

4

Análise numérica

Para a realização da investigação numérica foram consideradas a mesma geometria e as mesmas propriedades dos tubos cilíndricos de látex e de silicone dos ensaios experimentais.

A análise numérica foi realizada por meio do programa de elementos finitos ABAQUS. O método dos elementos finitos é um procedimento numérico útil quando o problema em questão é demasiadamente complexo para ser solucionado através dos métodos analíticos clássicos ou métodos numéricos simplificados.

Na análise numérica foi utilizado um elemento de casca do tipo S4R (quadrilátero com integração reduzida).

Na solução numérica foi utilizado o método de Riks. No algoritmo de Riks modificado, como implementado no ABAQUS, o tamanho do incremento é limitado movendo-se ao longo da linha tangente ao ponto corrente da solução e então procurando pelo equilíbrio no plano que passa através do ponto obtido e que é ortogonal à linha tangente. O método de Riks usa a magnitude da carga como uma variável adicional, isto envolve simultaneamente carga e deslocamentos.

A análise numérica foi utilizada para dois tipos de materiais:

- Neo-Hookeano
- Mooney-Rivlin

Considerando-se o material incompressível, a função energia de deformação depende apenas do primeiro e do segundo invariantes de deformação, I_1 e I_2 respectivamente. Considerando-se um material Neo-Hookeano ou de Mooney Rivlin, tem-se:

$$\text{Neo-Hookeano} \quad w = C1(I_1 - 3) \quad (4.1)$$

$$\text{Mooney Rivlin} \quad w = C1(I_1 - 3) + C2(I_2 - 3) \quad (4.2)$$

A função energia de deformação para o material Neo-Hookeano depende apenas de uma constante $C1$, e para caracterizar o material Mooney-Rivlin são necessárias duas constantes elásticas, $C1$ e $C2$.

No gráfico da figura 4.1 podemos observar as curvas do ensaio de tração para o material Neo-Hookeano, Mooney-Rivlin e a curva do ensaio experimental utilizando-se tubos cilíndricos de látex.

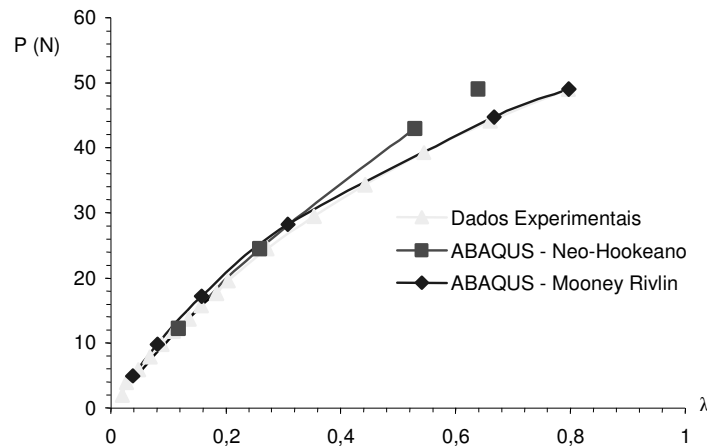


Figura 4.1 – Ensaio de tração para os tubos cilíndricos de látex utilizando-se materiais Neo-Hookeano, Mooney-Rivlin e comparados ao ensaio experimental.

As constantes elásticas utilizadas para a análise dos tubos de látex foram extraídas de Lopes, (2003), apresentadas na tabela 4.1.

Neo-Hookeana	$C1 = 0,201906431$	$C2 = 0$
Mooney-Rivlin	$C1 = 0,1003985$	$C2 = 0,150843$

Tabela 4.1 – Constantes elásticas para o material dos tubos de látex

Na análise numérica o tubo de látex tem a mesma geometria do tubo ensaiado experimentalmente. Primeiramente, aplica-se a pressão que a água exerce sobre as paredes do tubo, posteriormente aplica-se a tração que desejamos estudar, finalmente aplica-se a pressão interna por meio de incrementos crescentes. Neste último passo, a pressão começa a crescer até atingir a pressão crítica. Quando esta é atingida, no passo seguinte a pressão já apresenta um valor menor e o bulbo começa a crescer.

4.1

Análise numérica dos tubos de látex com diâmetro constante

Na análise numérica do tubo de látex foi utilizada uma malha contendo 1198 nós e 1190 elementos do tipo S4R. Para a determinação desta malha foi realizado um estudo de convergência como podemos observar na figura 4.2.

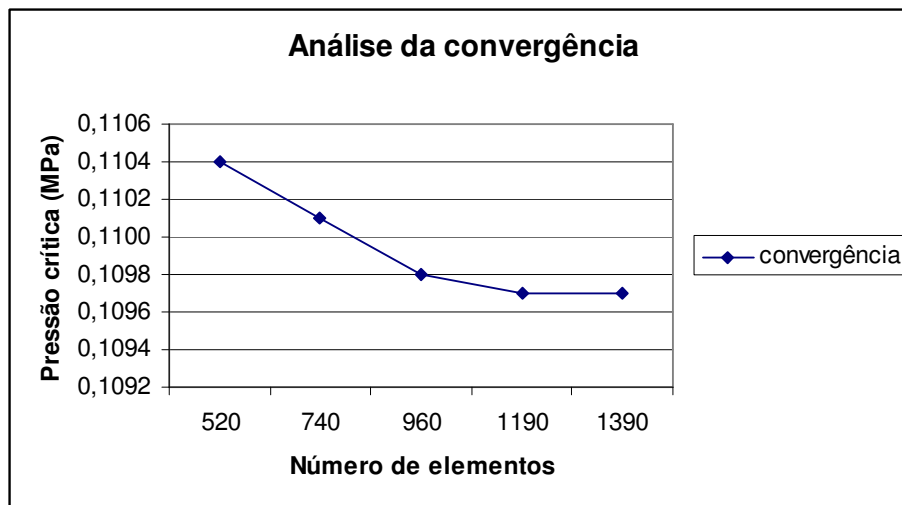


Figura 4.2 – Análise da convergência para o tubo de látex

Geometria do tubo de látex ensaiado:

- diâmetro interno: 12 mm
- diâmetro externo: 16,5 mm
- comprimento inicial entre as braçadeiras: 25 cm

4.1.1. Análise da pressão crítica

Na tabela 4.2 podemos observar o comportamento da pressão crítica (MPa) em função da tração aplicada ao tubo de látex.

Material Ensaiado	$\lambda = 1.0$	$\lambda = 1.1$	$\lambda = 1.2$
Neo-Hookeano	0,1097	0,1049	0,0984
Mooney-Rivlin	0,0873	0,0824	0,0794

Tabela 4.2 – Pressão crítica (MPa) para materiais Neo-Hookeano e Mooney-Rivlin, com diferentes trações, $\lambda = 1,0$; $1,1$ e $1,2$.

