

2

Reforço e reparo de dutos

2.1

Introdução

Dutos são estruturas sujeitas a defeitos, sejam de projeto, de fabricação, de ação de terceiros, de envelhecimento natural ou mesmo decorrentes de produtos corrosivos.

Existem três famílias de defeitos possíveis em dutos:

a) Defeitos volumétricos: relacionados com a perda de material metálico, como: corrosão interna, corrosão externa, cava e sulco;

b) Defeitos geométricos: relativos à mudança de forma, como: amassamento/mossa, ovalização, enrugamento e flambagem local;

c) Defeitos planares: trincas, dupla laminação, desalinhamento de soldas etc.

As causas de falhas mais comuns em linhas de dutos são:

- Erro de projeto;
- Falha de material;
- Defeito de construção;
- Corrosão interna/externa;
- Falha operacional;
- Defeitos provenientes de ação de terceiros;
- Movimentação do solo.

Tais defeitos podem comprometer a integridade estrutural dos dutos e devem sofrer uma avaliação criteriosa com intuito de definir o tipo de intervenção mais adequado sob a estrutura.

As principais técnicas de recuperação e reforço de dutos propostas ao longo dos anos foram:

- Corte e substituição:

Utilizada nos casos de corrosão de grau avançado, transtornos operacionais e logísticos, ou perda de estanqueidade nos dutos, sendo realizado por meio de soldas. Há a necessidade de parada operacional e posteriores testes de

desempenho antes da retomada da operação, além de limpeza para eliminação de resíduos;

- Dupla calha soldada :

Envolvimento do duto em duas meias-canais, soldadas na área do reparo, podendo ter as extremidades das calhas seladas ou não. As calhas são dimensionadas de forma a envolver o duto a ser reparado sem folga anular;

- Dupla calha com enchimento:

Abarcamento do duto por meio de luva e preenchimento da região anular com injeção de resina epoxídica. A ligação entre as calhas pode ser feita por meio de parafusos (flanges) ou através de soldagem. Esta técnica também é chamada de reparo por *grouting*;

Contudo, todas estas técnicas apresentam algum tipo de desvantagem significativa, como a necessidade de parada operacional (corte e substituição); risco de acidentes durante o reparo (dupla calha soldada); demora excessiva na preparação do reforço (dupla calha com enchimento).

O desenvolvimento tecnológico propiciou o surgimento de novos materiais de excepcionais características e elevada versatilidade: os materiais compósitos (TOUÇA, 2004). Houve um subsequente avanço de diversas linhas de pesquisas, estabelecendo aplicações dos materiais compósitos nas mais variadas áreas de conhecimento, inclusive no reparo e reforço estrutural.

Os primeiros registros de uso de materiais compósitos para reparo externo de dutos datam da década de 90, a partir da coordenação, pelo *U.S. Gas Research Institute (GRI)*, de atividades de um grupo de organizações de pesquisa visando o desenvolvimento de materiais e procedimentos de aplicação para o reparo permanente de gasodutos sob elevada pressão, e sujeitos a fraturas dúcteis, o que resultou na criação do sistema *Clock Spring*®. de reparo de dutos (PATRICK & PORTER, 2001). Assim, foi elaborado um documento final de pesquisa (GRI, 1998), a partir de um modelo matemático para implementação do programa computacional GRI WRAP, ensaios de rompimento hidrostático, ensaios de tração, ensaios de cisalhamento, descolamento da proteção catódica, etc (SOUSA, 2004). O DOT (Department of Transportation), órgão regulador de operações com dutos nos Estados Unidos, reconhece tal técnica como método eficaz na restauração definitiva da integridade de dutos.

A aplicação de materiais compósitos em dutos se destina tanto à recuperação, através do recobrimento de trechos danificados, quanto ao reforço estrutural, com objetivo de aumentar a vida útil, reduzir os custos de manutenção em uma linha de tubulação e manter a alta tenacidade à fratura de aços de elevada resistência mecânica empregados na fabricação de tubos para dutos.

Algumas das principais vantagens da utilização de materiais compósitos em dutos são a continuidade de operação, a eliminação do uso de solda e a fácil moldagem, unicamente in loco (HASSUI, 1999). A eficiência do reparo de compósitos depende de fatores que envolvem a resistência e a distribuição de seus constituintes.

A técnica de reparo de dutos com emprego de materiais compósitos compreende geralmente as seguintes etapas:

- Preparo da superfície danificada, com limpeza das impurezas (ferrugem, graxas, óleos, etc.) através de jateamento de areia ou limpeza manual, e o apicoamento da área a ser revestida;
- Regularização da superfície do duto corroído com uma resina base, chamada *primer*;
- Emprego de resina na superfície do duto corroído, geralmente a mesma que forma a matriz do reforço, com intuito de aumentar a afinidade química da interface entre a camada niveladora e o material compósito, e assim facilitar a aderência entre os materiais;
- Aplicação do material, revestindo o duto até a espessura requerida ao reparo, que pode ser executada de duas formas: envolvimento do duto corroído com material compósito polimérico e posterior cura do mesmo; ou com revestimento do duto em placas finas do material compósito já curado, com fixação por meio de adesivo;
- Utilização de uma camada extra sobre o reforço, cuja função é protegê-lo das intempéries.

O controle efetivo da evolução da corrosão do duto, tão necessário à durabilidade do reparo, só é garantido na proteção catódica da estrutura. Para casos de corrosão interna, dada a dificuldade no controle dos componentes

presentes no fluido transportado, o reparo será considerado provisório (TOUÇA,2004).

