

## 2

### Revisão Bibliográfica

A literatura técnica apresenta centenas de artigos sobre análise experimental e modelagem computacional de todos os elementos estruturais de uma via férrea, desde o veículo até a subbase, passando por trilhos, palmilhas, dormentes e lastro. Embora muito esteja sendo feito nos Estados Unidos, Austrália e Japão, são europeus a maioria dos trabalhos de pesquisa divulgados. Países europeus que investem em pesquisa ferroviária são predominantemente Alemanha, Áustria, França, Inglaterra, Itália, Holanda e Suécia, com grande destaque para os dois últimos.

A Holanda se destaca pela Universidade Técnica de Delft, com um grupo liderado há décadas pelo Professor de Engenharia Ferroviária Coenraad Esveld, autor do principal livro da área (Esveld-2001). A Suécia tem a Universidade de Tecnologia Chalmers, em Gotenburgo.

Os estudos de ferrovias disponíveis na literatura técnica dedicam-se quase exclusivamente a trens de passageiro de alta velocidade, com a preocupação de obter resultados e propostas concernentes ao conforto do passageiro e à interferência ambiental dos trens. Estados Unidos e Austrália, países desenvolvidos que mais utilizam trens de carga, disponibilizam muito pouco seus estudos.

No Brasil raramente são encontrados trabalhos nessa área. Isso se deve principalmente ao pouco investimento destinado ao setor ferroviário. Porém já se nota uma tendência ao aumento de investimentos, principalmente vindos da iniciativa privada, que devem motivar futuros trabalhos na área numérica e experimental.

#### 2.1

##### Cenário ferroviário Brasileiro

A malha ferroviária brasileira está implantada com o objetivo de interligar vários estados do País, principalmente regiões próximas aos portos de Parati, Angra dos Reis e porto de Santos.

Comparando as condições atuais da malha ferroviária com o período anterior à desestatização, os índices apontam um crescimento na recuperação da atividade ferroviária no País, com possibilidades de aumento de sua parti-

cipação na matriz de transporte, sobretudo a médio e longo prazo, em função dos investimentos feitos pelas empresas concessionárias.

Desde 1996, quando iniciou o processo de desestatização, a quantidade de carga movimentada nas ferrovias brasileiras segundo (DNIT) aumentou em cerca de 26 %. Os investimentos permitiram um incremento da produção de transportes em 68 % entre 1996 e 2001, (DNIT). As melhorias decorrentes da desestatização têm contribuído para reduzir acidentes nas malhas em funcionamento. No Brasil existem ferrovias com padrões de competitividade internacional, e a qualidade das operações permite, por exemplo, a agilidade desejada para a integração multimodal.

O custo do frete, cobrado pelas operadoras nas ferrovias, é em média 50 % mais barato em relação ao transporte rodoviário (DNIT). Além disso as ferrovias oferecem rapidez e resistência a grandes cargas. A alternativa ferroviária, de fato, é importante para operadores que lidam com matérias-primas como empresas mineradoras e petroquímicas, que além de perigosas são transportadas em grandes volumes. Atualmente o sistema ferroviário brasileiro apresenta um cenário evolutivo favorável. Os constantes e progressivos investimentos nesse setor tendem a elevar o potencial de atração de novos clientes e de ampliação de sua importância nos transportes brasileiros.

## 2.2

### Componentes estruturais de uma via férrea

#### 2.2.1

##### Introdução

Genericamente, uma estrutura ferroviária pode ser subdividida em duas partes principais: superestrutura e subestrutura. A superestrutura é composta por dois trilhos paralelos entre si, sobre uma série de dormentes, conectados por elementos de fixação conhecidos como grampos e por elementos de transição denominados de palmilhas. A subestrutura, em geral, é constituída por camadas de material granular horizontais sucessivas. A primeira camada, na qual os dormentes se apóiam, é denominada de lastro. As camadas subjacentes são respectivamente o sublastro e a subbase.

Dependendo da finalidade à qual foi destinada, algumas ferrovias são constituídas, além dos elementos já citados, por estruturas especiais como pontes, túneis e bueiros.

A durabilidade e a capacidade de transporte de uma via férrea dependem diretamente da resposta dada pela superestrutura e subestrutura quando interagem ao movimento de trens e a efeitos ambientais decorrentes de chuvas,

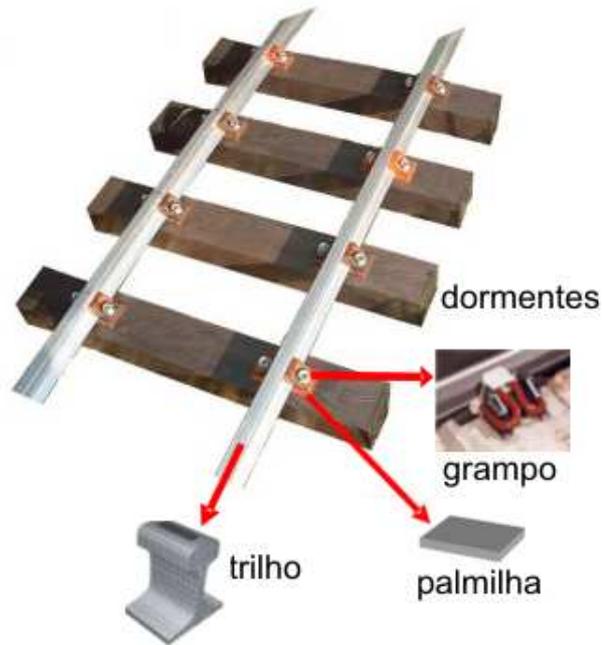


Figura 2.1: Elementos estruturais de uma ferrovia típica

tempestades e variações de temperatura. O adequado dimensionamento das seções transversais de trilhos e dormentes e da profundidade das camadas que constituem a subestrutura é fundamental para reduzir os efeitos de deterioração a níveis admissíveis, prolongando a vida útil da ferrovia. Esta seção tem a finalidade de apresentar esses componentes, que posteriormente serão representados por elementos unidimensionais na modelagem da via férrea.

