

5 Método dos Elementos Finitos

5.1. Introdução

As equações globais do movimento no método dos elementos finitos são expressas por

$$[K]\{u\} + [C]\{\dot{u}\} + [M]\{\ddot{u}\} = \{R(t)\} \quad (5.1)$$

onde $[M]$ é a matriz de massa, $[C]$ a matriz de amortecimento, $[K]$ a matriz de rigidez, $\{R\}$ o vetor dos carregamentos nodais e $\{u\}, \{\dot{u}\}, \{\ddot{u}\}$ os vetores dos deslocamentos, velocidades e acelerações nodais, respectivamente.

$$\begin{aligned} [K] &= \sum_A \int [B]^T [C] [B] J dA \\ [C] &= \sum_A \int c [N]^T [N] J dA \\ [M] &= \sum_A \int \rho [N]^T [N] J dA \end{aligned} \quad (5.1a)$$

onde $[B]$ é a matriz deformação x deslocamento, $[C]$ a matriz tensão x deformação, $[N]$ a matriz das funções de interpolação, $|J|$ o determinante da matriz Jacobiana, c o coeficiente de amortecimento, ρ a massa específica e Σ indica que se trata de um somatório das contribuições dos diversos elementos do sistema.

Para o caso de movimentos sísmicos com aceleração aplicada na base da malha, as equações acima são re-escritas como

$$[K]\{u\} + [C]\{\dot{u}\} + [M]\{\ddot{u}\} = -[M][I]\{\ddot{u}_b(t)\} \quad (5.2)$$

onde $[I]$ é a matriz identidade e $\{\ddot{u}\}_b$ o vetor das acelerações nodais da base da malha.

Em problemas lineares a equação do movimento pode ser expressa no domínio da frequência, aplicando-se a transformada de Fourier (operador linear) na equação (5.2) para obter-se a formulação complexa, onde a parte imaginária está associada à perda de energia por amortecimento

$$([K] - i[C]\omega - [M]\omega^2)\{U\} = \omega^2[M][I]\{U_b(\omega)\} \quad (5.3)$$

onde ω representa a frequência, $\{U\}$ o vetor dos deslocamentos nodais no domínio da frequência e $\{U_b(\omega)\}$ os deslocamentos nodais da base da malha na frequência ω .

Um dos problemas com a formulação acima é a possibilidade de ocorrência de super-amortecimento numérico para altas frequências, adotando-se então geralmente um amortecimento histerético (independente da frequência) através da introdução de um módulo de cisalhamento complexo

$$G^* = G(1 - 2i\zeta) \quad (5.4)$$

onde G é o módulo de cisalhamento do solo e ζ a razão de amortecimento do material, independente da frequência. Observe que a razão de amortecimento geométrico devido à radiação das ondas está contemplada na própria representação espacial da malha de elementos finitos e condições de contorno especiais (contornos silenciosos, no item 5,2).

A equação discretizada no domínio da frequência é expressa então por

$$([K]^* - [M]\omega^2)\{U\} = \omega^2[M][I]\{U_b(\omega)\} \quad (5.5)$$

Os resultados de deslocamentos obtidos para as diversas frequências analisadas são convertidos para o domínio do tempo através de uma transformada

de Fourier inversa, executada numericamente através de algoritmo FFT (*Fast Fourier Transform*) desenvolvido por Cooley e Tukey (1965).

No domínio do tempo (equação 5.2) a matriz de amortecimento pode ser construída com base na formulação de Rayleigh, através da combinação linear entre as matrizes de massa $[M]$ e de rigidez $[K]$,

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (5.6)$$

onde α e β são os parâmetros de amortecimento de Rayleigh.

Como o amortecimento de solos depende do estado de deformações, como já discutido, Idriss (1973) sugeriu a aplicação da formulação de Rayleigh a nível de elemento (identificado pelo subscrito e) como

$$[C]_e = \alpha_e[M]_e + \beta_e[K]_e \quad (5.7)$$

onde os parâmetros de amortecimento para cada elemento são definidos com base na razão de amortecimento local (função das deformações cisalhantes efetivas no elemento) e da frequência natural fundamental do sistema ω_1 obtida a partir do cálculo dos autovalores em um problema de vibração livre não amortecida ou estimada mediante o modelo de viga de cisalhamento (apêndice A).

$$\begin{aligned} \alpha_e &= \xi_e \omega_1 \\ \beta_e &= \frac{\xi_e}{\omega_1} \end{aligned} \quad (5.8)$$

A matriz de amortecimento global $[C]$ é obtida através do processo convencional de montagem de matrizes do método dos elementos finitos.