Gráfico comparativo:

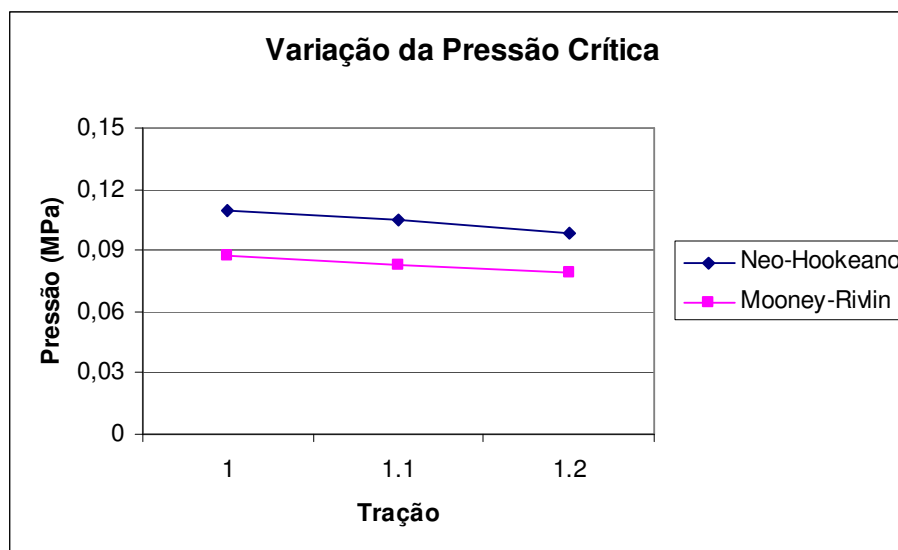


Figura 4.3 – Pressão crítica (MPa) para materiais Neo-Hookeano e Mooney-Rivlin, com diferentes trações, $\lambda = 1,0$; $1,1$ e $1,2$.

Pela análise do gráfico anterior podemos observar o decréscimo do valor da pressão crítica em função do aumento da tração.

4.1.2. Análise do diâmetro do bulbo

Na tabela 4.3 podemos observar o comportamento do diâmetro máximo do bulbo (cm) quando é atingido um valor de pressão próximo ao valor da pressão

final encontrada na análise experimental, em função da tração aplicada ao tubo de látex.

Material Ensaiado	$\lambda = 1.0$	$\lambda = 1.1$	$\lambda = 1.2$
Neo-Hookeano	7,00	6,50	5,78
Mooney-Rivlin	6,87	6,33	5,51

Tabela 4.3 – Diâmetro máximo do bulbo (cm) para materiais Neo-Hookeano e Mooney-Rivlin, com diferentes trações, $\lambda = 1,0$; 1,1 e 1,2

Gráfico comparativo:

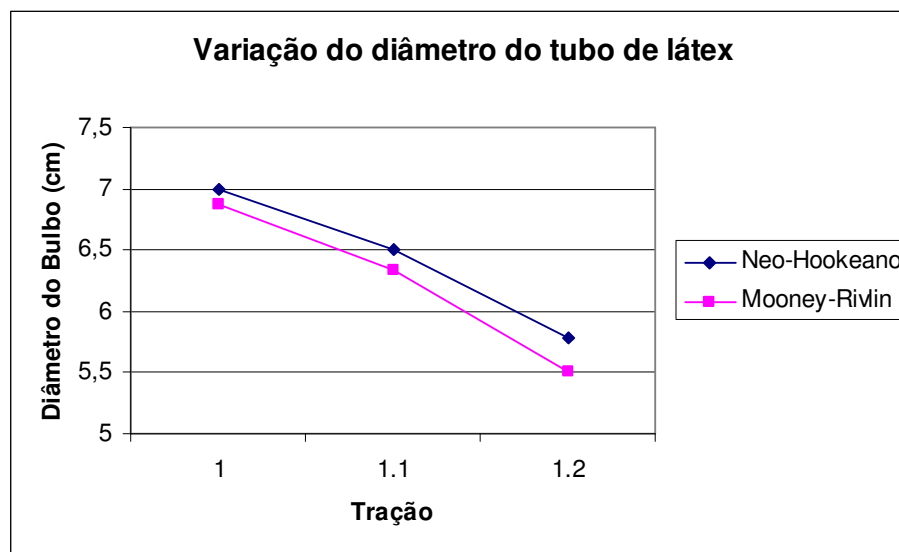


Figura 4.4 – Diâmetro máximo do bulbo (cm) para materiais Neo-Hookeano e Mooney-Rivlin, com diferentes trações, $\lambda = 1,0$; 1,1 e 1,2

Pela análise do gráfico anterior podemos observar o decréscimo do valor do diâmetro do bulbo em função do aumento da tração.

4.1.3.

Análise das tensões máximas na pressão crítica

Na tabela 4.4 podemos observar o comportamento da tensão máxima (MPa) em função da tração aplicada ao tubo de látex no instante em que a pressão crítica é atingida.

Material Ensaiado	$\lambda = 1.0$	$\lambda = 1.1$	$\lambda = 1.2$
Neo-Hookeano	1,018	1,057	1,004
Mooney-Rivlin	0,8951	1,243	1,066

Tabela 4.4 – Tensão máxima do bulbo (MPa) para materiais Neo-Hookeano e Mooney-Rivlin, com diferentes trações, $\lambda = 1,0$; 1,1 e 1,2

Gráfico comparativo:

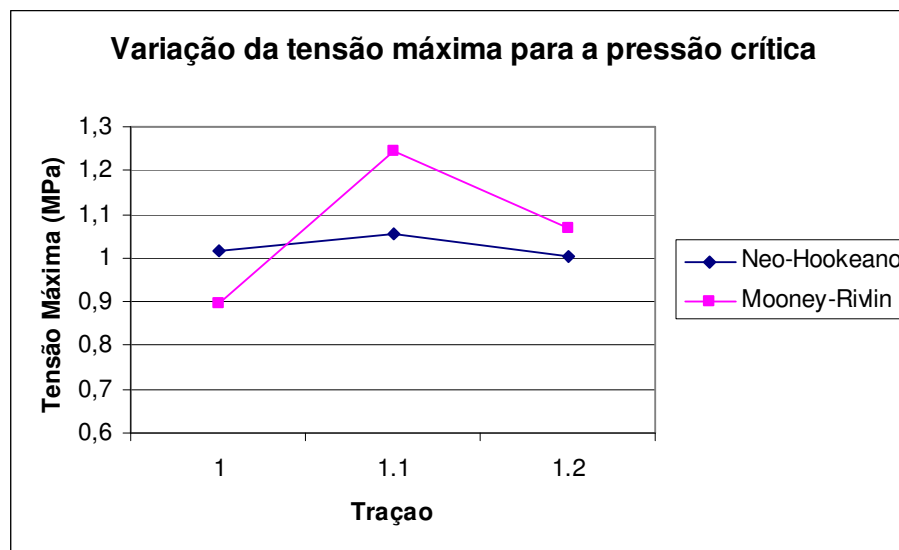


Figura 4.5 – Tensão máxima do bulbo (MPa) para materiais Neo-Hookeano e Mooney-Rivlin, com diferentes trações, $\lambda = 1,0$; 1,1 e 1,2

Pela análise do gráfico anterior podemos observar um leve crescimento da tensão quando a tração aumenta de zero para 10% e um pequeno decréscimo para a tração de 20%.

4.1.4. Análise das tensões máximas na pressão final

Na tabela 4.5 podemos observar o comportamento da tensão máxima (MPa) em função da tração aplicada ao tubo de látex no instante em que a pressão crítica é atingida.