### 2.2.2 Trilhos

Os trilhos, que formam a superfície rolante sobre a qual deslizam a locomotiva e os vagões, são feitos de aço, ainda e sempre o melhor material para o contato com o aço das rodas, num balanço de facilidade de fabricação, custo, dureza e resistência à abrasão. Esta superfície rolante deveria ser idealmente plana, assim como as rodas deveriam ser idealmente circulares. Porém, defeitos de assentamento dos trilhos e de confecção das rodas, além dos recalques e dos desgastes de utilização decorrentes das ondas de choque, são ao mesmo tempo causa e efeito de impactos progressivos no contato rodas-trilhos, que se propagam para o trem, causando progressivamente desgastes dos veículos e desconforto para os passageiros, de um lado, e distúrbios ambientais - vibração e ruído - por outro lado. Devido à sua produção em escala, os trilhos são padronizados em certos tipos de acordo com sua dimensão e peso específico. A AREA (American Railway Engineering Association) classifica os trilhos de

acordo com esse critério e as seções típicas são conhecidas como seções RE.

### 2.2.3

#### Lastro

O lastro (juntamente com o sublastro) distribui o efeito da passagem do trem para o subsolo, que é o elemento sustentador e dissipador de toda a ação dinâmica. Muitas vezes, como em trens urbanos e em túneis, o lastro consiste numa camada de concreto, sobre a qual se insere e assenta o trilho, de maneira contínua (nestes casos, usam-se também freqüentemente dormentes biblocos de concreto). Neste caso, um material com boas propriedades de amortecimento deve se entrepor entre trilho e lastro. Normalmente, porém, nas grandes extensões de ferrovia no campo e mesmo dentro de cidades, o lastro se constitui, por questão de economia, de uma camada de agregado grosso sobre sublastro de areia e solo tratado, com características específicas de resiliência e amortecimento, para prover uma adequada transferência da ação dinâmica do trem para o solo subjacente, com o mínimo de propagação de vibrações para as adjacências.

### 2.2.4

#### Grampos e fixadores

São os elementos responsáveis pela fixação do trilho nos dormentes. São em geral peças metálicas de variados tipos, que garantem a indeslocabilidade dos trilhos ao longo da ferrovia. Alguns tipos de grampos e demais elementos de fixação são mostrados nas figuras (2.2)e (2.3).

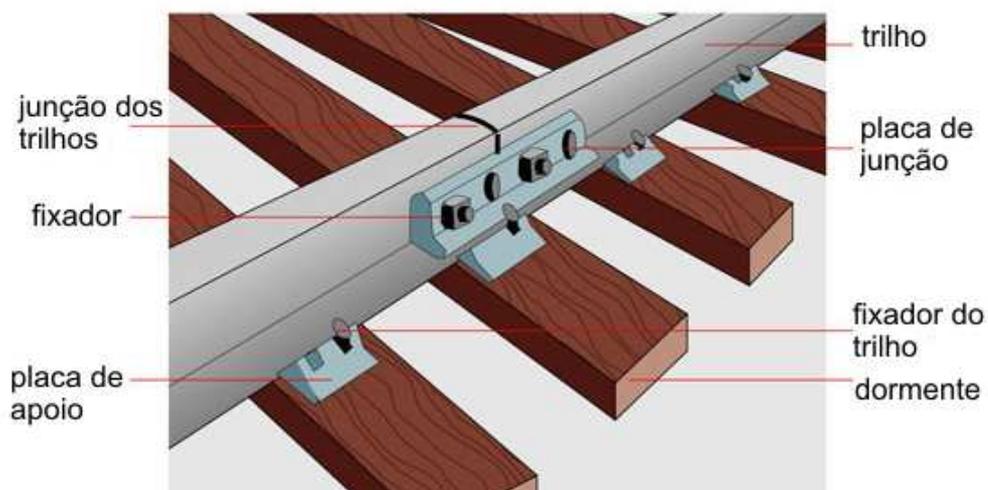
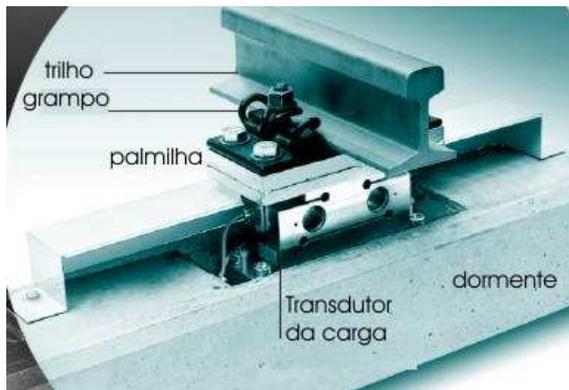
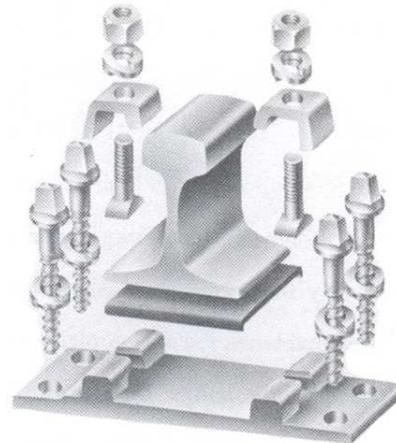


Figura 2.2: Elementos de fixação longitudinal do trilho (Railway-2004)



2.3(a): Sistema de fixação e transferência multi-rail



2.3(b): Sistema de fixação K-fastener

Figura 2.3: Alguns sistemas de fixação e transferência de cargas em ferrovias.  
Fonte: (Railway-2004) p.63,70

### 2.2.5 Palmilhas

O elemento de transição entre a base do trilho e a parte superior do dormente é denominado de palmilha. Esse elemento consiste em uma placa elástica cuja função principal é reduzir a pressão transmitida pelo trilho nos dormentes, além de diminuir o desgaste que é provocado pelo contato entre o trilho e o dormente, já que o contato direto dessas superfícies pode ocasionar o aparecimento de uma zona preferencial de deterioração.

### 2.2.6 Dormentes

Os dormentes transferem as ações dinâmicas dos trilhos para o lastro de brita. Peças dispostas espaçadamente no leito da ferrovia, no sentido transversal aos trilhos, devem ser idealmente leves, resistentes ao tempo, flexíveis e com boas propriedades de amortecimento. Um bom amortecimento (capacidade de dissipação de vibrações) se consegue com muita massa e pouca rigidez (baixo módulo de elasticidade). Dormentes com muita massa, porém, são mais um fator de solicitação e degradação do lastro. O dormente pode assumir formas variadas, figura (2.4), mas geralmente consiste em uma viga de seção retangular com algumas variações ao longo do comprimento, em madeira, concreto, aço e materiais alternativos, como polímeros.