Os métodos de processamento dos materiais compósitos em fibras de vidro, usualmente utilizados para fins de reforço estrutural, mais relevantes são:

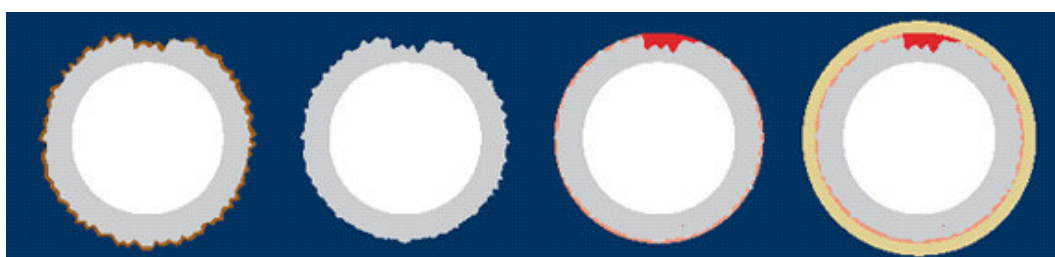
- Laminação manual (*Hand-lay-up*)

Disposição das fibras sobre o molde e pulverização da resina sobre as mesmas. Compactação das camadas depositadas através de rolos. Utilização de aceleradores de cura, em temperatura ambiente ou em temperaturas mais elevadas com auxílio de forno. Apresentam-se geralmente na forma de pre-pegs - rolos de tecidos de fibras de vidro umedecidas por resina ureica e curadas na presença de umidade (STRONGBACK, 2005).



Figura 2-1 – Aplicação do produto *in loco* – *Strongback*.

Outra forma bastante comum de produção de material compósito desta classe provém do emprego da resina epóxi reforçada por manta de fibras de vidro. (RUST, 2005).



Preparo
da superfície

Regularização
com *GLASCOTE*

Reparo
em compósito

Figura 2-2 - Etapas da execução do reparo (RESIDUTO, 2005).

- Pultrusão ou enrolamento filamentar:

Consiste das seguintes etapas produtivas: imersão das fibras em resina com catalisador; limpeza das fibras impregnadas com resina, para retirada do excesso de polímeros; conformação em molde aquecido; cura da resina; e retirada do compósito do molde. Geralmente, o material compósito é preparado com uma matriz de resina de poliéster reforçada com fibras de vidro (CLOCKSPRING, 2005).

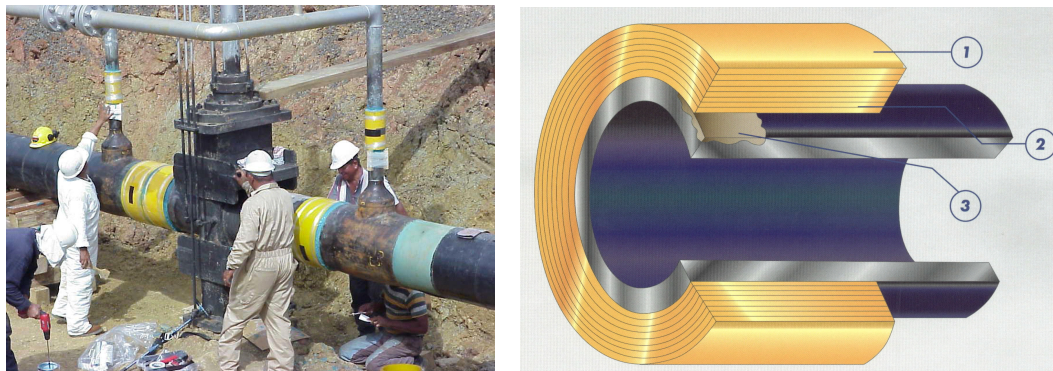


Figura 2-3 – Detalhes executivos e da estrutura (CLOCKSPRING, 2005).

2.2

Materiais compósitos

Materiais compósitos são aqueles produzidos da combinação de dois ou mais materiais, com objetivo primordial de se obterem características pré-determinadas, não encontradas nos materiais integrantes isoladamente.

Observam-se duas fases distintas do compósito: reforço, que confere rigidez e resistência ao material, e matriz, cuja finalidade é unir e proteger o reforço de agentes externos. Quanto ao tipo de reforço, as principais classes de materiais compósitos são: particulados, estruturais e fibrosos.

As propriedades do material compósito dependem das propriedades mecânicas de cada fase, das suas quantidades relativas, do tamanho e forma do reforço, de sua orientação em relação ao carregamento aplicado, e da interface reforço-matriz.

Normalmente, procura-se produzir materiais estruturais que possuam simultaneamente elevada resistência, oferecendo capacidade de suportar carregamentos, e extrema ductilidade, a fim de evitar falhas repentinas e catastróficas. Nos materiais compósitos os materiais rígidos do reforço são

responsáveis pela resistência ao carregamento, ao passo que a ductilidade se deve a matriz.

Um dos materiais pioneiros empregados como reforço em substituição aos metais é a fibra de vidro, sendo empregada em tanques industriais, equipamentos militares, etc. (LOUREIRO, 1999).

As vantagens mais significativas dos materiais compósitos com reforço em fibra de vidro em matriz polimérica são o baixo custo por peso ou volume; a resistência à corrosão química; a multiplicidade das suas formas; as excelentes propriedades elétricas; e a facilidade na sua produção (SOBRINHO, 2005).

Por outro lado, o coeficiente de expansão térmica e a temperatura de fusão podem ser considerados desvantagens em relação a outros compósitos, como os formados por fibras de carbono.

As fibras de vidro são identificadas comercialmente por especificações para diferentes aplicações:

- E-glass: resistente à água;
- C-Glass: resistente a ácido, mas não é usada como reforço;
- S-Glass: alta resistência e rigidez;
- AR-Glass: resistente a álcalis e utilizado para aumentar a resistência de cimentos.

2.2.1

Análise mecânica

Devido à não-homogeneidade e à anisotropia típica dos materiais compósitos, não é recomendável o uso de métodos mecânicos comumente aplicados aos materiais convencionais, desenvolvidos a partir da Mecânica do Contínuo.

