

## 4. Modelagem Numérica

### 4.1 Introdução

Na avaliação da estabilidade de taludes, às técnicas do modelamento numérico são uma poderosa ferramenta analítica usada nos análise de tombamento (Benko, 1997). Ambas aproximações, contínuo e descontínuo, têm sido aplicados nos análise de estabilidade. No caso de análise de tombamento, o método dos elementos distintos é mais usado na actualidade.

Segundo Duncan e Christopher (2004), a representação das descontinuidades no modelo numérico estão sujeitos ao tipo do modelo à analisar, pelo que existem dois tipos de modelamento: modelo descontínuo e modelo contínuo. As descontinuidades no modelo descontínuo são apresentadas explicitamente, neste caso, tem orientação e localização no espaço, enquanto no modelo contínuo, as descontinuidades são apresentadas implícitamente, com a intenção do que o comportamento do modelo contínuo é consideravelmente equivalente ao maciço rochoso fraturado que é representado.

No caso de modelamento das descontinuidades, o modelo mais frequentemente usado para representar às descontinuidades, é o modelo elástico-plástico perfeito (Lorig et al., 2004). A resistência reduzida ao cisalhamento é definida pelo parâmetros usuais de Mohr-Coulomb (ângulo de atrito e a coesão), conforme ao capítulo 2. A resistência residual é usado depois de que a junta rompeu no cisalhamento da resistência de pico. O comportamento elástico das descontinuidades é especificado por à rigidez normal e cisalhante da junta, que pode ser linear ou quase linear.

No caso de modelamento do maciço rochoso, é impossível modelar todos às descontinuidades em um talude de grande porte, embora, pode ser possível modelar para um limitado número de bancadas do talude (Lorig et al. 2004).

Então, em taludes de grande porte muitos dos maciços rochosos devem ser representados por um contínuo equivalente, em que os efeitos das descontinuidades reduzem as propriedades elásticas da rocha intata é a resistência do maciço rochoso. Os modelos dos materiais estão relacionados à tensão/deformação que descrevem o comportamento do material. O modelo mais simples é elástico linear que usa só as propriedades elásticas do material (módulo de Young e Poisson). As relações linear elástico-perfeito e tensão-deformação plástico, são os mais usados frequentemente no modelo dos maciços rochosos. Esses modelos tipicamente usam parâmetros de resistência de Mohr-Coulomb para limitar a tensão de cisalhamento que uma zona pode manter. Usando este modelo, o maciço rochoso comporta-se como um material isotrópico. A anisotropia da resistência pode ser introduzida por um modelo de juntas oblíquas, que limita a resistência ao cisalhamento, segundo o critério de Mohr-Coulomb em uma direção especificada. A direção muitas vezes corresponde a uma orientação predominante das sistemas de juntas.

Um modelo contínuo-equivalente mais completo que inclui os efeitos de orientação e espaçamento das juntas é o modelo de plasticidade micropolar de Cosserat. O contínuo de Cosserat, conhecido também como contínuo micropolar (Eringen, 1967) acrescenta os graus de liberdade de rotação ao contínuo convencional. Isto permite a consideração de momentos agindo num ponto do material além do campo de tensões convencionais.

Segundo Durand (2000), este tipo de comportamento não pode ser simulado facilmente através do contínuo convencional. Estes problemas são comuns na mecânica das rochas e uma alternativa para resolvê-los é a sua abordagem por meio de um contínuo que considere os graus de liberdade necessários para reproduzir ou prever o comportamento mecânico observado.

Segundo Figueiredo (1997), modelagens numéricas baseadas no método dos elementos finitos considerando o contínuo de Cosserat têm resolvido adequadamente problemas de Mecânica das Rochas. A aplicação desta metodologia, considerando o meio como contínuo de Cosserat, a problemas com maciços fraturados conduziu a valores de carga de colapso consistentes com as

soluções de equilíbrio limite e qualitativamente bastante próximos aos resultados de laboratório. Da mesma forma, a aplicação desta formulação a problemas geotécnicos com contínuos convencionas deu bons resultados, se comparada às soluções analíticas, de equilíbrio limite ou de linhas de deslizamento.