A integração no tempo da equação do movimento (equação 5.2) é normalmente feita através dos métodos implícitos de Wilson θ ou o método de Newmark. Para uma descrição mais detalhada destes algoritmos, o leitor interessado pode consultar alguns livros textos sobre o método dos elementos finitos como Bathe (1996), Cook et al. (2002), entre outros.

5.2. Aspectos da modelagem

Na aplicação do método dos elementos finitos para determinação da resposta dinâmica de maciços de solo alguns cuidados especiais devem ser tomados em relação ao tamanho do elemento e condições de contorno da malha de elementos finitos.

Kuhlemeyer e Lysmer (1973) verificaram que a dimensão do elemento na direção de propagação da onda é de fundamental importância na modelagem, pois elementos grandes são incapazes de transmitir movimentos produzidos por excitações de altas frequências. Recomendaram então, como sugestão empírica, que o tamanho do elemento para uma eficiente transmissão do movimento não ultrapasse $1/8$ do menor comprimento de onda esperado no problema. Em estudos mais detalhados, Celep e Bazant (1983) e Mullen e Belytschko (1982), concluíram que a relação $1/10$ é um valor bastante razoável para muitas configurações de malha e tipos de elementos.

. Esta precaução na modelagem é importante porque a faixa de frequências dos terremotos peruanos é relativamente alta (2-10Hz), exigindo a utilização de malhas discretizadas adequadamente.

Para maior eficiência computacional, é desejável que o número de elementos finitos seja o menor possível. Como o tamanho do elemento é controlado pelo critério referido acima, a minimização do número de elementos se converte em um problema de minimização do tamanho da malha de elementos finitos.

Análises efetuadas pelo método dos elementos finitos sempre encontraram dificuldades na representação de domínios onde o substrato rochoso situa-se muito além da região de interesse do problema. Uma técnica bastante utilizada em análises estáticas é truncar a malha a alguma grande distância e empregar *contornos elementares* (rígidos) como “aproximação” da real geometria do problema. De fácil implementação, produz resultados desastrosos em análises dinâmicas devido às reflexões de onda ocorridas nos contornos rígidos artificialmente introduzidos.

Várias técnicas para contornos especiais (*silent boundaries*) para problemas dinâmicos foram propostas na literatura, dentre as quais a utilização de elementos

infinitos (Medina e Penzien, 1982; Medina e Taylor, 1983), contornos de transmissão imperfeita (amortecedores) propostos por Lysmer e Kuhlemeyer (1969), contornos de transmissão perfeita (Lysmer e Waas (1972), Kausel e Roesset (1977)), técnicas híbridas associando o método dos elementos finitos com soluções analíticas (Gupta, 1980) ou com o método dos elementos de contorno (Mita e Takanashi, 1983), etc.

Na formulação consistente do método dos elementos finitos, a matriz de massa $[M]$ é uma matriz em banda cujos termos não nulos fora da diagonal principal indicam acoplamento das forças de inércia. Em problemas de dinâmica, a diagonalização (*lumping*) da matriz de massa é frequentemente usada devido às vantagens computacionais associadas com a manipulação de uma matriz diagonal. De acordo com alguns estudos (Kuhlemeyer e Lysmer, 1973), a diagonalização da matriz de massa fornece resultados com precisão comparável àqueles obtidos com a formulação consistente.

Uma investigação comparativa mais detalhada sobre as diferenças entre ambas as formulações foi realizada por Mullen e Belytschko (1982). Os resultados da investigação mostram que a diagonalização da matriz de massa reduz o desempenho do modelo numérico, produzindo erros no cálculo da velocidade de fase com magnitude máxima aproximadamente duas vezes maior a dos erros obtidos com a formulação consistente.

5.3. Modelos constitutivos

A resposta dinâmica de taludes submetidos a carregamentos sísmicos depende de uma série de condicionantes, dentre os quais a não-linearidade do comportamento mecânico dos materiais, a topografia do relevo, a heterogeneidade dos solos que compõem o talude e o maciço de fundação, o conteúdo de frequências do registro sísmico, sua duração e amplitudes, etc.