#### **Dormentes de madeira**

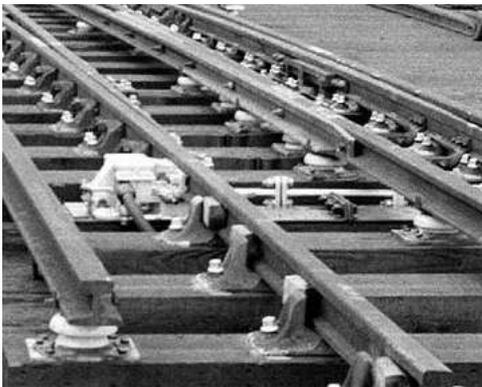
O material que melhor concilia as propriedades ideais de um dormente é a madeira. Por ser (ou ter sido) de grande disponibilidade na natureza, deu



2.4(a): Ferrovia com dormentes rígidos, Zuid-Holanda



2.4(b): Ferrovia com dormentes de concreto, Alemanha



2.4(c): Ferrovia de bitola variável com dormentes de madeira



2.4(d): Ferrovia com dormentes na forma de blocos de concreto sobre um lastro granular

Figura 2.4: Alguns tipos de dormentes em ferrovias (Rail-One) e (Railway-2004)

origem ao primeiro dormente e tem sido o tipo de dormente mais usado em todo o mundo. Seu uso atualmente tem diminuído, por maior dificuldade de obtenção e pela consciência que se tem do seu potencial poluidor da natureza, já que a madeira tem que ser tratada quimicamente para não se decompor rapidamente. Dormentes de madeira, por sua leveza, são de instalação barata e socialmente conveniente onde haja abundância de mão de obra pouco qualificada. A leveza da madeira confere ao dormente a função de uma grande palmilha, causando o mínimo de desgaste na ferrovia, principalmente nas curvas, em comparação com dormentes de concreto.

#### **Dormentes de concreto**

Segundo Kerr (Railway-2004), dormentes de concreto, principalmente monoblocos protendidos, têm sido cada vez mais utilizados, pela facilidade de fabricação em plantas que envolvem baixo nível tecnológico e que podem ser instaladas próximo às frentes de trabalho e pela boa disponibilidade das matérias primas. Para que sejam viáveis estruturalmente, isto é, resistam a

transporte e manipulação e tenham uma vida útil razoável, dormentes de concreto protendido são em geral pesados demais para que se dispense o uso de sofisticados equipamentos de assentamento, o que pode onerar seu custo final. Além disso, são muito rígidos, com pouca ou nenhuma capacidade de amortecimento das ações dinâmicas, e sobrecarregam o lastro bem mais que qualquer outro tipo de dormente, o que acarreta mais custo de manutenção.

### **Dormentes de borracha e polímeros**

Atualmente têm sido pesquisado e desenvolvido dormentes de borracha (Rail-One), a partir de material reciclado, e de polímero (areia, cinza e resina), com propriedades que muito se aproximam das da madeira. Seu custo e sua disponibilidade são ainda temas de estudo, existindo apenas trechos experimentais de ferrovias construídos com estes materiais.

### **Dormentes de aço**

Dormentes de aço também apresentam excelentes propriedades para a transferência das ações dinâmicas entre trilhos e lastro. Suas desvantagens são dificuldade de fabricação, por ser um produto de nível tecnológico mais alto, preço e pouca durabilidade, a menos que usados em condições climáticas muito especiais ou que sejam bem protegidos.

Estudos preliminares indicam que nos Estados Unidos os custos integrados de assentamento, manutenção, substituição e destinação final de dormentes de borracha, polímero ou aço são pelo menos 50 % maiores do que os de madeira (Railway-2004). Pela mesma conta, dormentes de concreto protendido seriam cerca de 30 % mais caros.

Para qualquer elemento estrutural (Railway-2004), aqui especialmente para os dormentes, há duas instâncias em que ensaios laboratoriais se fazem necessários: quando do desenvolvimento de um novo produto, inovador seja em termos de concepção estrutural seja em termos dos materiais empregados, e quando do controle rotineiro da qualidade de uma produção em série. É aconselhável, embora nem sempre factível, que os elementos trilho-dormente-lastro de uma ferrovia, nossos objetos de estudo, sejam avaliados em campo, com acompanhamento ao longo dos anos de seu desempenho na interação dinâmica e dos desgastes sofridos e causados.

Em ambos os casos de novo produto e de controle de qualidade é cada vez mais imprescindível o uso de modelos computacionais. Para novos produtos, a simulação computacional da interação dinâmica permite o entendimento dos fenômenos físicos de interesse, a identificação de parâmetros para ajuste ou otimização e a concepção de ensaios de laboratórios que possam substituir ou indicar observações de campo e estabelecer condições controladas de investigação de problemas específicos. O mais importante é que modelos com-

putacionais permitem que complexos fenômenos de campo sejam explicados em sua essência e eventualmente traduzidos para problemas simplificados que possam ser analisados sob condições controladas em laboratório. É o caso, por exemplo, do estabelecimento de um fator de amplificação de carga para que um problema dinâmico possa ser analisado como um problema estático correspondente. Modelos computacionais não-determinísticos com base em dados estatísticos obtidos em campo, seja de comportamento estrutural e de interferência ambiental, seja de estabelecimento de vida útil, são cada vez mais comuns.

### 2.2.7

#### Estrutura global de uma ferrovia

A seção transversal típica de uma ferrovia é esquematizada na figura (2.6). Pode-se observar a disposição dos elementos desde o trilho até a subbase. Verifica-se que a transferência de esforços é feita de elemento a elemento, de modo a reduzir a tensão no subleito. Sua simetria em relação a um plano vertical será considerada na modelagem.