Então, como foi falado nos capítulos anteriores nesta tese pretende-se aplicar o modelo de Cosserat com a finalidade de entender o mecanismo de ruptura por tombamento bloco-flexural, já que as características que apresentam os maciços rochosos nesta zona de estudo, são formados por um conjunto de blocos que transmitem momentos entre blocos vizinhos.

## **4.2**

### **A Mecânica Generalizada de Cosserat e o Modelo Elastoplástico para Meios Estratificados**

#### **4.2.1**

##### **A Mecânica Generalizada de Cosserat**

A mecânica generalizada de Cosserat (Cosserat & Cosserat, op. cit.) vem despertando um crescente interesse na modelagem contínua de problemas referentes a meios com qualquer tipo de micro-estruturação intrínseca (Figueiredo 1999). Tal microestrutura pode ser o resultado de uma localização das deformações plásticas e/ou pré-existente, como é o caso de maciços rochosos estratificados.

O aspecto que diferencia a mecânica generalizada de Cosserat e a torna apropriada à modelagem de tais problemas é a existência, na cinemática do meio, de graus de liberdade rotacionais adicionais, independentes dos translacionais clássicos. Na estática, a seu turno, têm-se grandezas denominadas de tensões-momento, conjugadas energeticamente, via trabalhos virtuais (Figueiredo, 1999), com os gradientes dessas rotações. Como consequência, aparecem nas relações constitutivas parâmetros com dimensão de comprimento (comprimento característico), que permitem contemplar, indiretamente, a influência das dimensões e a forma da microestrutura na resposta macroscópica do meio.

Particularmente para maciços estratificados, o comprimento característico pode ser relacionado à espessura dos estratos e as tensões-momento representam o efeito, por unidade de área, dos momentos fletores atuantes nos mesmos.

#### 4.2.1.1 Cinemática

Seja o plano das deformações aquele paralelo aos eixos cartesianos ortogonais globais  $(x_1, x_2)$ .  $x_i$  ( $i = 1, 2$ ) são as coordenadas de um ponto material em um contínuo de Cosserat 2D. Imaginemos que cada ponto esteja associado a uma micropartícula rígida que durante uma deformação desloca-se  $u_i$  e sofre uma rotação  $\omega_3^c$  (Fig. 4.1). O subscrito indica uma rotação em torno do eixo  $x_3$ , normal ao plano das deformações, e o sobrescrito é usado para distinguir as rotações microscópicas de Cosserat das ‘macrorrotações’ clássicas, já que ambas são, a princípio, independentes e distintas.

Como medidas de deformação em um contínuo de Cosserat tem-se  $\gamma_{ij}$  e  $\kappa_i$ , ditas, respectivamente, deformações relativas e curvaturas, as quais são definidas a 2D, como

$$\gamma_{ij} = \partial_j u_i + e_{ij} \omega_3^c \quad 4.1a$$

$$\kappa_i = \partial_i \omega_3^c \quad 4.1b$$

onde:  $e_{ij}$  é o tensor alternante a 2D e  $\partial_i(\cdot)$  simboliza gradiente na  $i$ -ésima direção espacial (Figueiredo, 1999).

Verifica-se facilmente (Figueiredo, 1999) que  $\gamma_{12} \neq \gamma_{21}$  e, portanto, o tensor das deformações é assimétrico, sendo sua parte simétrica coincidente com o tensor de deformações clássico e a anti-simétrica igual à diferença entre as macro e microrrotações.