Um dos fatores mais importantes, conforme discutido nas diversas adaptações do modelo de Newmark (1965) apresentadas nos capítulos anteriores, é que solos são materiais deformáveis, podendo apresentar comportamento tensão x deformação altamente linear quando dinamicamente carregados por terremotos de grande magnitude.

A utilização de métodos numéricos para análise da resposta dinâmica de maciços de solo dependerá portanto do modelo constitutivo implementado no programa computacional. Os principais modelos propostos na literatura são apresentados a seguir.

5.3.1.

Modelo linear equivalente

É o modelo utilizado na maioria das aplicações e implementado em grande parte dos programas computacionais elaborados para investigação da resposta dinâmica de maciços de solo.

A relação tensão x deformação de solos sob carregamento cíclico exhibe normalmente um laço de histerese entre as trajetórias de carregamento e de descarregamento, que pode ser mecanicamente modelado descrevendo-se as trajetórias ou considerando-se parâmetros do material que possam representar de maneira aproximada a forma geral do laço. Na segunda alternativa, adotada no modelo linear equivalente, a inclinação do laço de histerese, proporcional à rigidez do solo, é descrita pelo módulo de cisalhamento secante e a abertura do laço, com área proporcional à energia dissipada no ciclo, pela razão de amortecimento.

Ambos os parâmetros, referidos como parâmetros lineares equivalentes, são atualizados iterativamente em função dos níveis de deformação cisalhante induzidos na massa de solo. Para a seleção dos novos valores, utiliza-se uma distorção média ou efetiva empiricamente estimada como 2/3 da deformação cisalhante máxima (0,65 de acordo com Seed e Martin (1966), ou $(M-1)/10$, de acordo com Idriss e Sun (1992) onde M é a magnitude do terremoto). Em programas de elementos finitos a seleção dos parâmetros lineares equivalentes é feita a nível de elemento, de acordo com o seguinte procedimento:

Os valores iniciais do módulo cisalhante (G_{max}) e do amortecimento são estimados para cada elemento finito da malha. A resposta dinâmica do sistema é então determinada, calculando-se a deformação cisalhante máxima na história do tempo em cada elemento. A partir destes resultados, as amplitudes da deformação cisalhante efetiva em cada elemento são computadas, consultando-se as curvas do material correspondente para observar se o nível de deformação é compatível com

os valores das propriedades dinâmicas utilizadas na avaliação da resposta. Se as propriedades do solo não foram compatíveis, as propriedades lineares equivalentes são atualizadas e o processo é repetido até atingir a convergência, o que ocorre geralmente após 3 a 5 iterações. Este modelo foi implementado em vários programas comerciais (GeoStudio 2004) e acadêmicos como os elaborados na Universidade da Califórnia, Berkeley - SHAKE (Schnabel et al., 1972), QUAD-4 (Idriss et al., 1973), FLUSH (Lysmer et al., 1975), dentre outros.

Entretanto, como apenas o valor da deformação cisalhante máxima não fornece informações a respeito de toda a história de deformações, é possível que este procedimento possa levar a sistemas artificialmente amortecidos e enrijecidos / amolecidos. No caso de movimentos relativamente uniformes, por exemplo, a tendência é de subestimar a razão de amortecimento λ e a superestimar o módulo de cisalhamento G .

Como o método é essencialmente linear, é também possível que uma das frequências predominantes da excitação possa coincidir com uma das frequências naturais do talude, com tendência ao desenvolvimento de ressonâncias espúrias. Como o método é essencialmente elástico, não tem condições de calcular deformações ou deslocamentos permanentes, necessitando ser complementado por outra técnica aplicada separada ou desacopladamente (Newmark, 1965; Makdisi e Seed, 1978).

Diferenças entre os resultados de análises com o modelo linear equivalente e não-lineares depende, naturalmente, do grau de não-linearidade da resposta do solo. Para problemas onde o nível de deformações permanece baixo (solos rígidos e/ou movimentos sísmicos de baixa magnitude), ambas as análises devem produzir estimativas razoáveis da resposta dinâmica do solo. No entanto, para situações onde o valor das tensões cisalhantes induzidas pelo terremoto aproximam-se da resistência ao cisalhamento do solo, as análises não lineares devem fornecer resultados mais confiáveis.