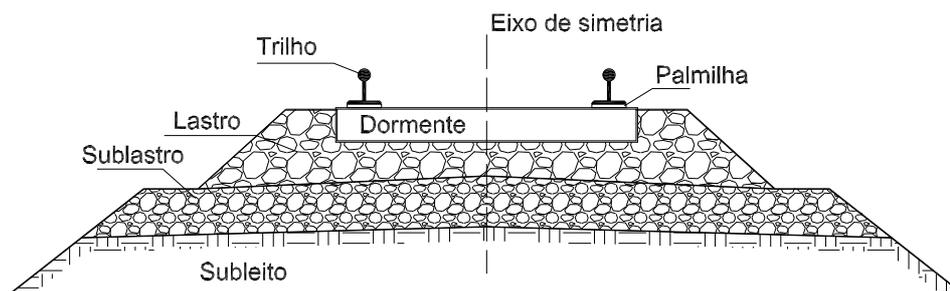


Figura 2.5: Seção transversal típica de uma ferrovia

Na estudo do comportamento da estrutura global, os aspectos considerados são as solicitações, na forma de forças periódicas, impactos e cargas móveis e as propriedades do sistema em termos de massa, rigidez e amortecimento (Esveld-2001).

A análise da interação dinâmica entre o veículo e via férrea consiste na determinação das frequências naturais e os modos de vibração que surgem em virtude das solicitações impostas ao sistema. Assim, podemos determinar as amplificações, os deslocamentos e os esforços nos trilhos, dormentes e subestrutura.

Conhecendo o comportamento do sistema, pode-se aumentar a vida útil dos seus componentes, diminuindo custos com manutenção e recuperação e melhorar as condições de conforto dos usuários.



Figura 2.6: Aspectos dinâmicos envolvidos na análise da interação entre veículo e ferrovia.

## 2.3 Modelos Computacionais

Os trabalhos dos principais centros de estudos ferroviários, produtos de décadas de pesquisa, denotam a existência de sofisticados laboratórios para experimentos de componentes da ferrovia e às vezes até de trechos inteiros, em escala real ou muito pouco reduzida. Nota-se também a existência de uma enorme quantidade de informações sobre as ferrovias em estudo. Quanto à modelagem computacional, há dezenas de desenvolvimentos, mais ou menos sofisticados, conforme a motivação momentânea, ou às vezes em decorrência de décadas de pesquisa consistente, como na Holanda e na Suécia. A propósito, o quadro da figura (2.7) sintetiza os tipos de modelos computacionais atualmente em uso ou desenvolvidos na Universidade Técnica de Delft (Anuario). Vê-se que os modelos evoluem dos mais simples, baseados em teoria linear e com o uso de poucos parâmetros, aos mais sofisticados, que usam complexas teorias não-lineares e análise não-determinística. Este quadro é bem representativo de desenvolvimentos feitos em todo o mundo, em geral.

Quando se está interessado na perturbação ambiental (acústica, vibração do solo) da passagem de um trem, complexos modelos do subsolo, baseados em elementos finitos (Martin-2003) ou em elementos de contorno (Celebi-1998) se justificam.

Para o estudo do conforto do passageiro, os vagões têm que ser modelados com um bom nível de detalhamento (ADAMS), no que diz respeito às propriedades geométricas, de rigidez e de amortecimento de seus diversos com-

ponentes.

A literatura apresenta estudos exaustivos, teóricos , estatísticos (Nilsen-1995) e de dados de campo (Esveld-2002, Kekesi-1998), sobre imperfeições das rodas e dos trilhos, causa primeira dos impactos dinâmicos que afetam toda a estrutura. Esforços laterais, principalmente de impacto no caso de curvas, são também objeto de estudos (Wu-2002).

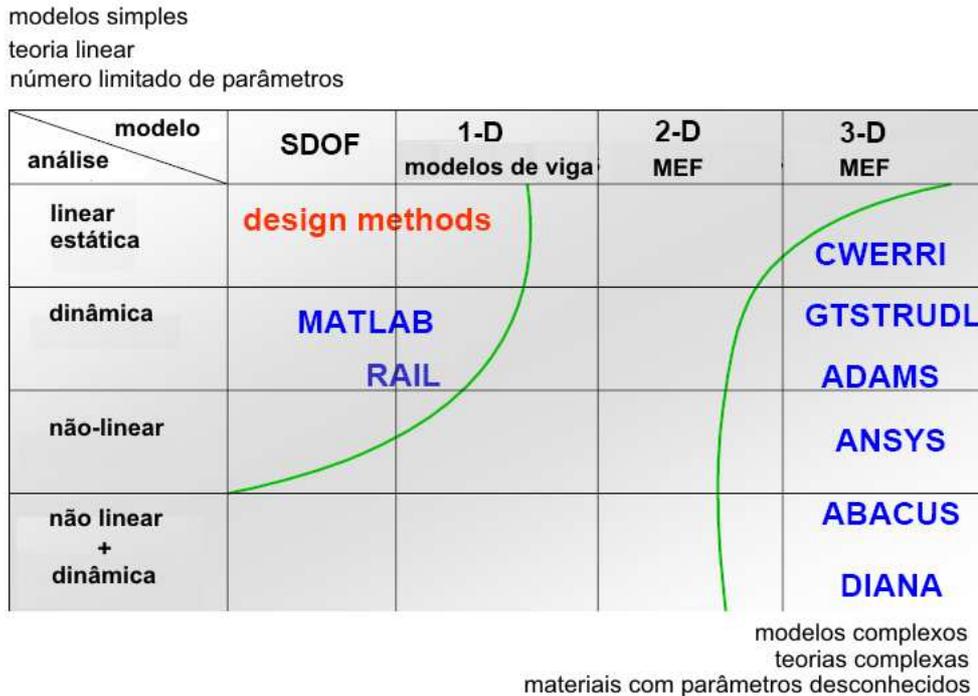


Figura 2.7: Programas computacionais desenvolvidos ou em uso na Universidade Técnica de Delft (Anuario) 97/98

Há também uma série de estudos de previsão da vida útil de uma ferrovia (Lichtberger-2001, Esveld-1997), com base em seu estado de conservação e suas condições de utilização.

No entanto, a grande maioria dos estudos computacionais diz respeito ao comportamento dinâmico de trilho, dormente e lastro, separados (Vicent-2001, Telliskivi-2001) ou em interação dinâmica (Martin-2003, Niakas-2001), afetados pela palmilha e o sub-lastro, às vezes considerando as, rodas, o eixo e o veículo como meros agentes do impacto dinâmico (Niakas-2001), às vezes considerando explicitamente a interação dinâmica de todo o conjunto (Martin-2003, Degrande-2001).