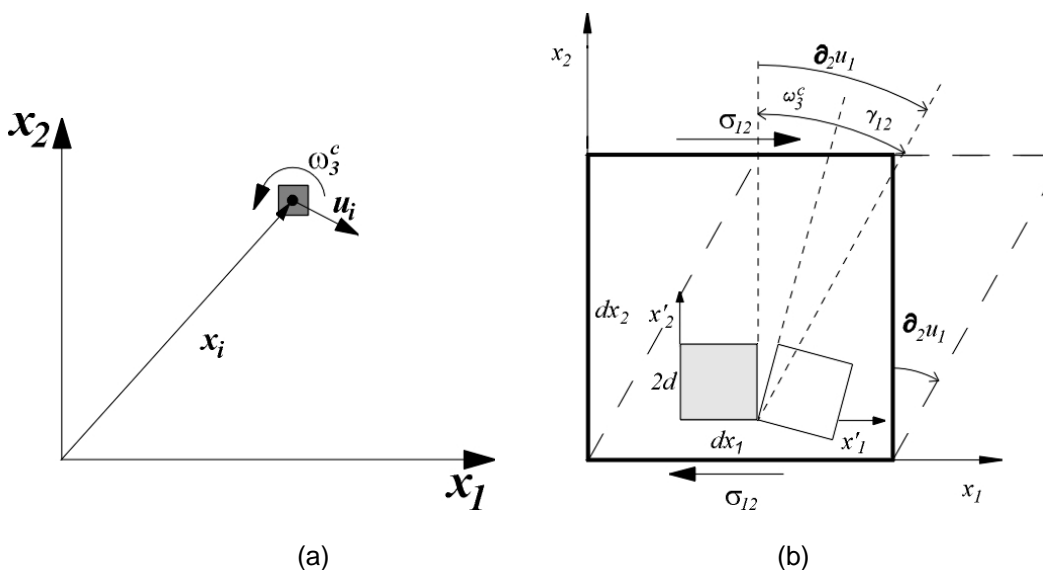


Figura 4.1 – Ponto material em um contínuo de Cosserat 2D (a) e representação de  $\gamma_{12}$  (b).

#### 4.2.1.2 Estática

Um contínuo de Cosserat 2D deverá comportar seis grandezas estáticas conjugadas em energia, via trabalhos virtuais, àquelas em (1) (Figueiredo, 1999). Tem-se, pois, o tensor de tensões-força  $\sigma_{ij}$ , ao lado do qual irão comparecer duas componentes de tensões-momento  $m_i = m_3i$  ( $i = 1, 2$ ).

Para um elemento plano de dimensões infinitesimais  $dx_1$  e  $dx_2$ , a consideração dos equilíbrios de forças e momentos permite estabelecer as respectivas equações diferenciais de equilíbrio num ponto qualquer do meio de Cosserat (Fig. 4. 2), a saber (Figueiredo, 1999):

$$\partial_j \sigma_{ij} + F_i = 0 \quad 4.2a$$

$$\partial_i m_i - 2\sigma^a + \Theta = 0 \quad 4.2b$$

nas quais  $F_i$  e  $\Theta$  são, respectivamente, as forças e o momento de massa, que podem, conforme o princípio de d'Alembert, incluir efeitos inerciais.  $\sigma^a = (\sigma_{12} - \sigma_{21})/2$  é a parcela anti-simétrica do tensor de tensões-força, cujo significado físico e respectivo efeito sobre o estado de tensões em um ponto, ilustrado pelo círculo de Mohr, representa-se na Fig. 4.3. Maiores detalhes podem ser obtidos em Figueiredo (1999).