Material Ensaiado	$\lambda = 1.0$	$\lambda = 1.1$	$\lambda = 1.2$
Neo-Hookeano	7,682	7,244	6,652
Mooney-Rivlin	7,221	6,914	6,151

Tabela 4.5 – Tensão máxima do bulbo (MPa) para materiais Neo-Hookeano e Mooney-Rivlin, com diferentes trações, $\lambda = 1,0$; 1,1 e 1,2

Gráfico comparativo:

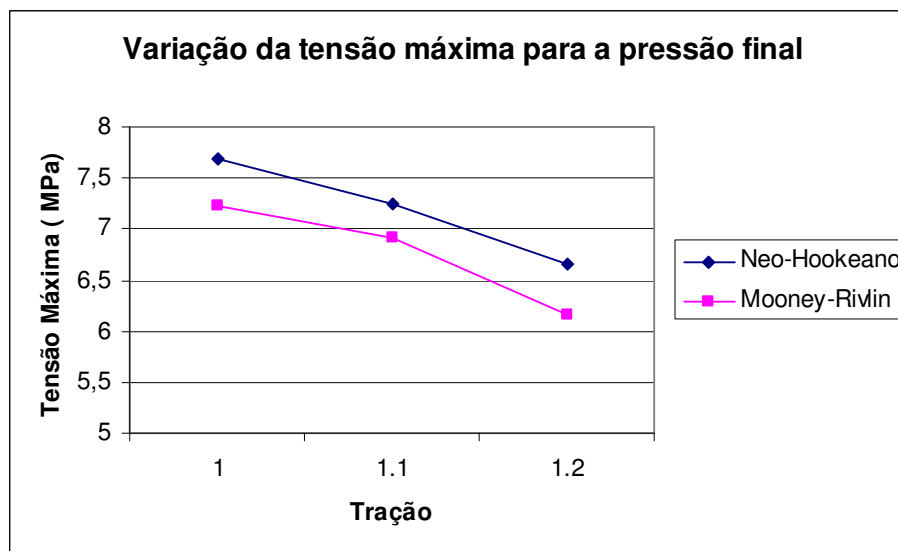


Figura 4.6 – Tensão máxima do bulbo (MPa) para materiais Neo-Hookeano e Mooney-Rivlin, com diferentes trações, $\lambda = 1,0$; 1,1 e 1,2

Pela análise do gráfico anterior podemos observar o decréscimo do valor da tensão máxima para a pressão final em função do aumento da tração.

4.1.5. Configuração inicial e final do tubo de látex estudado

Na figura 4.7 podemos observar a configuração inicial e final da análise numérica do tubo de látex. Com tração de 10%, $\lambda = 1,1$.

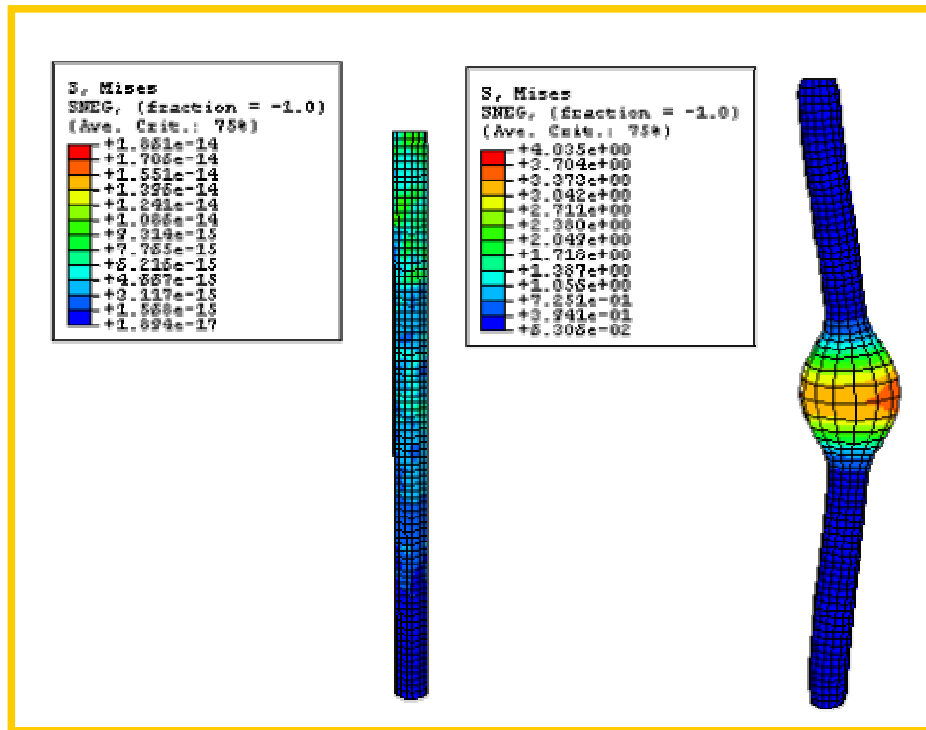


Figura 4.7 – Configuração inicial e final do tubo de látex para uma tração de 10%, $\lambda = 10\%$

4.1.6.

Variação da constante elástica

A Síndrome de Marfan é uma doença que causa a perda da capacidade elástica das artérias. Com o intuito de fazer uma análise da importância da constante elástica na pressão crítica, foi realizada uma investigação numérica diminuindo a constante elástica do material Neo-Hookeano e mantendo-se a mesma geometria do tubo de látex anterior para a investigação da variação da pressão crítica. O tubo ensaiado foi tracionado de 10%, $\lambda = 1,1$.

Realizamos o estudo da síndrome de Marfan apenas para o material Neo-Hookeano pois este necessita de apenas uma constante para caracterizá-lo.

Constante Elástica (MPa)	Pressão Crítica (MPa)
0,21	0,1021
0,2	0,0969
0,19	0,0915
0,18	0,0863
0,17	0,081
0,16	0,0757
0,15	0,0704
0,14	0,0651
0,13	0,0599
0,12	0,0546
0,11	0,0493
0,1	0,044
0,09	0,0387
0,08	0,0335
0,07	0,0282

Tabela 4.6 – Influência da variação da constante elástica no valor da pressão crítica.

Gráfico comparativo:

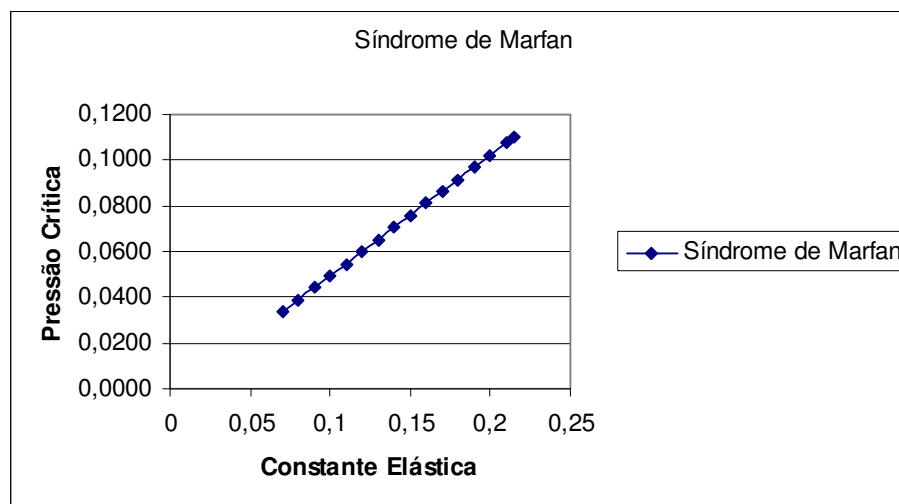


Figura 4.8 – Gráfico comparativo da influência da variação da constante elástica no valor da pressão crítica.

Pela análise do gráfico anterior percebemos que a pressão crítica diminuiu de forma praticamente linear quando diminuimos a constante elástica.

4.2

Tubo de látex com diâmetro variável

A aorta tem o raio variável ao longo de seu comprimento. Nesta primeira investigação mantivemos o diâmetro inferior com o mesmo valor do ensaio anterior e aumentamos o diâmetro superior em 10, 15 e 20%.

- diâmetro interno inferior: 12 mm
- diâmetro externo inferior: 16,5 mm
- comprimento inicial entre as braçadeiras: 25 cm

4.2.1.

Análise da pressão crítica

Na tabela abaixo podemos observar a variação da pressão crítica (MPa) em função da tração aplicada ao tubo de látex.