Nos modelos que simulam a interação dinâmica trilho-palmilha-dormente-lastro, o lastro e as camadas inferiores são representadas normalmente de maneira bem simplificada, agindo unidimensionalmente como molas e amortecedores (Winkler), sem acoplamento por cisalhamento . Rara-

mente o modelo não-linear de Hertz é usado. No entanto, alguns estudos são combinados, com modelos em dois níveis de aprimoramento, que se calibram reciprocamente (Zhai-1997).

Dentre os modelos computacionais, há predominância dos modelos mais simplificados (Verichev-1998), que se justificam pela necessidade de entendimento básico dos fenômenos físicos ocorridos, mais do que a tentativa de uma simulação fidedigna de um problema real.

Dentre os modelos mais simples, predomina o uso de vigas de Timoshenko, embora vigas de Euler também se façam presente (Andersen-2003, Heelis-1999, Niakas-2001).

As ações dinâmicas também são levadas em conta das maneiras mais variadas. Os modelos mais sofisticados consideram, de maneira não-determinística, os impactos gerados entre rodas e trilhos em virtude de imperfeições caracterizadas estatisticamente (Esveld-2002). Há trabalhos que impõem um perfil de velocidades aplicadas (Vostroukhov-2003, Krylov-2000), para então avaliar a resposta dinâmica. Muitos trabalhos também analisam a resposta a uma carga móvel (Degrande-2001, Heelis-1999). Estes últimos são em geral mascarados por uma roupagem matemática sofisticada, mas desprovidos de base experimental. Há de se considerar, por exemplo, que a aplicação de uma massa móvel é mais realística que a aplicação de uma carga móvel (desprovida de massa).

## 2.4

### Alguns modelos de interação dinâmica em ferrovias

Na literatura são encontrados uma grande quantidade de trabalhos na área numérica e experimental, principalmente nos grandes centros Europeus. Em termos de análise numérica, a modelagem do sistema de interação trem-ferrovia é feita, em geral, utilizando elementos unidimensionais de viga e treliça para representação dos elementos estruturais da ferrovia. A seguir são detalhados os modelos de Niakas et al (Niakas-2001), Martin et al (Martin-2003) e Esveld et al (Esveld-1998).

#### 2.4.1

##### Modelo proposto por Niakas et al

Niakas et al (Niakas-2001) utilizaram o modelo da figura (2.8) para a análise da interação dinâmica trem-ferrovia-solo.

O trilho é modelado como um elemento de viga de Euler-Bernoulli com comprimento finito. Por causa do comprimento finito, foram tomados os devidos cuidados para reduzir a influência das condições de contorno do trilho. Tanto o lastro como a palmilha são considerados elementos lineares de treliça

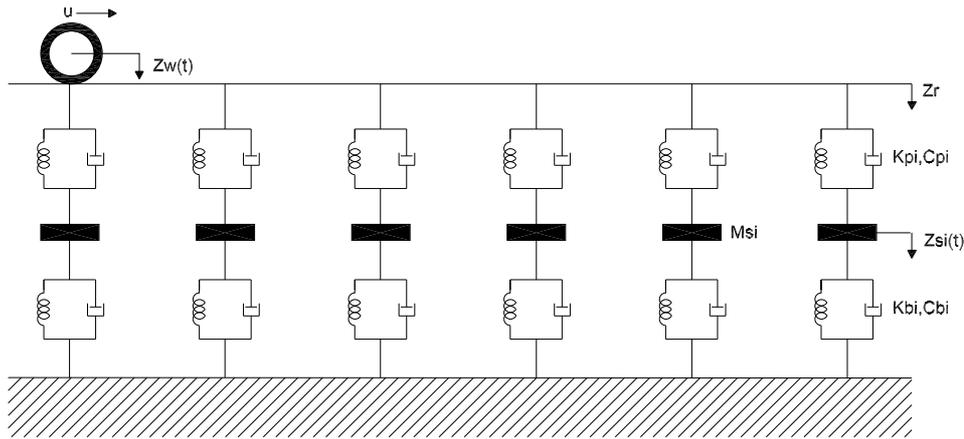


Figura 2.8: Modelo dinâmico de análise da interação veículo-ferrovia-solo (Niakas-2001)

de rigidez  $K_{bi}$  e  $K_{pi}$  e amortecimento  $C_{bi}$  e  $C_{pi}$ , respectivamente. O dormente é simulado como um elemento rígido de massa concentrada  $M_{si}$ .

Para cada elemento, as equações de movimento são desenvolvidas, fazendo-se as devidas considerações.

A solução para os deslocamentos é dada pela superposição da função de forma que descreve os modos de vibração que é conhecida, e uma função dependente do tempo, que é a incognita do problema.

$$Z_r = \sum_{k=1}^n \Phi_k(x) q_k(t) \quad (2-1)$$

Niakas et al (Niakas-2001) propuseram a seguinte função de forma para os modos de vibração:

$$\Phi_k(x) = \sqrt{\frac{2}{m_r l}} \sin \frac{k\pi x}{l} \quad k = 1, 2, 3, \text{ modos} \quad (2-2)$$

Levando em consideração  $n$  modos de vibração, o sistema total de equações pode ser formado,

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{Y}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{Y}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{Y}(t) = \mathbf{F}(t) \quad (2-3)$$

onde  $\mathbf{F}(t)$  é o vetor de forças externas atuante no sistema,  $\mathbf{K}$ ,  $\mathbf{C}$  e  $\mathbf{M}$  são respectivamente as matrizes de rigidez, amortecimento e massa do sistema e  $\ddot{\mathbf{Y}}(t)$ ,  $\dot{\mathbf{Y}}(t)$  e  $\mathbf{Y}(t)$  são os vetores de aceleração, velocidade e deslocamentos, que são as incógnitas do problema. Resolvendo-se o sistema de equações diferenciais de segunda ordem, a solução dependente do tempo pode ser obtida.