Sendo assim, estabelecem-se duas metodologias de análise mecânica mais adequadas aos materiais compósitos, contemplando tanto os aspectos micromecânicos, como os aspectos macromecânicos.

Ambos os modelos, complementares entre si, são constituídos pela conveniente adaptação da teoria da mecânica do contínuo, segundo as propriedades, a proporção, o arranjo e a aderência entre os componentes dos materiais compósitos.

2.2.1.1

Micromecânica dos compósitos

O modelo micromecânico tem como objetivo determinar as propriedades de um material compósito a partir das propriedades dos seus constituintes, arranjo e quantidade relativa destes. Para tanto, estabelece-se um elemento padrão, denominado elemento representativo do volume (RVE) do compósito como objeto de análise. As propriedades do RVE são extrapoladas para obtenção das propriedades médias efetivas do compósito (Fig 2-4).

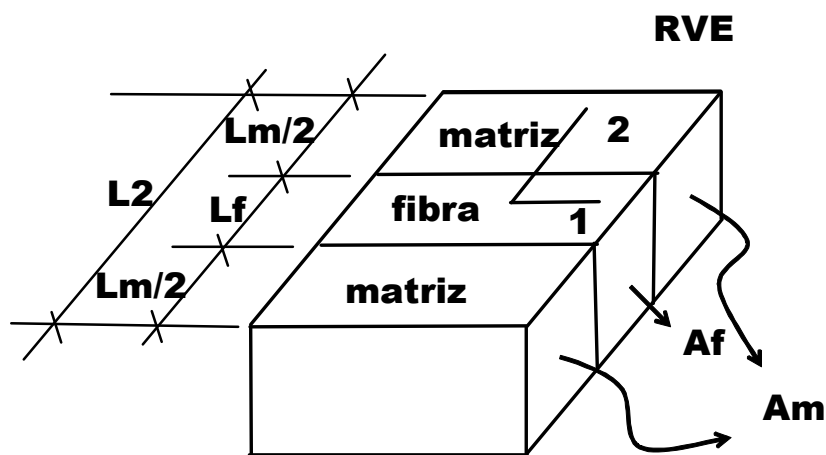


Figura 2-4 - Elemento Representativo de Volume (RVE)

Os parâmetros mais relevantes na micromecânica dos materiais compósitos são (CÔRTEZ, 2001):

- Fração volumétrica do reforço;
- Geometria do reforço;
- Distribuição espacial do reforço;
- Distribuição do comprimento do reforço na matriz.

Constituem as premissas básicas ao referido modelo :

- Homogeneidade do material de reforço e do material da matriz;
- Isotropia de propriedades para a matriz e para o reforço;
- Distribuição uniforme do reforço na matriz;
- Alinhamento perfeito das fibras (reforço fibroso);
- Perfeita aderência entre fibras e matriz (reforço fibroso).

Um método matemático bastante difundido dentro da micromecânica dos compósitos, em face da aproximação dos seus resultados com os obtidos experimentalmente, é a chamada Regra das Misturas, cuja equação geral é expressa por:

$$K_{c,i} = K_f V_f + K_m V_m \quad (2.1)$$

onde $K_{c,i}$, K_f , K_m representam o valor de determinada propriedade no compósito (direção i), na fibra, e na matriz, respectivamente; V_f , V_m são a fração volumétrica da fibra e da matriz no compósito.

As constantes elásticas de uma lâmina de reforço unidirecional estão relacionadas com as constantes elásticas dos materiais constituintes. Um exemplo é o módulo de elasticidade do compósito (GIBSON, 1993):

$$\text{Paralela ao reforço: } E_P = E_f V_f + E_m V_m \quad (2.2)$$

$$\text{Transversal ao reforço: } \frac{1}{E_T} = \frac{V_f}{E_f} + \frac{V_m}{E_m} \quad (2.3)$$

2.2.1.2

Macromecânica dos compósitos

As propriedades macroscópicas de um elemento estrutural composto são expressas em termos de propriedades efetivas de um material homogêneo equivalente. Desta maneira, as relações constitutivas tensão X deformação são expressas em termos de valores médios de tensão e deformação obtidos experimentalmente.

A partir da teoria da elasticidade, correlacionando os tensores de tensão com os de deformação médios, pode-se estabelecer a lei de Hooke generalizada:

$$\sigma_{ij} = C_{ijrs} \varepsilon_{rs} \quad (2.4)$$

2.3

Materiais com Gradação Funcional (FGM)

2.3.1

Introdução

Materiais com gradação funcional (FGM) representam uma classe de materiais compósitos cujas composições micro-estruturais variam espacialmente, conferindo - além das notáveis características mecânicas comuns aos compósitos - otimização da estrutura, quanto à esbeltez, peso, etc.

Os estudos envolvendo este tipo de material se iniciaram na década de 80 no Japão, por meio de um programa de pesquisas de desenvolvimento de materiais super-resistentes ao calor para sistemas de propulsão, intitulado *Research on the Basic Technology for the Development of Functionally Gradient Material for Relaxation of Thermal Stress* (KAWASAKI & WATANABE, 1995). No entanto, encontram-se diversos exemplos de FGMs na natureza há milhares de anos, como bambu, ossos, dentes, etc.

Tais materiais são utilizados nas mais diversas áreas do conhecimento: da indústria aeroespacial à automobilística, passando pela construção de próteses, etc.

