



Carla Jardim Dias

**Um modelo estocástico para o fluxo de caixa
de um plano de previdência de um indivíduo**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Matemática do Departamento de Matemática da PUC-Rio

Orientador : Prof. Hélio Côrtes Vieira Lopes
Co-Orientador: Prof. Luciano Vereda Oliveira

Rio de Janeiro
Dezembro de 2006



Carla Jardim Dias

**Um modelo estocástico para o fluxo de caixa
de um plano de previdência de um indivíduo**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Matemática do Departamento de Matemática do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Hélio Côrtes Vieira Lopes

Orientador

Departamento de Matemática — PUC-Rio

Prof. Luciano Vereda Oliveira

Co-Orientador

IAPUC — PUC-Rio

Prof. Thomas Lewiner

Departamento de Matemática — PUC-Rio

Prof. Dirce Uesu Pesco

Bolsista CNPq — PUC-Rio

Prof. Marcos Craizer

Departamento de Matemática — PUC-Rio

Prof. José Eugênio Leal

Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico — PUC-Rio

Rio de Janeiro, 11 de Dezembro de 2006

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Carla Jardim Dias

Graduou-se em Bacharelado em Matemática na UERJ(Universidade Estadual do Rio de Janeiro) em 2004.

Ficha Catalográfica

Dias, Carla Jardim

Um modelo estocástico para o fluxo de caixa de um plano de previdência de um indivíduo / Carla Jardim Dias; orientador: Hélio Côrtes Vieira Lopes; co-orientador: Luciano Vereda Oliveira. — Rio de Janeiro : PUC-Rio, Departamento de Matemática, 2006.

v., 58 f: il. ; 29,7 cm

1. Dissertação (mestrado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Matemática.

Inclui referências bibliográficas.

1. Matemática – Tese. 2. Simulação Estocástica. 3. Atuária. 4. Matemática Financeira. I. Lopes, Hélio Côrtes Vieira. II. Oliveira, Luciano Vereda. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Matemática. IV. Título.

CDD: 510

Agradecimentos

À Jesus, meu único Senhor e Salvador.

Aos professores Luciano Vereda e Hélio Lopes pela orientação, seriedade, dedicação, compreensão e paciência.

Ao meu esposo Ricardo por todo amor e paciência.

Aos meus pais Dias e Nilce e ao meu irmão Anderson pelo apoio, amor e paciência, principalmente durante meus estudos.

À Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio) pelo acolhimento.

Ao IAPUC pelo apoio e ao Icatu-Hartford pela bolsa de Mestrado.

À FINEP pelo financiamento do projeto que proporcionou a criação do laboratório utilizado no desenvolvimento desse trabalho.

Aos professores do Departamento de Matemática da PUC-Rio pelo apoio.

Ao professor Pe. Paul pelo apoio e compreensão no início do Mestrado.

Aos amigos da Puc pela ajuda, incentivo e companheirismo nesta jornada.

Às secretárias e aos auxiliares administrativos do Departamento de Matemática da PUC-Rio pelo apoio de sempre.

Resumo

Dias, Carla Jardim ; Lopes, Hélio Côrtes Vieira; Oliveira, Luciano Vereda. **Um modelo estocástico para o fluxo de caixa de um plano de previdência de um indivíduo.** Rio de Janeiro, 2006. 58p. Dissertação de Mestrado — Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

O principal objetivo dessa dissertação é elaborar um modelo estocástico e implementar um simulador para a fluxo de caixa de ativos e passivos para uma simplificação de um plano de previdência privada de um único indivíduo.

Palavras-chave

Simulação Estocástica. Atuária. Matemática Financeira.

Abstract

Dias, Carla Jardim ; Lopes, Hélio Côrtes Vieira; Oliveira, Luciano Vereda. **A stochastic model for the cash flow of a retirement plan of a person**. Rio de Janeiro, 2006. 58p. MsC Thesis — Department of Mathematics, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

The main objective of this work is to propose a stochastic model and to implement a simulator for the cash flow considering the assets and liabilities of a single person retirement plan.

Keywords

Stochastic Simulation. Actuary. Finance Mathematics.

Sumário

1	Introdução	10
1.1	Motivação	10
1.2	Objetivos	12
1.3	Estrutura do trabalho	13
2	Simulação estocástica	14
2.1	Geração de números pseudo-aleatórios	14
2.2	Geração de variáveis aleatórias	16
2.3	Geração de vetores aleatórios normais multivariados	20
3	Matemática financeira e atuarial	22
3.1	Conceitos básicos da matemática financeira	22
3.2	Conceitos básicos da matemática atuarial	28
4	O modelo econométrico	38
4.1	Análise de séries temporais	38
4.2	As variáveis financeiras	40
4.3	A estimativa do modelo VAR das variáveis financeiras	41
5	Um simulador estocástico para o fluxo de caixa	44
5.1	Hipóteses sobre o plano de previdência	44
5.2	O simulador estocástico	44
5.3	Resultados da simulação	48
6	Conclusões e trabalhos futuros	54
	Referências Bibliográficas	55
7	Apêndice - Dados das séries financeiras	56

Lista de figuras

5.1	Um cenário para a série CDI.	49
5.2	Um cenário para a série IBOVESPA.	49
5.3	Um cenário para a série IGPM.	50
5.4	Um cenário para a série SWAP.	50
5.5	Média do montante final para cada idade i .	51
5.6	Benefício inicial médio para cada idade.	52
5.7	Saldo final médio para cada idade.	52
5.8	Pagamento total médio para cada idade.	53

Lista de tabelas

3.1	Tábua de mortalidade AT-2000: idades entre 0 e 38 anos.	35
3.2	Tábua de mortalidade AT-2000: idades entre 39 e 78 anos.	36
3.3	Tábua de mortalidade AT-2000: idades entre 79 e 115 anos.	37
4.1	Estatísticas das séries de dados mensais de janeiro/2000 à dezembro/2005.	41
4.2	Estimação do Vetor Autoregressivo(VAR).	43
7.1	Séries financeiras nos anos de 2000 e 2001.	56
7.2	Séries financeiras nos anos de 2002 e 2003.	57
7.3	Séries financeiras nos anos de 2004 e 2005.	58