Para solucionar o sistema de equações (2-3), foi introduzida a seguinte transformação de variáveis ao problema:

$$\mathbf{X}_1 = \mathbf{Y}(t) \quad \mathbf{X}_2 = \dot{\mathbf{Y}}(t) \quad (2-4)$$

e assim reduzi-lo a um sistema de equações de primeira ordem:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{X}}_1 &= \mathbf{Y}(t) \\ \mathbf{M}\dot{\mathbf{X}}_2 + \mathbf{C}\mathbf{X}_2(t) + \mathbf{K}\dot{\mathbf{X}}_1(t) &= \mathbf{F}(t) \\ \text{ou} \\ \dot{\mathbf{X}}_1(t) &= \mathbf{Y}(t) \\ \mathbf{X}_2(t) &= \mathbf{M}^{-1} \left( \mathbf{F}(t) - \mathbf{C}\mathbf{X}_2(t) - \mathbf{K}\dot{\mathbf{X}}_1(t) \right) \end{aligned} \quad (2-5)$$

Esse sistema de equações pode também ser resolvido iterativamente, utilizando o método de Runge-Kutta, para um intervalo de tempo adequado.

De posse da solução temporal, foi feito um estudo complementar para verificar a influência das propriedades físicas dos elementos no sistema, variando os valores de massa, rigidez e amortecimento. Notou-se a sensibilidade do sistema à alteração da relação entre as propriedades, principalmente nas frequências de vibração.

### 2.4.2 Modelo proposto por Martin et al

No modelo de proposto por Martin et al (Martin-2003) , a discretização do sistema ferrovia-solo foi realizada utilizando-se o método dos elementos finitos. Para o trilho foram utilizados elementos de viga com funções de interpolação na forma de polinômios cúbicos de Hermite. Para o lastro foram usados elementos de barra com dois nós e o solo foi considerado como um malha de elementos bilineares isoparamétricos de 4 nós.

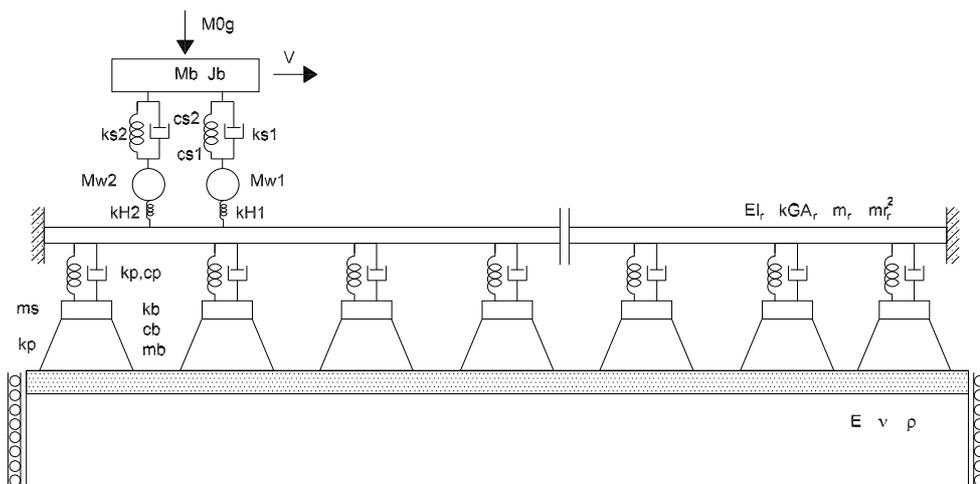


Figura 2.9: Modelo de interação veículo-ferrovia-solo (Martin-2003)

Após a discretização, as equações diferenciais parciais que governam o problema são reduzidas até segunda ordem, tornando-se equações diferenciais

ordinárias de segunda ordem no tempo. A equação dinâmica semi-discreta representativa do problema é representada abaixo:

$$\mathbf{M}^t \ddot{\mathbf{x}}^t + \mathbf{C}^t \dot{\mathbf{x}}^t + \mathbf{K}^t \mathbf{x}^t - \mathbf{F}^{wr} = 0 \quad (2-6)$$

onde  $\mathbf{x}^t$  é o vetor de deslocamentos do sistema ferrovia-solo,  $\mathbf{M}^t$ ,  $\mathbf{C}^t$  e  $\mathbf{K}^t$  são respectivamente as matrizes de massa, amortecimento e rigidez desse sistema. As forças de contato provenientes da interação da roda do veículo com o trilho são representadas pelo vetor  $\mathbf{F}^{wr}$ . Para solucionar a equação (2-6), primeiramente, reformulam-se as equações de movimento de segunda ordem (1) para a forma,

$$\mathbf{A}^t \dot{\mathbf{y}}^t + \mathbf{B}^t \mathbf{y}^t = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}^{wr} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2-7)$$

onde

$$\mathbf{y}^t = \begin{Bmatrix} \mathbf{x}^t \\ \dot{\mathbf{x}}^t \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{A}^t = \begin{bmatrix} \mathbf{C}^t & \mathbf{M}^t \\ \mathbf{M}^t & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}^t = \begin{bmatrix} \mathbf{K}^t & 0 \\ 0 & -\mathbf{M}^t \end{bmatrix} \quad (2-8)$$

A superposição modal foi a técnica usada para solução do problema de autovalor resultante da equação (2-6). A solução do problema de autovalor gera um conjunto de N pares complexos conjugados de autovalores e autovetores. Os pares modais mais baixos são considerados na síntese modal e montados na matriz modal como pares modais.

Martin et al (Martin-2003) ainda introduziram a transformação,

$$\mathbf{y}^t = \mathbf{P} \mathbf{q}^t(t), \quad \mathbf{Q}^t(t) = \mathbf{P}^T \begin{Bmatrix} \mathbf{F}^t(t) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2-9)$$

para obter um conjunto de equações de movimento desacopladas com a seguinte forma,

$$\text{diag}(a_n) \dot{\mathbf{q}}^t(t) + \text{diag}(b_n) \mathbf{q}^t(t) = \mathbf{Q}^t(t) \quad (2-10)$$

$$\text{diag}(a_n) = \mathbf{P}^T \mathbf{A}^t \mathbf{P}, \quad \text{diag}(b_n) = \mathbf{P}^T \mathbf{B}^t \mathbf{P} \quad (2-11)$$

onde  $a_n$  e  $b_n$  são constantes de normalização modal ou assim chamadas de amortecimento modal e rigidez modal.