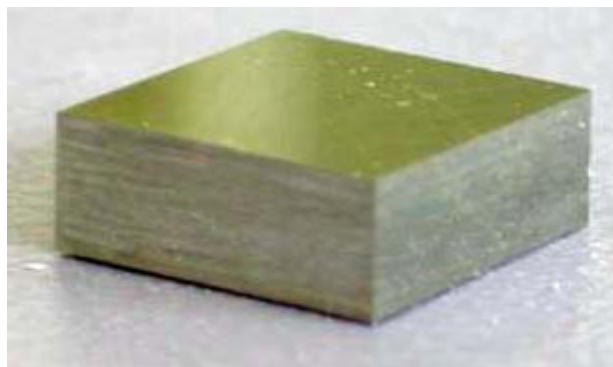


Figura 2-5 – Placa simétrica de FGM WC-Co (GASIK et al, 2003).

Em geral, os materiais compósitos com gradação funcional apresentam dois componentes: uma fase, denominada *fase 1*, que confere maior resistência térmica à estrutura, sendo utilizados, para tanto, os materiais cerâmicos; e o outro constituinte, chamado de *fase 2*, o qual apresenta elevada resistência mecânica e é formado por metal ou liga metálica. A funcionalidade graduada oferece uma menor incidência de concentração e/ou descontinuidade de tensões e deformações à estrutura.

São fatores de influência nas propriedades do FGM: a forma e dimensões das fases; a orientação, dispersão e distribuição dos constituintes; o carregamento aplicado; e as condições de contorno (CHO & HA, 2001; NADEAU & FERRARI, 1999).

A Figura 2-6 apresenta uma ilustração esquemática da microestrutura típica dos materiais compósitos com gradação funcional, a partir de observações experimentais, onde se nota a formação de três regiões distintas. Numa primeira zona, prevalece em sua constituição o material da fase 2 em relação ao da fase 1. Sendo assim, as partículas discretas da fase 2 são tratadas como o *reforço* desta

região, ao passo que a fase 1 constitui a *matriz* contínua da mesma. Numa região intermediária, denominada *zona de transição*, ambos os materiais exibem praticamente a mesma proporção. Finalmente, existe uma terceira área, em que há o predomínio da fração volumétrica do material da fase 1, em relação ao material da fase 2. Deste modo, as fases 1 e 2 se apresentam como o reforço e a matriz desta porção, respectivamente.

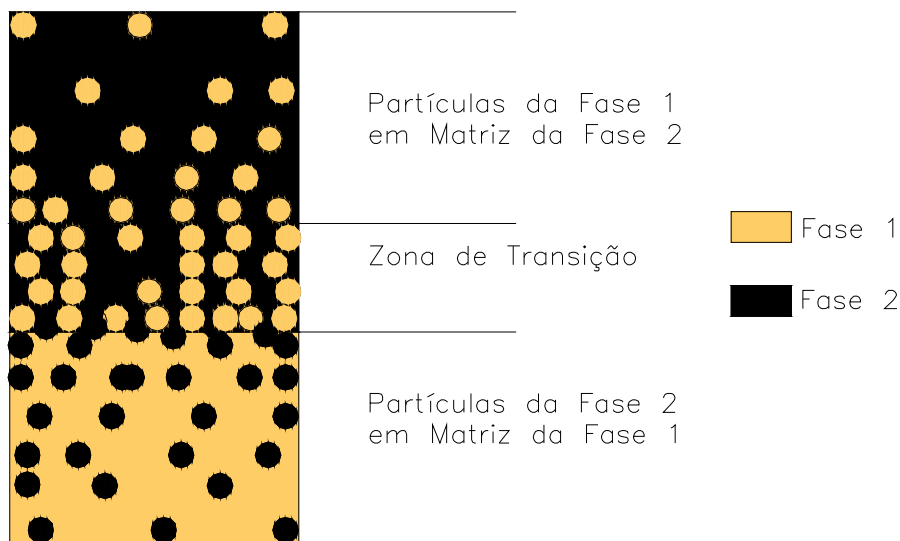


Figura 2-6 – Microestrutura típica de uma amostra em FGM (YIN et al, 2004).

Basicamente, existem duas categorias de produção dos materiais compósitos com gradação funcional, segundo MORTENSEN & SURESH (1995). A primeira categoria, denominada processo construtivo, produz gradientes pelo empilhamento de dois ou mais materiais iniciais, permitindo o controle automático da composição do material resultante. Dentre as técnicas pertencentes a este processo, destacam-se a consolidação do pó; o revestimento; e a laminação. Já a segunda categoria, chamada de processos baseados no transporte, utiliza o fenômeno do transporte natural para criar os gradientes composicional e microestrutural durante a produção do FGM. Os processos baseados no transporte incluem processos de transporte de massa; térmicos; de separação e sedimentação por centrifugação; de infiltração e macro-segregação por fluxo *darciiano*.

2.3.2

Modelos

Parte significativa dos modelos representativos do comportamento do material com gradação funcional se baseiam nos métodos comuns aos compósitos convencionais, tais como a regra das misturas, os problemas inversos, o método de Mori-Tanaka, os modelos autoconsistentes e o método das células (CHO & HA, 2001). Alguns destes se mostram extremamente sensíveis à escolha do material para inclusão ou matriz (CAVALCANTE, 2006). Outros ainda, por terem sido desenvolvidos para misturas homogêneas com concentração constante das partículas, não são capazes de incorporar o gradiente material característico dos FGMs. Desta maneira, faz-se necessária a adaptação destes modelos (YIN et al, 2004).

São apresentadas, a seguir, algumas das principais metodologias de análise termomecânica dos FGM.

2.3.2.1

Método dos elementos finitos gradados

Pesquisadores, como LI & ZOU (1998) e KIM & PAULINO (2002), formularam um modelo de análise das características do material com gradação funcional por meio de elementos finitos isoparamétricos, introduzindo a funcionalidade graduada na determinação das propriedades do material compósito com gradação funcional a partir das propriedades de cada um de seus constituintes. Para tanto, considerou-se a axissimetria (Fig. 2-7) dos referidos elementos.