#### 4.2.1.3 Equações Constitutivas

##### 4.2.1.3.1 Elasticidade Linear Isotrópica

O comportamento elástico linear isotrópico de um meio de Cosserat 2D fica caracterizado por quatro parâmetros, a saber:  $\lambda$ ,  $G$ ,  $G_c$  e  $B$ . Aí  $\lambda$  e  $G$  são os parâmetros clássicos de Lamé;  $G_c$  é um módulo de cisalhamento anti-simétrico e  $B$  é o módulo de flexão (valendo  $2Gl^2$ , onde  $l$  é o comprimento característico). A forma assumida por tais equações, em termos dos parâmetros acima, será:

$$\sigma_{ij} = \lambda \gamma_{kk} \delta_{ij} + (G + G_c) \gamma_{ij} + (G - G_c) \gamma_{ji} \quad 4.3a$$

$$m_i = B \kappa_i \quad 4.3b$$

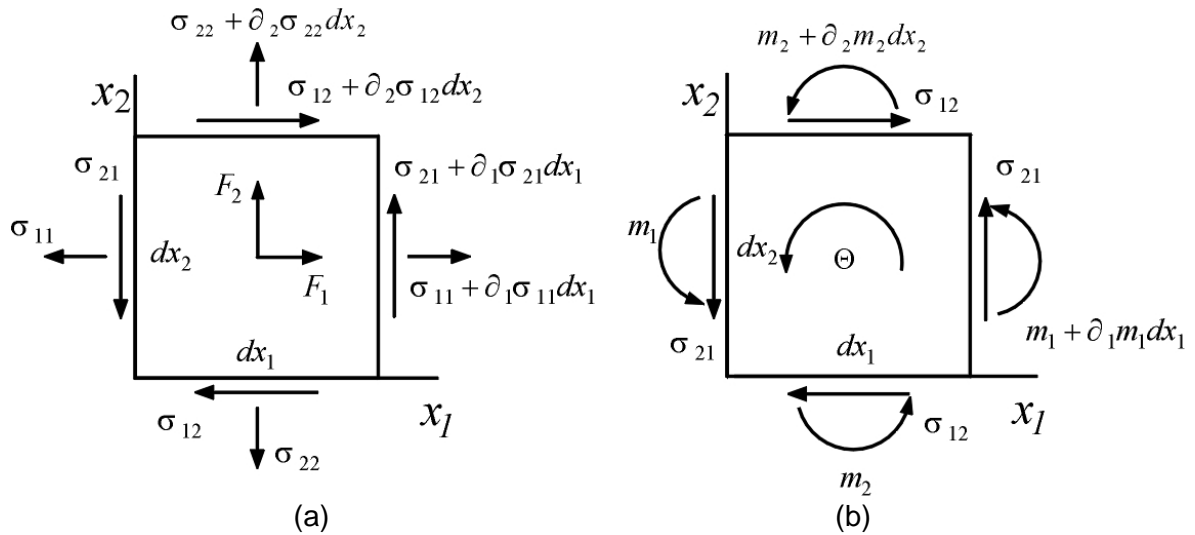


Figura 4.2 – Equilíbrio de forças (a) e momentos (b) em um elemento infinitesimal num meio de Cosserat.