De acordo com Bray et al. (1995) o programa SHAKE91 (Idriss e Sun, 1992), em virtude da incorporação do modelo linear equivalente, somente deve ser empregado para movimentos com $PHA^{rocha} \leq 0,35g$. De acordo com informações da literatura, o modelo linear equivalente não produz resultados confiáveis para situações onde $PHA^{solo} > 0,4g$ (Ishihara, 1986) ou a deformação cisalhante de pico exceder aproximadamente 2% (Kavazanjian et al., 1997). Segundo Dakoulas e

Gazetas (1992) em barragens modernas análises lineares podem ser suficientes para movimentos com $PHA^{solo} \leq 0,2g$.

A relação entre a variação dos parâmetros lineares equivalentes com o nível das deformações cisalhantes foi estudada por vários autores. Até vinte anos atrás as reduções de módulo para solos coesivos e granulares eram tratadas separadamente (Seed e Idriss, 1970), conforme mostra a figura 5.1 para o caso das areias. Para as areias, Seed e Idriss (op.cit.) propuseram a seguinte expressão para cálculo do máximo valor do módulo de cisalhamento G_{max} ,

$$G_{max} = 1000 K_{2max} (\sigma'_m)^{1/2} \text{ em psf}$$

$$G_{max} = 21,7 K_{2max} p_a \left(\frac{\sigma'_m}{p_a} \right)^{1/2} \text{ em Pa} \quad (5.9)$$

onde σ'_m é a tensão efetiva principal média, p_a a pressão atmosférica e o coeficiente adimensional K_{2max} (no intervalo entre 30 a 70) é obtido de tabelas (Seed e Idriss, 1970) em função do índice de vazios ou densidade relativa da areia. Para pedregulhos, Seed et al. (1984) indicaram valores de K_{2max} no intervalo entre 80 a 180 enquanto que para solos coesivos estimativas preliminares de G são obtidas com base no índice de plasticidade IP, razão de pré-adensamento OCR e da resistência ao cisalhamento não-drenada.

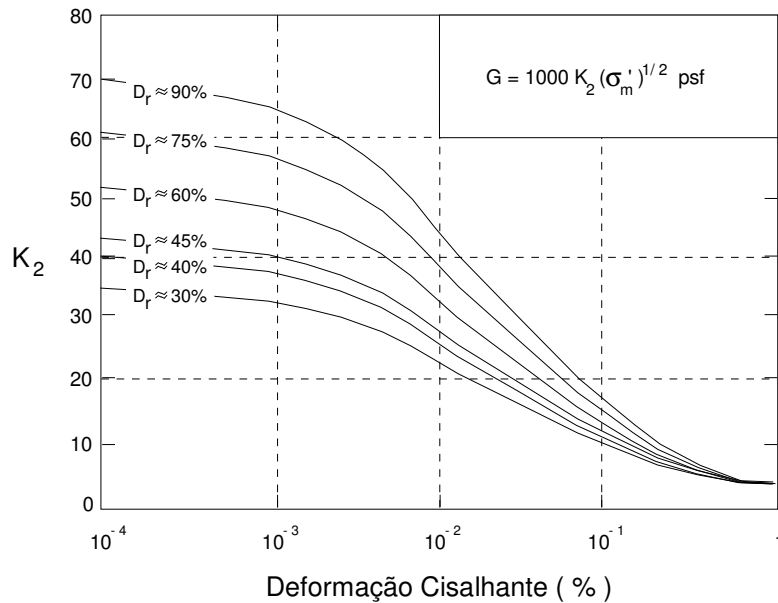


Figura 5.1 – Curvas de variação do módulo de cisalhamento para areias sob diferentes densidades relativas – Seed e Idriss (1970).

A partir da década de 1980, estudos de Dobry e Vucetic (1987), Sun et al. (1988), Vucetic e Dobry (1991), entre outros, concluíram que há uma transição gradual entre o comportamento de materiais granulares e coesivos, sendo que a forma das curvas de redução de módulo de cisalhamento é mais afetada pelo índice de plasticidade do que pelo índice de vazios. Na figura 5.2 a curva para $IP = 0$ é muito semelhante à curva média para areias de Seed e Idriss (figura A.2). Para pedregulhos, apesar da dificuldade experimental da execução de ensaios em laboratório, algumas evidências indicam que a curva média de degradação de G tem forma similar, porém mais achatada, do que a curva média das areias (Seed et al., 1986).