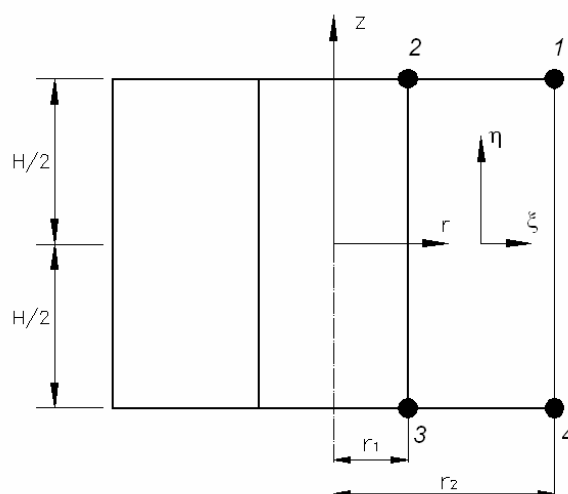


Figura 2-7 – Vista lateral da estrutura cilíndrica em FGM.

Tal método é usualmente aplicado nos problemas de análise de tensões, sendo sua formulação obtida através do princípio da energia potencial mínima.

A matriz deformação-deslocamento $[B]$ do referido elemento é obtida por meio da equação a seguir:

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} & \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial \eta}{\partial \xi} & 0 \\ \frac{N_i}{r} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Já a matriz constitutiva elementar $[C]$ é dada por:

$$[C] = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu}{(1-\nu)} & \frac{\nu}{(1-\nu)} & 0 \\ \frac{\nu}{(1-\nu)} & 1 & \frac{\nu}{(1-\nu)} & 0 \\ \frac{\nu}{(1-\nu)} & \frac{\nu}{(1-\nu)} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

A partir das coordenadas locais (ξ, η) , obtêm-se as coordenadas globais (r, z) de um dado ponto do elemento:

$$r = \sum_{i=1}^m N_i(\xi, \eta) r_i \quad (2.7a)$$

$$z = \sum_{i=1}^m N_i(\xi, \eta) z_i \quad (2.7b)$$

onde N_i são as funções de forma correspondentes ao nó i , e m é o número de nós do elemento.

Para um elemento isoparamétrico, os deslocamentos no interior do mesmo são interpolados, conforme segue:

$$u = \sum_{i=1}^m N_i(\xi, \eta) u_i \quad (2.8a)$$

$$w = \sum_{i=1}^m N_i(\xi, \eta) w_i \quad (2.8b)$$

em que (u_i, w_i) indicam os deslocamentos na direção r e z , respectivamente.

As propriedades do material em um dado ponto são expressas por:

$$E = \sum_{i=1}^m N_i(\xi, \eta) E_i \quad (2.9a)$$

$$\nu = \sum_{i=1}^m N_i(\xi, \eta) \nu_i \quad (2.9b)$$

onde (E_i, ν_i) representam as propriedades materiais no nó i do elemento.

A partir das eqs. 2.5, 2.6 e 2.9 e do determinante do Jacobiano ($\det J$), monta-se a matriz de rigidez do elemento $[K]^e$, conforme expressão abaixo:

$$[K]^e = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B]^T [C]^T [B] r \det J d\xi d\eta \quad (2.10)$$

A matriz de rigidez do elemento pode ser calculada através de técnicas de integração numérica, no domínio das coordenadas.

As matrizes de rigidez de cada elemento e os vetores de força nodal são combinados para formar a matriz de rigidez $[K]$ e o vetor de forças nodais $[F]$ generalizados. Assim, o vetor dos deslocamentos nodais globais pode ser obtido, resolvendo o seguinte sistema de equações:

$$[K][u] = [F] \quad (2.11)$$

Finalmente, as tensões em um ponto qualquer do elemento especificado são determinadas a partir da expressão a seguir:

$$[\sigma] = [D]^e [\varepsilon] = [D]^e [B][q] \quad (2.12)$$

em que $[q]$ indica os deslocamentos nodais no elemento especificado.

2.3.2.2

Método de Tutuncu & Ozturk

TUTUNCU & OZTURK (2001) desenvolveram um modelo de análise de tensões para vasos de pressão cilíndricos em FGM, resultante da solução da equação de Euler-Cauchy, cujas raízes (m_1 e m_2) são dadas por:

$$m_1 = \frac{1}{2} \left(-p - \sqrt{4 + p^2 - 4p \frac{\nu}{(1-\nu)}} \right) \quad (2.13a)$$

$$m_2 = \frac{1}{2} \left(-p + \sqrt{4 + p^2 - 4p \frac{\nu}{(1-\nu)}} \right) \quad (2.13b)$$

Admite-se, para tanto, a constância do coeficiente de Poisson (ν) e a variação exponencial do módulo de elasticidade (E) do material na espessura do vaso de pressão, conforme a expressão abaixo:

$$E(r) = E_0 r^p \quad (2.14)$$

onde r é uma dada posição radial normalizada, E_0 é o módulo de elasticidade na superfície externa ($r = r_e$), e p , uma constante de não-homogeneidade, obtida empiricamente.