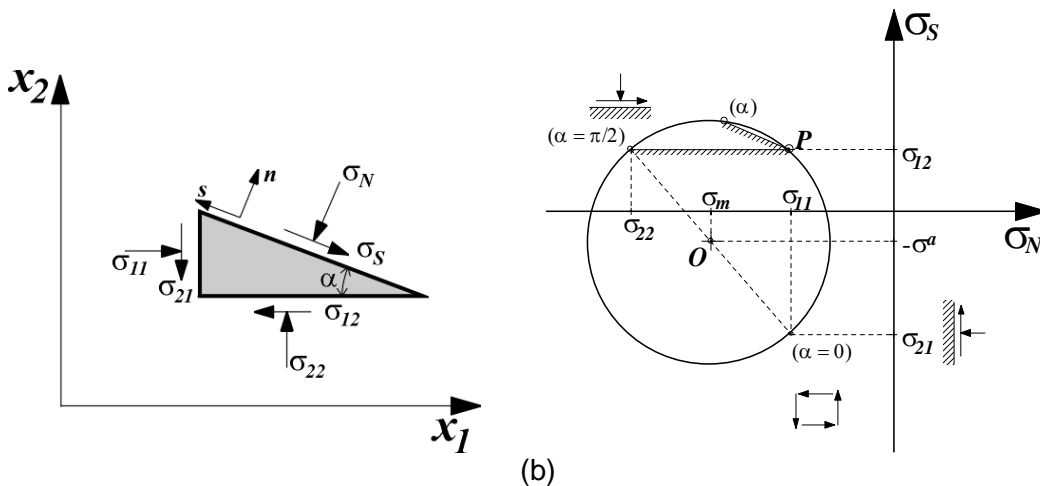
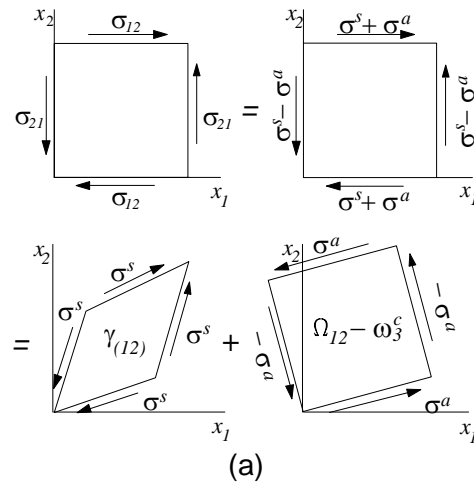


Figura 4.3 – Parcelas simétrica e anti-simétrica do tensor de tensões-força de Cosserat (a) e representação gráfica de Mohr (b).

### 4.2.1.3.2 Elastoplasticidade

Figueiredo (1999) apresenta as diferentes possibilidades de se formular equações constitutivas elastoplásticas de Cosserat para maciços rochosos fraturados e/ou estratificados. Aqui apenas o modelo para meios estratificados será tratado.

#### 4.2.1.3.2.1 Modelo Elastoplástico para Meios Estratificados

A Fig. 4.4 ilustra uma família descontinuidades de mergulho  $\theta$  que define estratos orientados segundo a direção  $x'$ . Consideram-se duas possibilidades, mutuamente exclusivas, de plastificação/ruptura em tal meio:

- (i) – por tração perpendicularmente aos estratos e/ou por flexão paralelamente aos mesmos ou ainda
- (ii) – por cisalhamento e/ou por flexão paralelamente aos estratos.

Naturalmente, a ocorrência de uma ruptura por tração (em (i)) exclui a possibilidade de ruptura por cisalhamento (em (ii)) e vice-versa. Porém, uma e outra poderão sempre ocorrer juntamente (ou não) com uma ruptura por flexão.

A plastificação/ruptura por cisalhamento paralelamente aos estratos é definida por um critério de resistência de Mohr-Coulomb para os planos de descontinuidades, a saber:

$$|\tau_{y'x'}| \leq -\sigma_{y'} \tan \phi_j + c_j, \quad 4.4$$

onde  $\phi_j$  é o ângulo de atrito das descontinuidades e  $c_j$  a coesão das mesmas.

Assim, a função de escoamento fica:

$$f_s = |\tau_{x'y'}| + \sigma_{y'} \tan \phi_j - c_j \leq 0. \quad 4.5$$

Para esse mecanismo de escoamento plástico, a fluxo é não-associado e a respectiva função potencial plástico é:

$$g_s = |\tau_{x'y'}| + \sigma_{y'} \tan \psi_j \leq 0, \quad 4.6$$

na qual  $\psi_j$  é o ângulo de dilatância.

Já a plastificação/ruptura por tração perpendicularmente aos estratos é definida por um critério de resistência à tração para as descontinuidades, com as funções de escoamento e potencial plástico (fluxo associado) sendo dadas por:

$$f_t \equiv g_t = \sigma_{y'} - \sigma_t^j \leq 0, \quad 4.7$$

em que  $\sigma_t^j$  é a resistência à tração das descontinuidades.