As características de plasticidade também influenciam a razão de amortecimento do solo, como também constatado Kokushu et al. (1982), Dobry e Vucetic (1987), Sun et al. (1988), Vucetic e Dobry (1991), entre outros. A figura 5.3 mostra que a razão de amortecimento para solos coesivos altamente plásticos é menor do que para solos granulares, sendo a curva correspondente a $IP = 0$ bastante próxima da curva média para areias proposta por Seed e Idriss (1970) - figura A.2. De acordo com Seed et al. (1984) o amortecimento em pedregulhos é muito similar aos das areias.

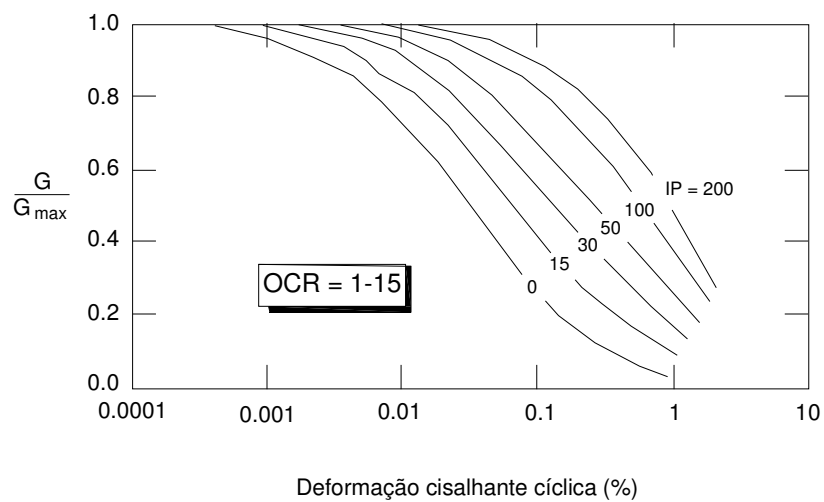


Figura 5.2 – Curvas de variação do módulo de cisalhamento para diferentes índices de plasticidade – Vucetic e Dobry (1991)

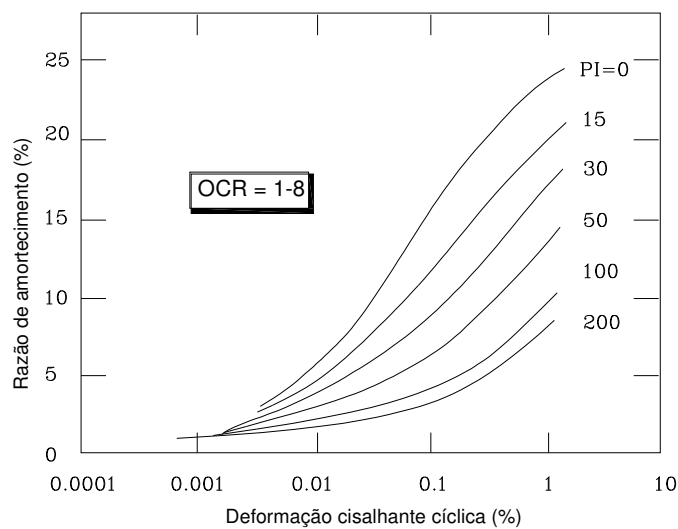


Figura 5.3 – Curvas de variação da razão de amortecimento para diferentes índices de plasticidade – Vucetic e Dobry (1991)

5.3.2. Modelo não-linear simplificado

Dakoulas e Gazeta (1985) propuseram um método não-linear, porém essencialmente elástico, que evita duas das limitações do método linear

equivalente: a definição arbitrária da amplitude da deformação cisalhante média ou equivalente e o efeito de "ressonâncias espúrias". A hipótese básica do método é atualizar a razão de amortecimento e módulo de cisalhamento do solo em vários intervalos de tempo, de acordo com a deformação cisalhante efetiva calculada pela equação (5.10). Em outras palavras, a atualização dos parâmetros do solo é feita em vários instantes de tempo, em contraste com a única atualização do método linear equivalente realizada com as deformações cisalhantes calculadas com base apenas nos resultados da iteração anterior.

$$\gamma_e = \sqrt{2}\gamma_{rms}(t) \quad (5.10)$$

onde $\gamma_{rms}(t)$ é a raiz quadrada da média dos quadrados das deformações cisalhantes no tempo t .

A análise numérica é executada em duas fases consecutivas. Na primeira, a história das deformações cisalhantes $\gamma_{rms}(t)$ é determinada; na segunda, a resposta do solo é computada através de uma sequência de análises lineares utilizando a deformação cisalhante efetiva (equação 5.10) para atualização do módulo de cisalhamento e da razão de amortecimento.