Considerando o estado plano de deformações e a axissimetria, e a partir das equações de deformação-deslocamento e constitutivas, obtêm-se as respectivas expressões para a distribuição das tensões radiais (σ_r) e circunferenciais (σ_θ) em vasos de pressão cilíndricos espessos de raio interno r_i e raio externo r_e , submetidos à pressão interna (P):

$$\sigma_r = - \frac{P \left(\frac{r_i}{r_e} \right)^{l-p} (r^{m_1} - r^{m_2}) r^{p-1}}{\left(\frac{r_i}{r_e} \right)^{m_1} - \left(\frac{r_i}{r_e} \right)^{m_2}} \quad (2.15a)$$

$$\sigma_\theta = \frac{P \left(\frac{r_i}{r_e} \right)^{l-p} (\chi_1 - \chi_2)}{\left(\left(\frac{r_i}{r_e} \right)^{m_1} - \left(\frac{r_i}{r_e} \right)^{m_2} \right) (m_1(\nu-1) - \nu)(m_2(\nu-1) - \nu)} \quad (2.15b)$$

no qual:

$$\chi_1 = r^{m_1} (m_2(\nu-1) - \nu) ((m_1-1) - \nu) \quad (2.16a)$$

$$\chi_2 = r^{m_2} (m_1(\nu-1) - \nu) ((m_2-1) - \nu) \quad (2.16b)$$

2.3.2.3

Método de Afsar e Sekine

AFSAR & SEKINE (2001) implementaram uma modelagem de dutos circulares espessos em FGM, considerando os efeitos do processo construtivo, como a presença de deformações residuais (ε^*).

Seja um duto em FGM, de raio interno r_0 e raio externo r_n , sujeito à pressão interna p , discretizado em n camadas infinitesimais homogêneas (Figura 2-8).

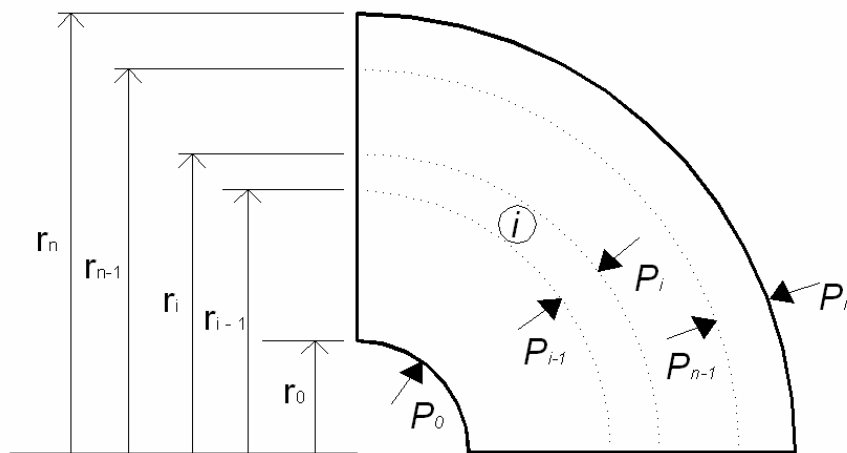


Figura 2-8 – Camadas de um duto em FGM.

Considerando o estado plano de deformações e as condições de axissimetria, sobrevêm as seguintes expressões para tensões radiais, circunferenciais e axiais numa dada camada i , de módulo de elasticidade E_i e coeficiente de Poisson ν_i :

$$\sigma_r = \frac{c_i^2 P_{i-1}^f}{1 - c_i^2} \left[1 - \frac{r_i^2}{r^2} \right] - \frac{P_i^f}{1 - c_i^2} \left[1 - c_i^2 \frac{r_i^2}{r^2} \right] \quad (2.17a)$$

$$\sigma_\theta = \frac{c_i^2 P_{i-1}^f}{1 - c_i^2} \left[1 + \frac{r_i^2}{r^2} \right] - \frac{P_i^f}{1 - c_i^2} \left[1 + c_i^2 \frac{r_i^2}{r^2} \right] \quad (2.17b)$$

$$\sigma_x = \frac{2\nu_i}{1 - c_i^2} (c_i^2 P_{i-1}^f - P_i^f) - E_i \varepsilon_i^* \quad (2.17c)$$

onde:

$$c_i = \frac{r_{i-1}}{r} \quad (2.18a)$$

$$P_i^f = p_i^f - p_i^{*f} \quad (2.18b)$$

em que p_i^f denota a pressão interna aplicada p , e p_i^{*f} advém da deformação residual ε^* .

A componente do deslocamento da camada i , por sua vez, é expressa por:

$$u_i^f = \frac{(1+\nu_i)(1-2\nu_i)r_i}{E_i(1-c_i^2)} \left[c_i^2 P_{i-1}^f \left\{ \frac{r}{r_i} + \frac{1}{1-2\nu_i} \frac{r_i}{r} \right\} - P_i^f \left\{ \frac{r}{r_i} + \frac{c_i^2}{1-2\nu_i} \frac{r_i}{r} \right\} \right] + (1+\nu_i)\varepsilon_i^* r \quad (2.19)$$

As pressões desconhecidas p_i^f e p_i^{*f} são determinadas resolvendo o seguinte sistema linear de equações, obtidas da condição de compatibilidade do deslocamento radial na interface ($r = r_i$) entre as camadas i e $i-1$:

$$\delta_{i,j-1}^f r_{i-1} p_{i-1}^f + \delta_{i,j}^f r_i p_i^f + \delta_{i,j+1}^f r_{i+1} p_{i+1}^f = 0 \quad (2.20a)$$

$$\delta_{i,j-1}^f r_{i-1} p_{i-1}^{*f} + \delta_{i,j}^f r_i p_i^{*f} + \delta_{i,j+1}^f r_{i+1} p_{i+1}^{*f} = r_i \left[(1+\nu_{i+1})\varepsilon_{i+1}^* - (1+\nu_i)\varepsilon_i^* \right] \quad (2.20b)$$

$$i = 1, 2, \dots, n-1$$

em que:

$$\delta_{i,j-1}^f = \frac{2c_i(1-\nu_i^2)}{E_i(1-c_i^2)} \quad (2.21a)$$

$$\delta_{i,j}^f = -\frac{1+\nu_i}{E_i(1-c_i^2)} \left[1+c_i^2-2\nu_i \right] - \frac{1+\nu_{i+1}}{E_{i+1}(1-c_{i+1}^2)} \left[1+c_{i+1}^2-2\nu_{i+1}c_{i+1}^2 \right] \quad (2.21b)$$

$$\delta_{i,j+1}^f = \frac{2c_{i+1}(1-\nu_{i+1}^2)}{E_{i+1}(1-c_{i+1}^2)} \quad (2.21c)$$

2.3.2.4

Método de Jabbari

JABBARI et al (2002) propõem um método direto de avaliação do comportamento termomecânico de estruturas cilíndricas com material com gradação funcional, por intermédio da solução da equação de Navier.