Material Ensaiado	$\lambda = 1.0$	$\lambda = 1.1$	$\lambda = 1.2$
Neo-Hookeano	1	1,1	1,2
Aumento do raio superior de 10%	0,0963	0,0962	0,0904
Aumento do raio superior de 15%	0,093	0,0925	0,0865
Aumento do raio superior de 20%	0,0899	0,089	0,0832
Mooney-Rivlin			
Aumento do raio superior de 10%	0,0771	0,0751	0,074
Aumento do raio superior de 15%	0,0743	0,0741	0,0711
Aumento do raio superior de 20%	0,0718	0,0714	0,0684

Tabela 4.7 – Pressão crítica (MPa) para tubo com diâmetro variável em material Neo-Hookeano e Mooney-Rivlin, com diferentes trações, $\lambda = 1,0$; 1,1 e 1,2

Gráfico comparativo:

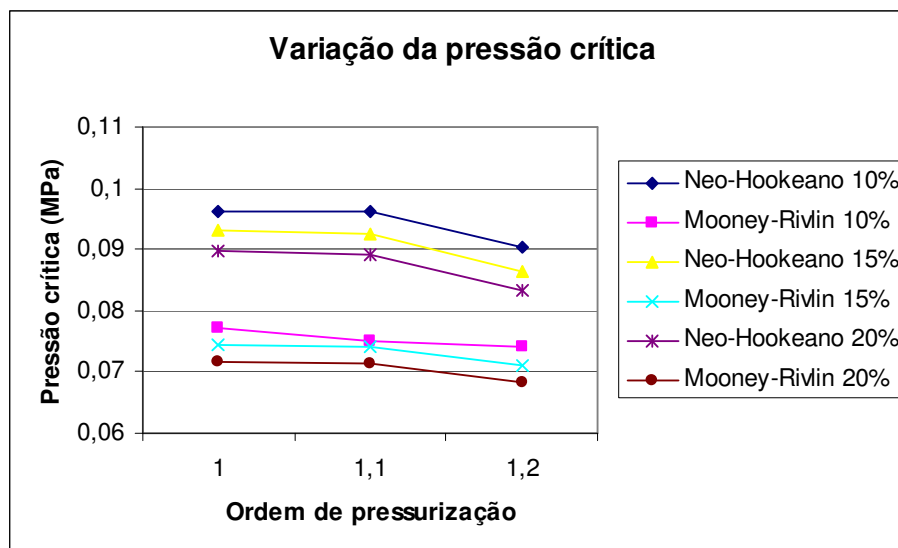


Figura 4.9 – Pressão crítica (MPa) para tubo com diâmetro variável em material Neo-Hookeano, com diferentes trações, $\lambda = 1,0$; 1,1 e 1,2

Analisando a figura 4.9 verificamos que, como já constatado anteriormente, houve diminuição da pressão crítica com o aumento da tração aplicada, e que a variação do diâmetro superior ocasionou um decréscimo na pressão crítica para os dois materiais.

4.2.2.

Análise do diâmetro do bulbo

Na tabela abaixo podemos observar a variação do diâmetro do bulbo (cm) em função da tração aplicada ao tubo de látex.

Material Ensaiado	$\lambda = 1.0$	$\lambda = 1.1$	$\lambda = 1.2$
Neo-Hookeano			
Aumento do raio superior de 10%	8,12	5,85	4,95
Aumento do raio superior de 15%	8,21	5,99	5,04
Aumento do raio superior de 20%	8,25	6,10	5,42
Mooney-Rivlin			
Aumento do raio superior de 10%	8,32	6,89	6,07
Aumento do raio superior de 15%	8,41	6,98	6,14
Aumento do raio superior de 20%	8,55	7,12	6,44

Tabela 4.8 – Diâmetro do bulbo (cm) para tubo com diâmetro variável em material Neo-Hookeano e Mooney-Rivlin, com diferentes trações, $\lambda = 1,0$; 1,1 e 1,2

Gráfico comparativo:

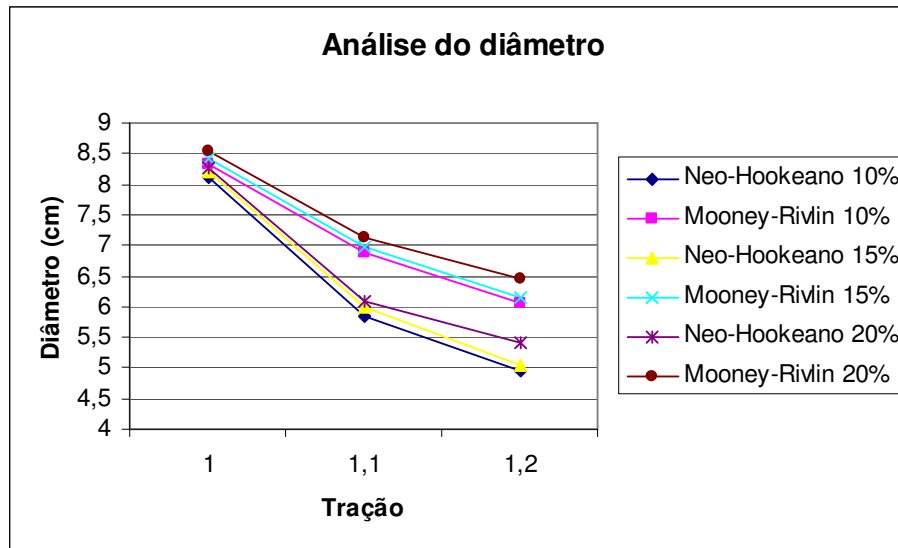


Figura 4.10 – Diâmetro do bulbo (cm) para tubo com diâmetro variável em material Neo-Hookeano e Mooney-Rivlin, com diferentes trações, $\lambda = 1,0$; 1,1 e 1,2

4.2.3.

Análise das tensões máximas na pressão crítica

Na tabela abaixo podemos observar o comportamento da tensão máxima (MPa) em função da tração aplicada ao tubo de látex no instante em que a pressão crítica é atingida.

Material Ensaiado	$\lambda = 1.0$	$\lambda = 1.1$	$\lambda = 1.2$
Neo-Hookeano			
Aumento do raio superior de 10%	0,899	1,014	1,032
Aumento do raio superior de 15%	0,985	1,052	1,094
Aumento do raio superior de 20%	1,044	1,067	1,092
Mooney-Rivlin			
Aumento do raio superior de 10%	1,044	1,062	1,181
Aumento do raio superior de 15%	0,9106	1,056	1,215
Aumento do raio superior de 20%	1,008	1,037	1,176

Tabela 4.9 – Tensão máxima (MPa) para tubo com diâmetro variável em material Neo-Hookeano e Mooney-Rivlin, com diferentes trações, $\lambda = 1,0$; 1,1 e 1,2

Gráfico comparativo:

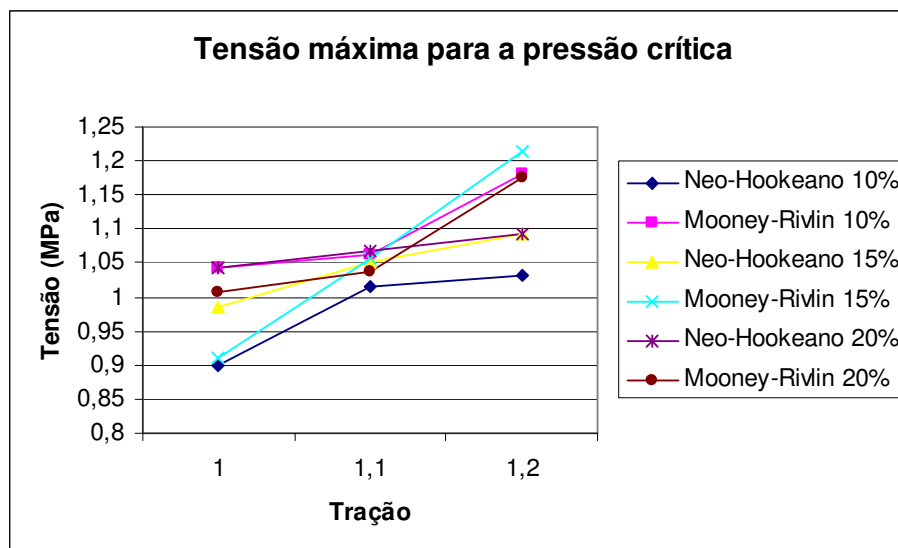


Figura 4.11 – Tensão máxima (MPa) para tubo com diâmetro variável em material Neo-Hookeano, com diferentes trações, $\lambda = 1,0$; 1,1 e 1,2

4.2.4. Análise das tensões máximas na pressão final

Na tabela abaixo podemos observar o comportamento da tensão máxima (MPa) em função da tração aplicada ao tubo de látex no instante em que a pressão final foi atingida.