5.3.3. Modelos cíclicos

O comportamento não-linear do solo é representado por um modelo cíclico que segue a trajetória tensão – deformação durante a aplicação do ciclo de carregamento. Vários modelos cíclicos foram propostos na literatura (Iwan, 1987; Finn et al., 1977; Vucetic, 1990; Pyke (1990), dentre outros) baseados na existência de uma curva tensão x deformação geral (*backbone curve*) e uma série de regras que governam o comportamento de carregamento – descarregamento, a variação da rigidez do solo, o desenvolvimento de poropressões sob condições não-drenadas, etc. Vários modelos seguem as regras estendidas de Masing (Kramer, 1996) que estabelecem a forma do ciclo para representação das situações de carregamento inicial, descarregamento e recarregamento.

Os modelos cíclicos tem vantagens na medida que conseguem representar deformações permanentes e a variação da rigidez do solo também em função da

história de tensões e não somente da amplitude das deformações cisalhantes como no modelo linear equivalente. Entretanto, sua aplicabilidade está ainda restrita a determinadas trajetórias de tensão.

5.3.4. Modelos elasto-plásticos

Modelos constitutivos elasto-plásticos avançados são os mais precisos e gerais para representação do comportamento do solo, permitindo análises com uma grande variedade de história de tensões, comportamento drenado e não-drenado, carregamento cíclico, etc., mas a avaliação experimental dos parâmetros necessários à completa descrição do modelo pode ser difícil de ser feita em ensaios de laboratório. Apesar desta dificuldade de ordem prática, o uso de modelos constitutivos elasto-plásticos avançados tende a aumentar, assim como já vem ocorrendo nas aplicações geotécnicas envolvendo apenas carregamentos estáticos.

5.4. Programa computacional de elementos finitos

Nesta dissertação foi utilizado o programa computacional Quake/W, módulo do pacote de elementos finitos GeoStudio 2004, que possui as seguintes características principais para análise da resposta dinâmica de obras e estruturas de terra:

- i) **Modelo Linear Equivalente** – a variação do módulo de cisalhamento G definido pela expressão proposta por Ishibushi e Zhang (1993), ou outra função fornecida pelo usuário,

$$\begin{aligned}
\frac{G}{G_{\max}} &= K(\gamma, IP) (\sigma'_m)^{m(\gamma, IP) - m_0} \\
K(\gamma, IP) &= 0,5 \left\{ 1 + \tanh \left[\ln \left(\frac{0,000102 + n(IP)}{\gamma} \right)^{0,492} \right] \right\} \\
m(\gamma, IP) - m_0 &= 0,272 \left\{ 1 - \tanh \left[\ln \left(\frac{0,000556}{\gamma} \right)^{0,4} \right] \right\} e^{-0,145 IP^{1,3}} \\
n(IP) &= \begin{cases} 0,0 & IP = 0 \\ 3,37 \times 10^{-6} IP^{1,404} & 0 < IP \leq 15 \\ 7,0 \times 10^{-7} IP^{1,976} & 15 < IP \leq 70 \\ 2,7 \times 10^{-5} IP^{1,115} & IP > 70 \end{cases}
\end{aligned} \quad (5.11)$$

A função que controla a variação da razão de amortecimento, dependente do índice de plasticidade IP, da redução do módulo de cisalhamento $G/G_{\max}$ e indiretamente da tensão normal octaédrica σ'_m , também foi apresentada por Ishibushi e Zhang (1993),

$$\zeta = 0,333 \frac{1 + e^{-0,0145 IP^{1,3}}}{2} \left[0,586 \left(\frac{G}{G_{\max}} \right)^2 - 1,547 \frac{G}{G_{\max}} + 1 \right] \quad (5.12)$$

Em ambas as equações (5.11 e 5.12) tensão efetiva média σ'_m é expressa em kPa.

A variação do módulo de cisalhamento e da razão de amortecimento com as deformações cisalhantes não é, entretanto, um processo local a nível de elemento, como sugerido por Idriss (1973). As deformações cisalhantes em cada ponto de Gauss são calculadas em todos os instantes de tempo em que se subdivide a duração total do terremoto e as normas destes vetores são computadas. A maior destas normas γ é utilizada para atualização dos parâmetros do modelo linear equivalente através das equações 5.11 e 5.12.