O modelo discreto de veículo adotado na análise é constituído de uma massa  $M_b$  que representa o corpo do veículo conectada a rodas de massas  $M_{w1}$  e  $M_{w2}$  por um sistema mola-amortecedor de rigidez  $K_{s1}$  e  $K_{s2}$  e amortecimento  $C_{s1}$  e  $C_{s2}$ . A equação correspondente ao modelo de veículo pode ser escrita como

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{M}_{bb}^v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{x}}_a^v \\ \ddot{\mathbf{x}}_b^v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{C}_{bb}^v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_a^v \\ \dot{\mathbf{x}}_b^v \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{aa}^v & \mathbf{K}_{ab}^v \\ \mathbf{K}_{ba}^v & \mathbf{K}_{bb}^v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_a^v \\ \mathbf{x}_b^v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{F}^{wr} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{F}^{\text{ext}} \end{bmatrix} \quad (2-12)$$

onde  $\mathbf{x}_a^v$  é o vetor de deslocamento vertical da interface roda-veículo,  $\mathbf{x}_b^v$  é o vetor de deslocamento não-interfacial do veículo,  $\mathbf{M}^v$ ,  $\mathbf{C}^v$  e  $\mathbf{K}^v$  são as matrizes de massa, amortecimento e rigidez do veículo e  $\mathbf{F}^{\text{ext}}$  o vetor de forças externas representadas pelo peso do veículo e da armação. O vetor  $\mathbf{F}^{wr}$  representa as forças atuantes na interface roda-trilho.

Partindo-se do modelo de veículo definido e das equações de movimento desenvolvidas anteriormente, (Martin-2003) criaram um modelo integrado de interação entre veículo e ferrovia, considerando as forças de contato, deslocamentos, velocidades e acelerações no sistema. Os deslocamentos são representados por

$$\mathbf{x}_n(t) = \mathbf{N}\mathbf{P}^{wr}\mathbf{q}^t(t) + \mathbf{x}^{irr} \quad (2-13)$$

onde  $\mathbf{N}$  são as funções de forma de elementos finitos para os elementos do trilho relativas ao contato interfacial do sistema roda-trilho,  $\mathbf{P}^{rw}$  é a matriz modal e  $\mathbf{x}^{irr}$  são as irregularidades prescritas na superfície da ferrovia. Supondo-se uma velocidade constante para o veículo  $\nu$ , as velocidades e acelerações do contato roda-trilho são obtidas pelas equações algébricas

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{T}(t)\dot{\mathbf{q}}^t(t) + \mathbf{U}(t)\mathbf{q}^t(t) + \dot{\mathbf{x}}^{irr} \quad (2-14)$$

$$\ddot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{R}(t)\dot{\mathbf{q}}^t(t) + \mathbf{S}(t)\mathbf{q}^t(t) + \ddot{\mathbf{x}}^{irr} \quad (2-15)$$

onde

$$\mathbf{T} = \mathbf{N}\mathbf{P}^{wr}, \quad \mathbf{U} = \frac{d\mathbf{N}}{d\xi}\nu\mathbf{P}^{wr} \quad (2-16)$$

$$\dot{\mathbf{x}}^{irr} = \frac{d\mathbf{x}^{irr}}{d\xi}\nu, \quad \ddot{\mathbf{x}}^{irr} = \frac{d^2\mathbf{x}^{irr}}{d\xi^2}\nu^2 \quad (2-17)$$

Finalmente, o problema dinâmico de valor inicial para o sistema veículo-ferrovia pode ser representado na sua forma geral,

$$\mathbf{A}(\mathbf{z}, \mathbf{t})\dot{\mathbf{z}} + \mathbf{B}(\mathbf{z}, \mathbf{t})\mathbf{z} = \mathbf{F}(\mathbf{z}, \mathbf{t}) \quad (2-18)$$

onde

$$\mathbf{z} = \left\{ \mathbf{q}^t \quad \mathbf{x}_a^v \quad \mathbf{x}_b^v \quad \dot{\mathbf{x}}_a^v \quad \dot{\mathbf{x}}_b^v \quad \mathbf{F}^{wr} \right\}^T \quad (2-19)$$

$$\mathbf{A} = \left[ \begin{array}{c|ccccc} \text{diag}(a_n) & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mathbf{P}^{wrT}\mathbf{N}^T \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{I} \\ 0 & 0 & \mathbf{C}_{bb}^v & 0 & \mathbf{M}_{bb}^v & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{I} & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{R} & 0 & 0 & -\mathbf{I} & 0 & 0 \\ \mathbf{T} & -\mathbf{I} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \quad (2-20)$$

$$\mathbf{B} = \left[ \begin{array}{c|ccccc} \text{diag}(b_n) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & \mathbf{K}_{aa}^v & \mathbf{K}_{ab}^v & 0 & 0 & \mathbf{I} \\ 0 & \mathbf{K}_{ba}^v & \mathbf{K}_{bb}^v & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\mathbf{I} & 0 \\ \mathbf{S} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{U} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \quad (2-21)$$

$$\mathbf{F} = \left\{ \begin{array}{cccccc} 0^T & 0^T & \mathbf{F}^{extT} & 0^T & -\ddot{\mathbf{x}}^{irrT} & -\dot{\mathbf{x}}^{irrT} \end{array} \right\}^T \quad (2-22)$$

Na equação acima, o vetor  $\mathbf{z}$  é uma mistura de estado espacial que consiste não apenas em deslocamentos modais do sistema ferroviário-solo, mas também nos impulsos produzidos pelas forças de contato provenientes da interação veículo-ferrovia. A equação (2-18) é resolvida especificando uma condição inicial  $z(t = 0) = z_0$ , sendo  $z_0$  o deslocamento inicial do sistema.

### 2.4.3 Modelo proposto por Esveld et al

Esveld et al (Esveld-1998, Esveld-1998-2) desenvolveram uma pesquisa integrada numérica e experimental para avaliar o comportamento de estruturas ferroviárias. A modelagem numérica foi feita utilizando-se elementos lineares de viga com propriedades elásticas e dependentes do tempo. Foram consideradas apenas as deformações verticais provocadas pelas cargas móveis (forças por eixo de veículo). O trilho foi modelado como uma viga de Timoshenko, considerando-se a inércia rotacional e as deformações por esforço cortante. O amortecimento do aço, por sua pequena magnitude, foi desprezado. A massa de aço contribui para a inércia rotacional e translacional da ferrovia. Identicamente, modelou-se o dormente de concreto, fazendo-se apenas a consideração do amortecimento. A fundação foi modelada com uma base elástica de Winkler, ou fazendo-se a consideração das deformações por cisalhamento, como uma base de Pasternak.