Segundo o modelo estabelecido, as tensões radiais e circunferenciais são obtidas das expressões a seguir:

$$\sigma_r = \frac{E_0}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[\begin{aligned} & \left((1-\nu)\eta_1 + \nu \right) B_1 r^{\eta_1 + m_1 - 1} + \left((1-\nu)\eta_2 + \nu \right) B_2 r^{\eta_2 + m_1 - 1} \\ & \times \left((1-\nu)m_2 + 1 \right) D_1 - \frac{(1+\nu)\alpha_0 A_2}{m_3} \Big) r^{m_1 + m_2} + \\ & \left((1-\nu)(m_2 - m_3) + 1 \right) D_2 - \frac{(1+\nu)\alpha_0 A_1}{m_3} \Big) r^{m_1 + m_2 - m_3} \end{aligned} \right] \quad (2.22a)$$

$$\sigma_\theta = \frac{E_0}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[\begin{aligned} & \left(\nu\eta_1 + 1 - \nu \right) B_1 r^{\eta_1 + m_1 - 1} + \left(\nu\eta_2 + 1 - \nu \right) B_2 r^{\eta_2 + m_1 - 1} \times \\ & \left(\nu m_2 + 1 \right) D_1 - \frac{(1+\nu)\alpha_0 A_2}{m_3} \Big) r^{m_1 + m_2} + \\ & \left(\nu(m_2 - m_3) + 1 \right) D_2 - \frac{(1+\nu)\alpha_0 A_1}{m_3} \Big) r^{m_1 + m_2 - m_3} \end{aligned} \right] \quad (2.22b)$$

em que E_0 , α_0 e ν são constantes do material; p_1 , p_2 e p_3 constituem os coeficientes de não-homogeneidade do mesmo; η_1 e η_2 representam as raízes da equação de Navier; e A_1 , A_2 , B_1 , B_2 , D_1 e D_2 são parâmetros dependentes das condições de contorno para a condução térmica do FGM.

2.3.2.5

Modelo TTO

Para se determinar as propriedades mecânicas dos materiais com gradação funcional através da regra das misturas, são necessárias as devidas adaptações ao FGM, uma vez que a distribuição de seus componentes é conceitualmente variável ao longo da espessura da estrutura. Dentre as técnicas estabelecidas na avaliação das características do FGM seguindo esta concepção, destaca-se o modelo idealizado por Tamura, Tomato e Ozawa, denominado modelo TTO (JIN et al, 2003).

Segundo o método mencionado, as tensões (σ), as deformações (ε), o módulo de elasticidade (E) e o coeficiente de Poisson (ν) de um FGM estão relacionados com as propriedades respectivas dos seus componentes – fases 1 e 2 – bem como

com a fração volumétrica (V) dos mesmos, e o coeficiente de transferência q , estabelecido em função das tensões e deformações presentes nos componentes do FGM, conforme segue:

$$\sigma = V_1\sigma_1 + V_2\sigma_2 \quad (2.23a)$$

$$\varepsilon = V_1\varepsilon_1 + V_2\varepsilon_2 \quad (2.23b)$$

$$q = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{|\varepsilon_1 - \varepsilon_2|} \quad (2.23c)$$

$$\nu = V_1\nu_1 + V_2\nu_2 \quad (2.23d)$$

$$\alpha = V_1\alpha_1 + V_2\alpha_2 \quad (2.23e)$$

$$I = V_1 + V_2 \quad (2.23f)$$

$$E = \left[V_2 E_2 \frac{q + E_2}{q + E_1} + (I - V_2) E_1 \right] / \left[V_2 \frac{q + E_2}{q + E_1} + (I - V_2) \right] \quad (2.23g)$$

O coeficiente de transferência q ($0 < q < \infty$) se apresenta como parâmetro empírico, dependendo assim das propriedades dos materiais constituintes, da interação microestrutural dentro do compósito e das tensões induzidas durante o processo de fabricação. Por exemplo, $q \rightarrow \infty$ se os elementos constituintes deformarem identicamente na direção do carregamento, enquanto $q = 0$ se os componentes estiverem no mesmo nível de tensões (MORTENSEN & SURESH, 1997; JIN & DOODS, 2004).

Para aplicações envolvendo a deformação plástica de compósitos metal-cerâmicos (frágil-dúctil), o modelo TTO assume que o escoamento do compósito ocorre conforme o seu constituinte metálico. Assim, a tensão de escoamento do compósito, σ_Y , é determinada a partir da tensão do escoamento do metal (σ_0) por:

$$\sigma_Y = \sigma_0 \left[V_2 + \frac{q + E_2}{q + E_1} \frac{E_1}{E_2} (I - V_2) \right] \quad (2.24)$$

Para um modelo bi-linear idealizado do metal, de módulo tangente H_2 , o modelo TTO determina que o compósito também acompanha a resposta bi-linear, como módulo de encruamento tangente H , definido por:

$$H = \left[V_2 H_2 \frac{q + E_2}{q + E_1} + (1 - V_2) E_1 \right] / \left[V_2 \frac{q + E_2}{q + E_1} + (1 - V_2) \right] \quad (2.25)$$