O valor da razão de amortecimento pode ser informado como constante, caso no qual o programa utiliza a formulação de Rayleigh (equação 5.6) para construção da matriz de amortecimento.

- ii) **Fator de Segurança** – o cálculo do fator de segurança em todos os instantes de tempo é feito pelo método de equilíbrio limite aperfeiçoado, que

aplica na superfície potencial de ruptura determinada por método de equilíbrio limite (método de Bishop Simplificado, por exemplo) os valores de tensão cisalhante e de resistência calculados com base no método dos elementos finitos.

As figuras 5.4 e 5.5 ilustram o método de maneira sucinta. Na superfície potencial de ruptura AB da figura 5.4, a variação da resistência ao cisalhamento (s) é representada pela curva superior na figura 5.5, enquanto que a distribuição das tensões cisalhantes mobilizadas (τ) é representada pela curva inferior. Ambas as distribuições ao longo da superfície AB foram calculadas com base nos resultados de análise por elementos finitos.

O fator de segurança FS do talude é definido pela equação 5.13 que, geometricamente, representa a relação entre as áreas compreendidas entre as distribuições da resistência ao cisalhamento s e da tensão cisalhante mobilizada τ mostradas na figura 5.5.

$$FS = \frac{\int_A^B s \, dl}{\int_A^B \tau \, dl} \approx \frac{\sum_{i=1}^n [s_i \Delta l_i]}{\sum_{i=1}^n [\tau_i \Delta l_i]} = \frac{\sum_{i=1}^n [(c_i + \sigma_i \tan \phi_i) \Delta l_i]}{\sum_{i=1}^n [\tau_i \Delta l_i]} \quad (5.13)$$

onde

$$\tau_i = \frac{(\sigma_{yi} - \sigma_{xi})}{2} \sin 2\alpha_i + \tau_{xyi} \cos 2\alpha_i \quad (5.14)$$

$$\sigma_i = \sigma_{xi} \sin^2 \alpha_i + \sigma_{yi} \cos^2 \alpha_i - \tau_{xyi} \sin 2\alpha_i \quad (5.15)$$

implicando que as componentes de tensão σ_y , σ_x e τ_{xy} calculadas nos pontos de Gauss dos elementos finitos devam ser convenientemente interpoladas para a superfície potencial de ruptura AB e, em seguida, transformadas nas componentes σ_i e τ_i atuantes no plano tangente à superfície com inclinação α_i (figura 5.4).



Figura 5.4: Tensões atuantes na superfície potencial de ruptura

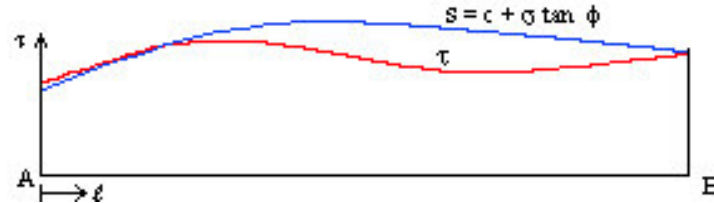


Figura 5.5: Distribuição de tensões cisalhantes (τ e s) ao longo da superfície potencial de ruptura (A $\rightarrow$ B)

A resistência ao cisalhamento ao longo da superfície potencial de ruptura (numerador da equação 5.13) é calculada uma única vez com os valores das tensões estáticas atuantes antes da excitação sísmica, o que implicitamente corresponde a assumir-se que durante o terremoto o comportamento do solo é não-drenado.

iii) **Deslocamentos permanentes** – de acordo com o manual do módulo Quake/W do programa computacional GeoStudio 2004, a aceleração média na massa de solo instável é determinada integrando-se as tensões cisalhantes dinâmicas ao longo da superfície de deslizamento e dividindo o valor da força de inércia assim calculada pelo valor da massa de solo instável. A aceleração média correspondente ao fator de segurança $FS = 1$ define então a aceleração de escoamento a_y . A aplicação da dupla integração pelo método de Newmark (1965) corresponde então a acelerações orientadas na direção do movimento da massa e não em relação a acelerações horizontais (EHA) como em várias aplicações da literatura (Chopra, 1966; Makdisi e Seed, 1978). De acordo com Sarma (1975) e Kramer e Lindwal (2004) o fator de segurança pseudo-estático e os deslocamentos permanentes do talude não são sensíveis à direção da força de inércia.