Material Ensaiado	$\lambda = 1.0$	$\lambda = 1.1$	$\lambda = 1.2$
Neo-Hookeano			
Aumento do raio superior de 10%	3,254	3,338	3,918
Aumento do raio superior de 15%	3,913	4,053	4,446
Aumento do raio superior de 20%	4,421	4,722	5,134
Mooney-Rivlin			
Aumento do raio superior de 10%	4,581	4,465	4,483
Aumento do raio superior de 15%	5,583	5,051	6,018
Aumento do raio superior de 20%	5,386	5,45	7,152

Tabela 4.10 – Tensão máxima (MPa) para tubo com diâmetro variável em material Neo-Hookeano e Mooney-Rivlin, com diferentes trações, $\lambda = 1,0$; 1,1 e 1,2

Gráfico comparativo:

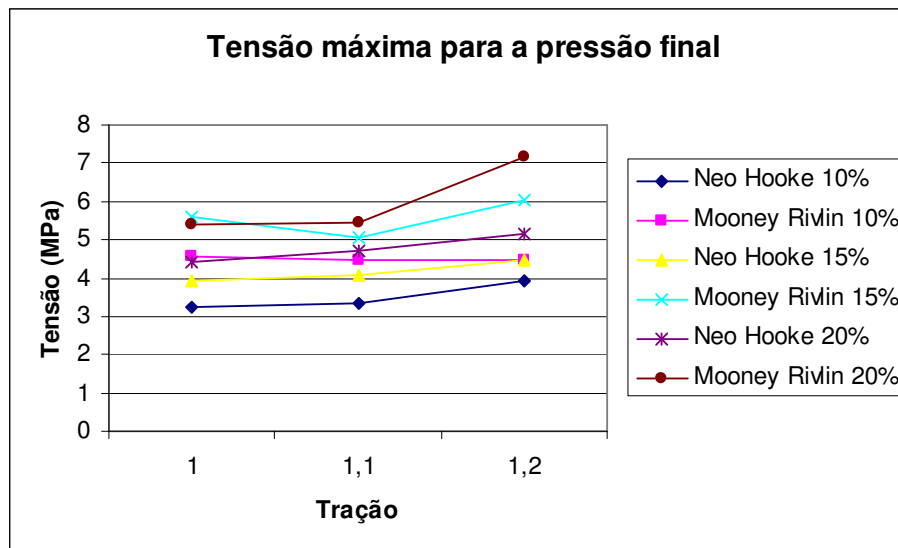


Figura 4.12 – Tensão máxima (MPa) para tubo com diâmetro variável em material Neo-Hookeano, com diferentes trações, $\lambda = 1,0$; 1,1 e 1,2

4.2.5.

Configuração inicial e final do tubo de látex estudado

Na figura 4.13 podemos observar as configurações inicial e final da análise numérica do tubo de látex. A análise corresponde a uma tração de 10% do tubo cilíndrico e um aumento do diâmetro superior de 15%.

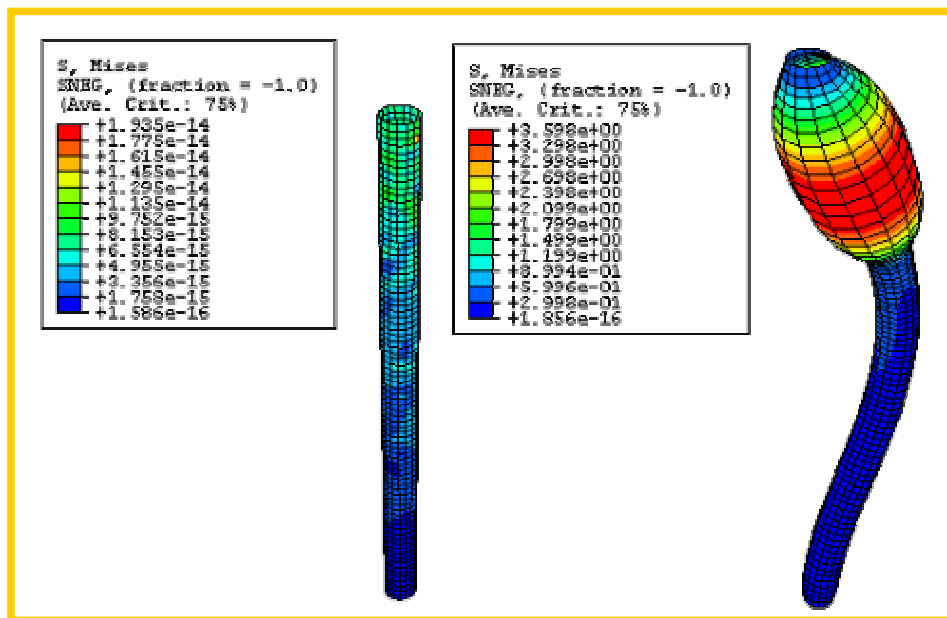


Figura 4.13 – Configuração inicial e final do tubo de látex para um aumento do diâmetro superior de 15% e tração de 10%, $\lambda = 1,1$.

Observamos na figura 4.13 que o bulbo se formou na parte superior do tubo de látex, isto pelo fato do diâmetro superior ser maior que o inferior. Assim, quanto maior o diâmetro menor a pressão necessária à formação do bulbo.

4.2.6. Síndrome de Marfan

Realizamos uma investigação numérica diminuindo a constante elástica do material Neo-Hookeano e mantendo-se a mesma geometria do tubo de látex, que apresenta um aumento de 15% no raio superior para a investigação da variação da pressão crítica.

Constante Elástica (MPa)	Pressão Crítica (MPa)
0,21	0,0911
0,2	0,0867
0,19	0,0822
0,18	0,0777
0,17	0,0732
0,16	0,0687
0,15	0,0642
0,14	0,0597
0,13	0,0555
0,12	0,051
0,11	0,0464
0,1	0,042
0,09	0,0368
0,08	0,0329

Tabela 4.11 – Influência da variação da constante elástica no valor da pressão crítica.

