, que os mercados reais maiores possuem maior proporção de agentes irracionais e/ou maior diversidade de estratégias racionais.

No entanto, mesmo os maiores mercados reais são muito pequenos quando comparados aos sistemas naturais. Desta forma os modelos de agentes não necessitam apresentar comportamento realista no limite  $N \rightarrow \infty$ .

de Hurst cresce e na situação oposta ele diminui (Tabela 4.5).