Finalmente, a plastificação/ruptura por flexão dos estratos (mecanismo exclusivo de um meio de Cosserat) será definida a partir de um critério de estabilidade ao tombamento (relativamente ao plano  $x'$ ), qual seja:

$$|m_{x'}| \leq -t\sigma_{x'}/2 + \hat{c}, \quad 4.8$$

onde  $\hat{c}$  é a chamada coesão-momento (força/comprimento) – Figueiredo (1999) – e  $t$  é a espessura dos estratos (no caso coincidente com o comprimento característico do meio).  $\hat{c}$  representa o efeito da existência de uma adesão (resistência à tração –  $\sigma t$ ) entre as partículas, no plano  $x'$  da Fig. 4.4, ou seja, ao longo dos estratos. Por conseqüência, seu valor pode ser trivialmente relacionado com  $\sigma t$  por meio da clássica expressão que fornece as tensões normais na seção de uma viga sujeita a flexão pura.

As funções de escoamento e potencial plástico (fluxo associado) para tal mecanismo ficam, portanto, sendo dadas por:

$$f_m \equiv g_m = |m_{x'}| + t\sigma_{x'}/2 - \hat{c} \leq 0. \quad 4.9$$

Para a lei de fluxo vale a extensão proposta por Koiter para o caso de mais de um potencial plástico (Figueiredo, 1999), a saber:

$$d\gamma_{ij}^p = \lambda_s \frac{\partial f_s}{\partial \sigma_{ij}} + \lambda_t \frac{\partial f_t}{\partial \sigma_{ij}} \quad 4.10a$$

$$d\kappa_i^p = \lambda_m \frac{\partial f_m}{\partial m_i}, \quad 4.10b$$

nas quais o sobrescrito  $p$  significa que os incrementos  $d(\cdot)$  são de deformações relativas e curvaturas plásticas e  $\lambda_s$ ,  $\lambda_t$  e  $\lambda_m$  são os multiplicadores plásticos relativos, respectivamente, às funções de escoamento ao cisalhamento (Eq. (5)), tração (Eq. (7)) e flexão (Eq. (9)).

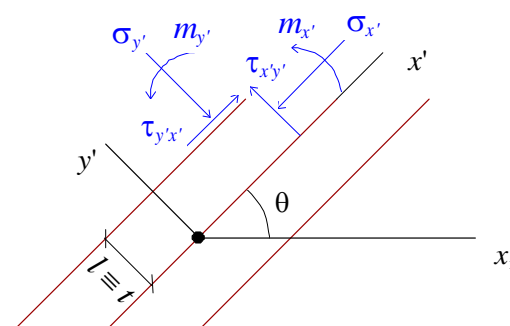


Figura 4.4 – Geometria de um meio estratificado e tensões de Cosserat atuantes.



Durante o processo iterativo de solução das equações de equilíbrio discretas (utilizando um algoritmo de Relaxação Dinâmica – Figueiredo, 1999), calcula-se um estado de tensões elástico provisório, com as Eq. (4.3). As componentes de tensão são então transformadas para o sistema de eixos de referência associado aos estratos ( $x'y'$  na Fig. 4.4). Caso tais tensões sejam plasticamente inadmissíveis, isto é, se violam alguma das funções de escoamento acima ( $f_s, f_t$  e  $f_m \geq 0$ ), são realizados ajustes por um procedimento descrito em Figueiredo (1999), que resultam em:

$$\begin{cases} \sigma_{x'}^p = \sigma_{x'}^e - (\lambda_m(\lambda + 2G)t/2 + \lambda_t(\lambda)) \Leftrightarrow f_t \geq 0; f_m \geq 0 \\ \sigma_{x'}^p = \sigma_{x'}^e - (\lambda_m(\lambda + 2G)t/2 + \lambda_s(\lambda) \tan \psi) \Leftrightarrow f_s \geq 0; f_m \geq 0 \end{cases} \quad 4.11a$$