Gráfico comparativo:

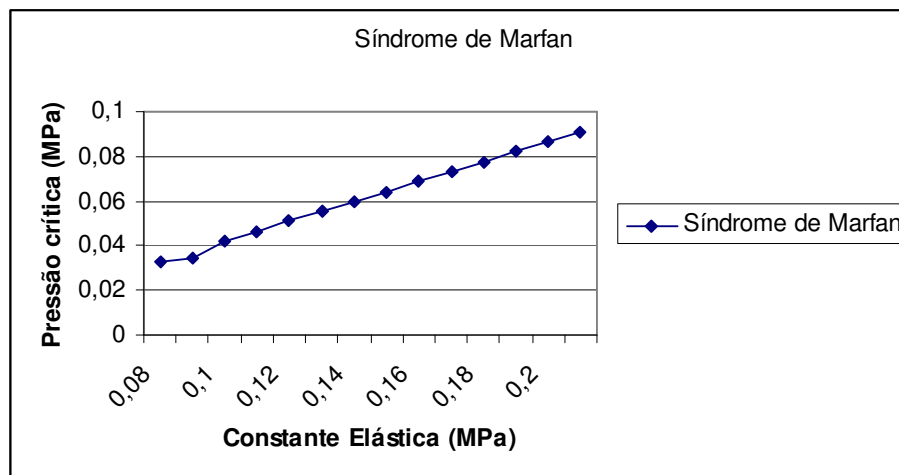


Figura 4.14 – Gráfico comparativo da influência da variação da constante elástica no valor da pressão crítica

Pela análise do gráfico anterior percebemos que a pressão crítica diminui de forma linear quando diminuimos a constante elástica.

4.3

Análise numérica do tubo de silicone com a geometria da aorta

Foi realizada uma análise numérica para o tubo de silicone com a mesma geometria utilizada na análise experimental e com a geometria aproximada da artéria. Na análise numérica do tubo de látex foi utilizada uma malha contendo 1916 nós e 1805 elementos do tipo S4R. Para a determinação desta malha foi realizado um estudo de convergência, como podemos observar na figura 4.15.

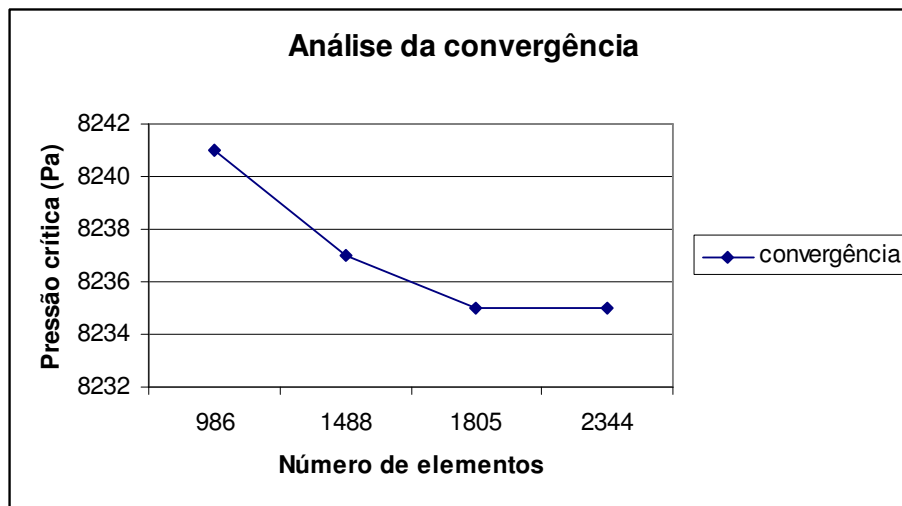


Figura 4.15 – Análise da convergência para o tubo de silicone

Primeiramente, foi aplicada a pressão que a água exerce sobre as paredes do tubo, em seguida a tração que desejamos estudar e finalmente aplicou-se a pressão interna por meio de incrementos crescentes. Neste ultimo passo, a pressão começou a crescer até atingir a pressão crítica, que quando atingida apresentou um valor menor e o bulbo começou a crescer.

Geometria do tubo de silicone:

- diâmetro interno da parte inferior: 2,3 cm
- diâmetro externo da parte inferior: 2,8 cm
- diâmetro interno da parte superior: 2,8 cm
- diâmetro externo da parte superior: 3,8 cm
- comprimento entre as braçadeiras: 40 cm

4.3.1. Ensaio de tração

Para a caracterização das propriedades dos tubos de silicone foram realizados seis ensaios de tração com o objetivo de determinar o comportamento do material utilizado na construção dos modelos ensaiados.

Os corpos de prova ensaiados eram cilíndricos e apresentavam:

- diâmetro interno: 0,5 cm
- diâmetro externo: 0,8 cm
- comprimento variável de 5,5 cm a 8,0 cm

O gráfico da figura 4.16 representa as médias dos ensaios de tração realizados e podemos observar que o material apresentou comportamento linear.

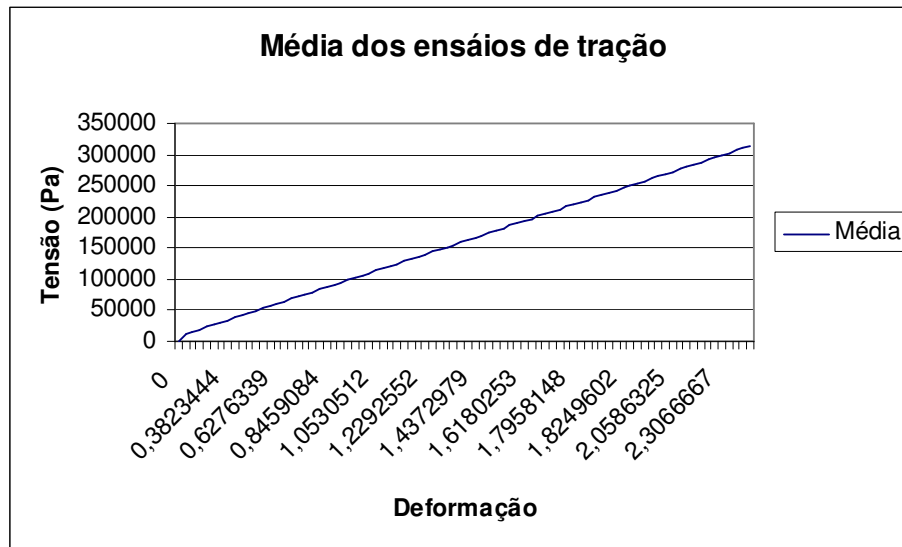


Figura 4.16 – Média dos ensaios de tração dos corpos de prova utilizados para a caracterização do silicone utilizado na confecção dos tubos.

Do gráfico anterior determinamos o módulo de elasticidade como sendo, $E = 134,8294$ KPa e o coeficiente de Poisson $\nu = 0,5$ que é característico de materiais incompressíveis.

4.3.2. Resultados

Tubo 1:

No primeiro ensaio o tubo de silicone foi tracionado de 10%, ($\lambda = 1,1$).

A pressão crítica encontrada para esta análise foi de 7,771 KPa e a tensão máxima foi de 139,54 KPa.

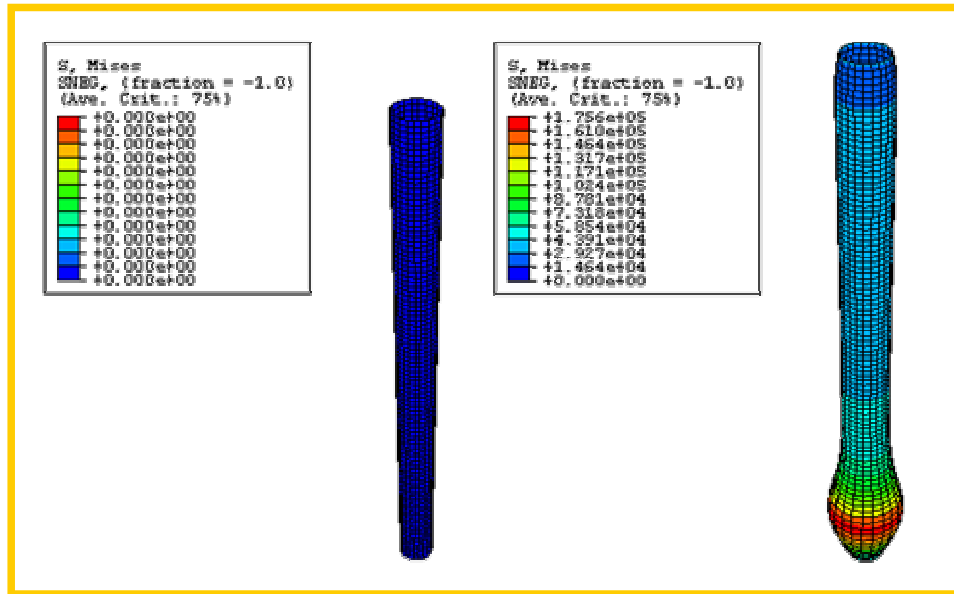


Figura 4.17 – Configuração inicial e final do tubo de silicone para uma tração de 10%, $\lambda = 1,1$.