Entre o trilho e o dormente é colocado um material com a função de transferir as cargas para a fundação. Nesta, são consideradas apenas as tensões diretas de flexão provenientes das cargas de veículo. A massa do material da fundação é adicionada à massa total do sistema. Deve-se mencionar que as propriedades dos veículos não foram discutidas no modelo.

Para caracterização do modelo experimental, as propriedades do sistema (massa, rigidez e amortecimento) são muito importantes, porém, desconhecidas na maioria dos casos. Assim, a utilização de modelos reduzidos em laboratório é uma forma bastante utilizada para obtenção desses parâmetros. Um dos métodos mais conhecido, é a utilização do instrumento do martelo para medição de acelerações em sistemas dinâmicos. Nessa experiência, utilizou-

se 50cm de um trilho de ferrovia. A amostra foi colocada em um canal de aço rígido com material de enchimento. Sobre o trilho foram colocados dois acelerômetros, dispostos simetricamente em relação ao ponto de aplicação da carga, na área que será carregada. A estrutura foi solicitada pelo impacto aplicado com o martelo. Foram registradas as acelerações devidas ao impacto, assim como a carga aplicada pelo martelo. As acelerações obtidas no tempo foram transformadas via FFT (Fast Fourier Transform) para o domínio da frequência. Devido ao tamanho reduzido do experimento, a estrutura foi modelada com apenas 1 grau de liberdade. O material de enchimento tem rigidez  $K$  e amortecimento  $C$ . A massa total do sistema  $M$  é igual a massa do trilho adicionada com a massa do material de enchimento.



Figura 2.10: Modelo dinâmico experimental (Esveld-1998)

A análise experimental foi estendida a um trecho de ferrovia de 4m de comprimento. O modelo de ensaio foi colocado sobre a fundação, constituída por uma camada densa de areia. As propriedades do material de enchimento já são conhecidas, sendo que as propriedades da fundação serão obtidas. Aplica-se o martelo na estrutura e registram-se as acelerações obtidas. Utiliza-se novamente a FFT para obtenção das acelerações dependentes da frequência.

Numericamente, a experiência foi simulada utilizando-se elementos finitos com as mesmas propriedades do modelo numérico apresentado. Foram integrados numericamente 200 elementos em pequenos intervalos de tempo, houve notável correspondência entre os modelos, o que mostrou que a modelagem numérica foi amplamente satisfatória para esta análise.

## 2.5

### Considerações sobre análise dinâmica em vigas

O comportamento dinâmico de vigas sujeitas a diferentes condições de contorno e carregamento foi e continua sendo alvo de estudo de vários autores. Na modelagem de estruturas unidimensionais, a utilização de elementos de viga

é bastante corriqueira, tendo diversas aplicações em engenharia, principalmente em estruturas como pórticos, cabos e na representação dos componentes de uma estrutura ferroviária, como o trilho e o dormente.

Graff (Graff-1975) desenvolveu soluções para o comportamento de vigas esbeltas em regime de vibração livre ou forçada.

No regime de vibração livre, o problema é solucionado por meio de um processo de separação de variáveis no tempo e no espaço, em função de uma frequência circular de vibração. A solução geral é dada pelo produto das soluções espacial e temporal, obtidas, respectivamente, pela solução das equações diferenciais no espaço e no tempo. Conhecida essa solução são obtidas as expressões referentes a frequências e modos normais de vibrações da viga.

Para problemas de vibração forçada, onde a equação diferencial de movimento não é homogênea, Graff (Graff-1975) utiliza a série finita de Fourier e a transformada de Laplace. Essa expansão é feita para um número arbitrário de termos, considerando as propriedades de ortogonalidade dos modos normais e tomando o cuidado na interpretação das singularidades da solução.

Esse desenvolvimento também é estendido para a solução de alguns casos particulares de carregamento, como impacto e carga móvel, em uma viga com ou sem base elástica e sem amortecimento.

Graff (Graff-1975) também apresenta um estudo inicial para viga de Timoshenko, onde se consideram os efeitos da inércia à rotação e das deformações por efeito da força cortante. Nessa abordagem, as seções permanecem planas, mas não perpendiculares ao eixo neutro e, assim, a rotação tem uma contribuição adicional do termo referente ao efeito da força cortante.

Em termos gerais, a teoria de Timoshenko é mais geral e se mostra ideal para a análise de problemas de vibração, já que os resultados são mais satisfatórios e se aproximam dos resultados obtidos pela teoria exata de vigas.

Kolusek (Kolusek-1973) e Warburton (Warburton-1976) têm também desenvolvimentos importantes sobre o assunto, principalmente quanto a amortecimento, mas não foram aproveitados neste trabalho.

## 2.6

### **Considerações sobre elementos finitos dinâmicos.**

Na literatura, encontramos vários trabalhos no campo de vibrações utilizando elementos finitos dinâmicos. Dentre esses, podemos citar os trabalhos de Gupta (Gupta-1975, Gupta-1976, Gupta-1978, Gupta-1984) para problemas de vibração livre além de Paz (Paz-1975) e Voss (Voss-1987). Estes trabalhos se basearam em Przemieniecki (Przemieniecki-1968), que introduziu o conceito de

matrizes de massa e rigidez dependentes da frequência, na análise de problemas de vibração livre em elementos de viga e treliça.

Dumont e Oliveira (Dumont-1997, Dumont-2001) e Dumont e Chaves (Dumont-2003), generalizaram o método para a análise de problemas transientes, formulados no domínio da frequência, para quaisquer condições de carregamento nodal e deslocamentos iniciais. Esses autores também desenvolveram técnicas para solução de problemas de autovalores não-lineares reais oriundos da expansão das matrizes de massa e rigidez como séries de frequência.

Mais adiante, (Dumont-2006), generalizou a solução do problema de autovalor não-linear para o caso de autovalores reais e complexos.

Utilizando os conceitos desenvolvidos por (Dumont-2003), surge a proposta da análise dinâmica de ferrovias no regime transiente, utilizando elementos finitos unidimensionais de viga e treliça, e fazendo-se uso de técnicas avançadas de superposição modal (Dumont-2001).