$$\begin{cases} \sigma_{y'}^p = \sigma_{y'}^e - (\lambda_m(\lambda)t/2 + \lambda_t(\lambda + 2G)) \Leftrightarrow f_t \geq 0; f_m \geq 0 \\ \sigma_{y'}^p = \sigma_{y'}^e - (\lambda_m(\lambda)t/2 + \lambda_s(\lambda + 2G) \tan \psi) \Leftrightarrow f_s \geq 0; f_m \geq 0 \end{cases} \quad 4.11b$$

$$\begin{cases} \tau_{x'y'}^p = \tau_{x'y'}^e - \lambda_s(G - G_c) \text{sinal}(\tau_{x'y'}^e) \end{cases} \quad 4.11c$$

$$\begin{cases} \tau_{y'x'}^p = \tau_{y'x'}^e - \lambda_s(G + G_c) \text{sinal}(\tau_{y'x'}^e) \end{cases} \quad 4.11d$$

$$\begin{cases} m_{x'}^p = m_{x'}^e - \lambda_m(2Gl^2) \text{sinal}(m_{x'}^e) \end{cases} \quad 4.11e$$

$$\begin{cases} m_{y'}^p = m_{y'}^e, \end{cases} \quad 4.11f$$

onde os sobrescritos p e e significam, respectivamente, tensões plasticamente corrigidas e elásticas provisórias.

Os multiplicadores plásticos por sua vez valem:

$$\lambda_s = \frac{\{2Gl^2 + (\lambda + 2G)t^2/4\}f_s - \{(\lambda)t \tan \psi/2\}f_m}{[(G + G_c) + (\lambda + 2G) \tan \psi \tan \phi] \{2Gl^2 + (\lambda + 2G)t^2/4\} - (\lambda^2)t^2 \tan \psi \tan \phi/4} \quad 4.12a$$

$$\lambda_t = \frac{\{2Gl^2 + (\lambda + 2G)t^2/4\}f_t - \{(\lambda)t/2\}f_m}{(\lambda + 2G) \{2Gl^2 + (\lambda + 2G)t^2/4\} - (\lambda^2)t^2/4} \quad 4.12b$$

$$\begin{cases} \lambda_m = \frac{(\lambda + 2G)f_m - \{(\lambda)t/2\}f_t}{(\lambda + 2G) \{2Gl^2 + (\lambda + 2G)t^2/4\} - (\lambda^2)t^2/4} \Leftrightarrow f_t \geq 0; f_m \geq 0 \\ \lambda_m = \frac{[(G + G_c) + (\lambda + 2G) \tan \psi \tan \phi]f_m - \{(\lambda)t \tan \psi/2\}f_s}{[(G + G_c) + (\lambda + 2G) \tan \psi \tan \phi] \{2Gl^2 + (\lambda + 2G)t^2/4\} - (\lambda^2)t^2 \tan \psi \tan \phi/4} \Leftrightarrow f_s \geq 0; f_m \geq 0 \end{cases} \quad 4.12c$$

Em (4.11)a,b e (4.12)c, nas quais há duas possibilidades, considera-se o caso em questão, isto é, se  $f_t \geq 0$  e/ou  $f_m \geq 0$ , utiliza-se a primeira alternativa e se  $f_s \geq 0$  e/ou  $f_m \geq 0$ , a segunda. Mais além, sendo negativo algum dos multiplicadores plásticos calculados em (4.12), a correção em (4.11) será efetuada com o valor do respectivo multiplicador igual a zero.

Uma vez calculadas as tensões ajustadas, retornam-se as mesmas para eixos globais de referência ( $x_1x_2$ ) e prossegue-se com o ciclo iterativo.