Tubo 2:

No segundo ensaio o tubo de silicone não foi tracionado, ($\lambda = 1,0$)

A pressão crítica encontrada para esta análise foi de 7,897 KPa e a tensão máxima foi de 98,068 KPa.

4.3.3.

Análise da variação da espessura do tubo de silicone

A primeira análise foi realizada utilizando-se a mesma geometria anterior com a espessura constante de 5 mm ao longo de todo o cilindro e tração de 10%, ($\lambda = 1,1$). A pressão crítica encontrada foi de 10,759 KPa e a tensão máxima foi de 114,61 KPa. O bulbo se formou na parte superior, onde o diâmetro é maior e a pressão necessária para a formação do bulbo é menor.

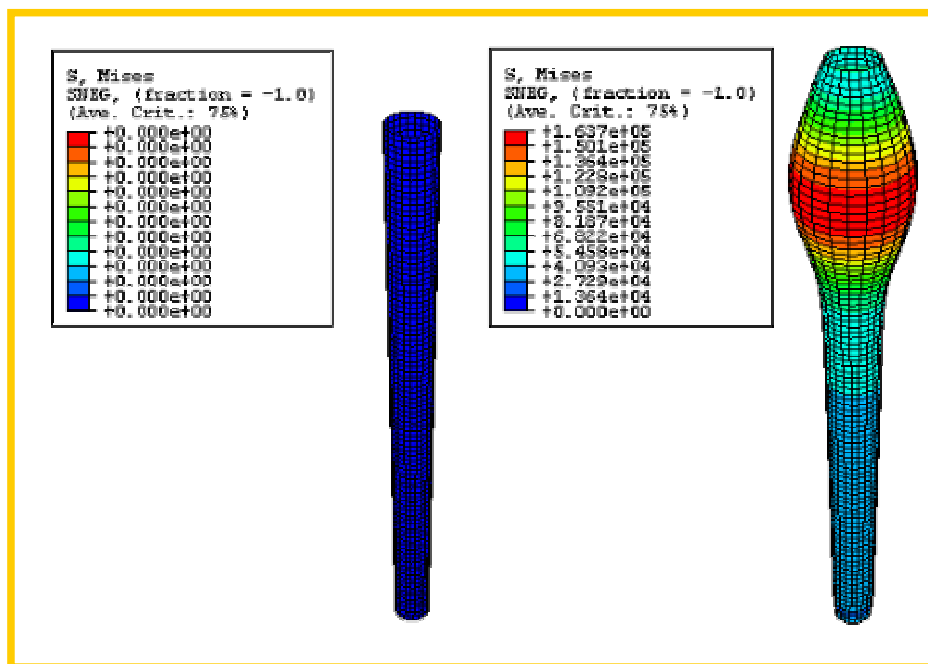


Figura 4.18 – Configuração inicial e final do tubo de silicone com espessura constante de 5 mm e tração de 10%, $\lambda = 1,1$.

A segunda análise foi realizada utilizando-se a mesma geometria anterior com espessura constante de 2,58 mm ao longo de todo o tubo e tração de 10%, ($\lambda = 1,1$). A pressão crítica encontrada foi de 6 KPa e a tensão máxima encontrada foi 84,31 kPa. O bulbo se formou na parte superior.

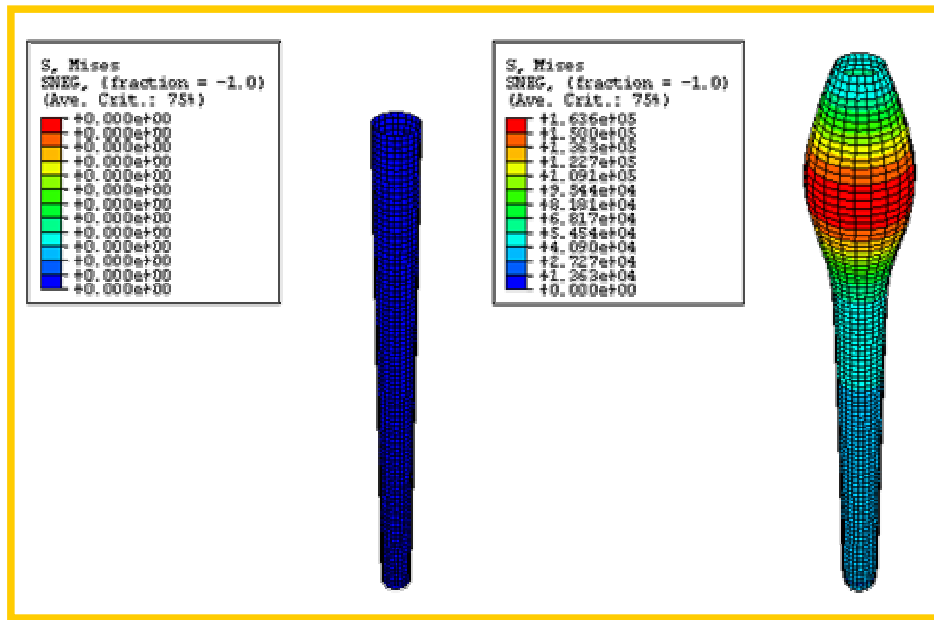


Figura 4.19 – Configuração inicial e final do tubo de silicone com espessura constante de 5 mm e tração de 10%, $\lambda = 1,1$.

A terceira análise foi realizada utilizando-se a mesma geometria anterior, com a relação entre o raio e espessura mantida constante. Manteve-se a espessura superior de 5 mm e mudou-se a espessura inferior para 3,71 mm, mantendo-se uma relação de 30%, idêntica à entre os raios, com tração de 10%, ($\lambda = 1,1$). O bulbo se formou na parte inferior.

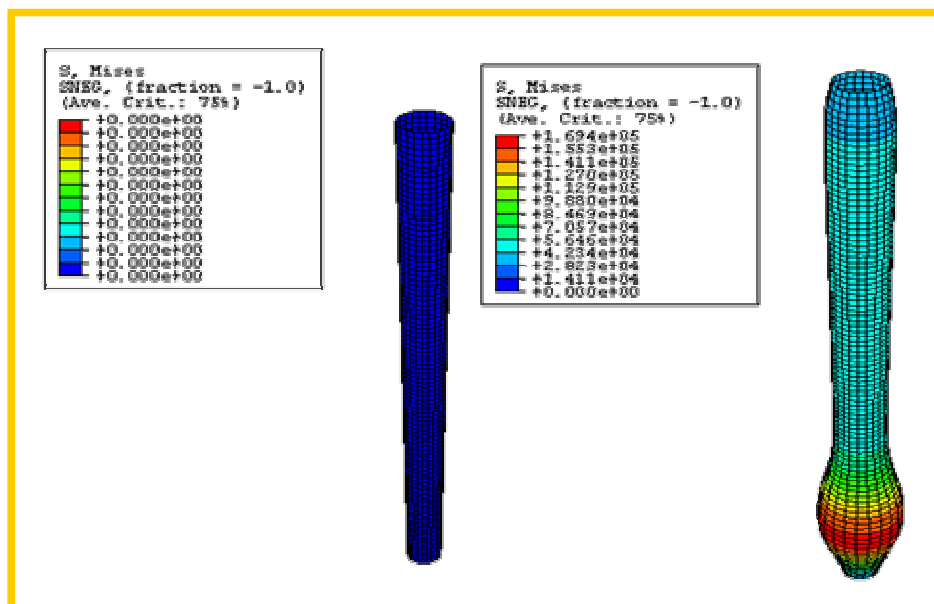


Figura 4.20 – Configuração inicial e final do tubo de silicone com espessura proporcional ao raio e tração de 10%, $\lambda = 1,1$.

4.4. Análise numérica da aorta

Na análise anterior utilizamos a geometria da aorta com o material sendo o silicone. Neste item foi realizada uma investigação numérica para o comportamento da aorta.

Geometria estudada:

- diâmetro da parte superior: 3,0 cm
- diâmetro da parte inferior: 2,3 cm
- espessura da região torácica: 1,8 mm
- espessura da região abdominal: 1,5 mm
- comprimento total da aorta: 40 cm

Considerando o material linearmente elástico, obtivemos para propriedades elásticas da aorta o módulo de elasticidade $E = 1,5 \text{ MPa}$ e coeficiente de Poisson $\nu = 0,49$. Estes valores foram propostos para a veia cava.

A pressão crítica encontrada na artéria sem tração foi de 44,194 KPa e a tensão máxima foi de 1,0658 MPa.

A pressão crítica encontrada na artéria com tração de 10% foi de 44,071 KPa e a tensão máxima foi de 1,0961 MPa.

A pressão crítica encontrada na artéria com tração de 20% foi de 43,854 KPa e a tensão máxima foi de 1,0961 MPa.

Como sabemos que a pressão arterial humana varia de 80 a 120 mmHg, as pressões acima mostraram resultado coerente, como podemos observar na tabela abaixo.

Tração	Pressão crítica (KPa)	Pressão crítica (mmHg)
$\lambda = 1,0$	44,194	325,07
$\lambda = 1,1$	44,071	324,17
$\lambda = 1,2$	43,854	322,57

Tabela 4.12 – Pressão crítica encontrada utilizando-se o módulo de elasticidade da veia cava.

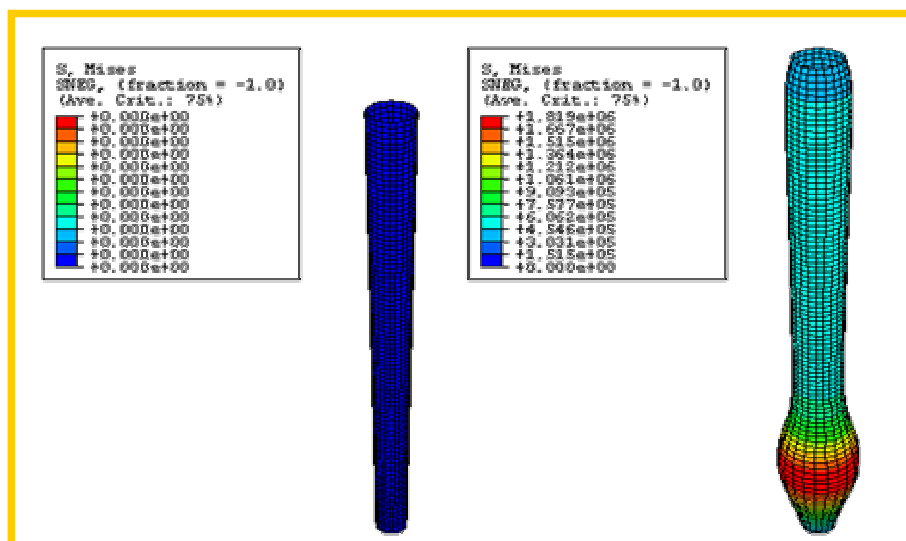


Figura 4.21 – Configuração inicial e final da geometria arterial e módulo de elasticidade da veia cava com tração de 10%, $\lambda = 1,1$.

4.4.1. Síndrome de Marfan

Para a geometria arterial anterior, realizou-se a análise numérica diminuindo o módulo de elasticidade e mantendo-se o coeficiente de Poisson constante, para que fosse estudado o comportamento da pressão crítica quando um paciente é portador da Síndrome de Marfan.

Modulo de Elasticidade (Pa)	Pressão crítica (Pa)
1,5	44,071
1,400000	41,144
1,300000	38,208
1,200000	35,043
1,100000	32,331
1,000000	29,381
0,900000	26,451
0,800000	23,362
0,700000	20,552
0,600000	17,634
0,500000	14,690
0,400000	11,756
0,300000	8,817
0,200000	5,878
0,100000	2,936

Tabela 4.13 – Influência da variação do módulo de elasticidade no valor da pressão crítica.

Gráfico comparativo:

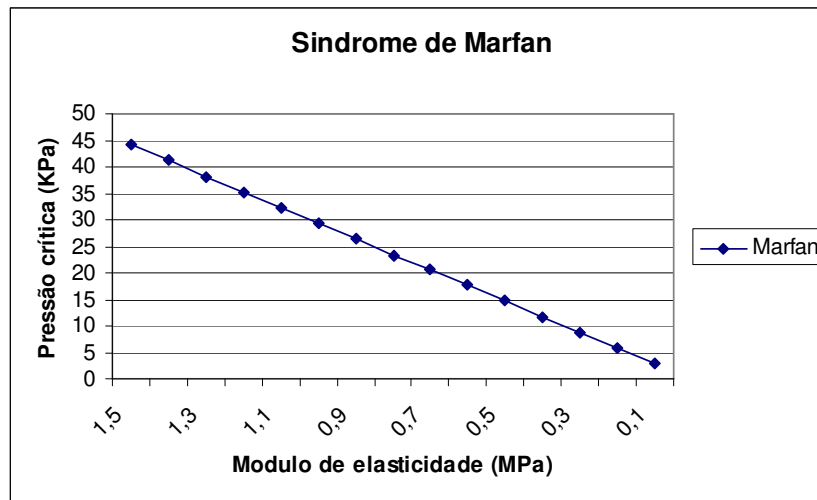


Figura 4.22 – Gráfico comparativo da influência da variação do módulo de elasticidade no valor da pressão crítica

Pela análise do gráfico anterior observamos que a pressão crítica decresce de forma linear com o decréscimo do módulo de elasticidade.

4.5. Equação constitutiva proposta por Delfino

Delfino propôs a seguinte equação constitutiva para a artéria carótida:

$$\psi = \frac{a}{b} \cdot \left\{ e^{\left[\frac{b}{2} (I_1 - 3) \right]} - 1 \right\} \quad (4.3)$$

onde: $a = 22400$ [Pa] e $b = 16,7$ [-]

Foi realizada uma investigação numérica utilizando-se esta equação constitutiva para a geometria da aorta.

Na análise numérica encontramos uma pressão crítica de $3,1216 \cdot 10^{16}$ Pa, que ainda não é a pressão crítica, mas só foi possível realizar a análise até este ponto. Tomando esta pressão como referência, concluímos que a equação constitutiva proposta por Delfino não se aplica a este tipo de análise, pois o corpo humano não seria capaz de chegar a níveis de pressão tão elevados.