Para muitos metais estruturais, o modelo bi-linear simplista não abrange adequadamente a variação na taxa de endurecimento da deformação sob fluxo plástico crescente. Assim, de acordo com JIN et al (2003) obtêm-se as seguintes equações paramétricas para determinação da curva tensão-deformação para o compósito:

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_Y} = \frac{V_1 E}{q + E_1} \frac{\sigma_2}{\sigma_Y} + \frac{(q + V_2 E_1) E}{(q + E_1) E_2} \frac{\sigma_0}{\sigma_Y} \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_0} \right)^{n_0} \quad (2.26a)$$

$$\frac{\sigma}{\sigma_Y} = \frac{V_2 q + E_1}{q + E_1} \frac{\sigma_2}{\sigma_Y} + \frac{V_1 q E_1}{(q + E_1) E_2} \frac{\sigma_0}{\sigma_Y} \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_0} \right)^{n_0} \quad (2.26b)$$

onde n_0 representa o expoente de endurecimento do metal.

A Figura 2-9 apresenta a curva tensão-deformação em determinada posição de uma estrutura em material compósito descrito pelo modelo TTO.

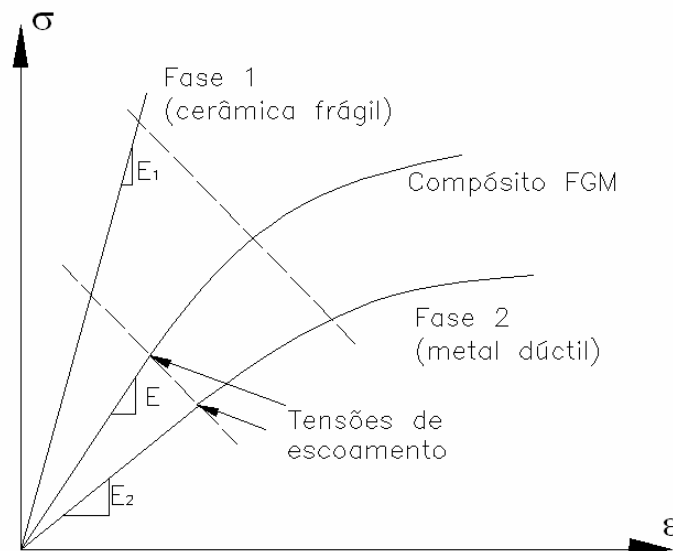


Figura 2-9 – Curva tensão-deformação dos materiais no modelo TTO (JIN, 2003).

A distribuição dos componentes do material com gradação funcional pode obedecer a diversas leis de formação, como polinomial, exponencial, trigonométrica,

etc. No presente caso, as frações volumétricas das fases 1 e 2 do FGM são expressas respectivamente por :

$$V_1 = \left[\frac{(r_e - r)}{(r_e - r_i)} \right]^p \quad (2.27a)$$

$$V_2 = \left[\frac{(r - r_i)}{(r_e - r_i)} \right]^p \quad (2.27b)$$

$$R = \left[\frac{(r - r_i)}{(r_e - r_i)} \right] \quad (2.27c)$$

no qual r_i e r_e são os raios interno e externo do duto, r é a posição radial em questão, R é a posição radial normalizada, e p é o chamado coeficiente de não-homogeneidade, ou heterogeneidade, do material com gradação funcional, determinado empiricamente.

A Figura 2-10 apresenta a distribuição volumétrica do material da fase 2 do FGM na espessura do duto, para diversos níveis de heterogeneidade do material.

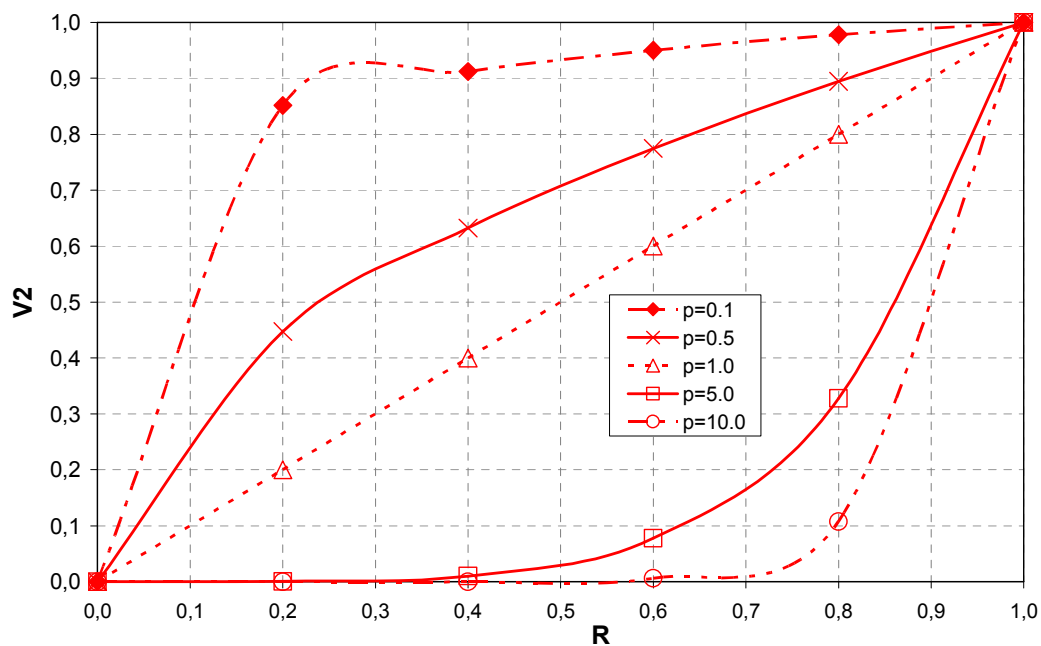


Figura 2-10 – Gráfico Fração Volumétrica da Fase 2 do FGM (V_2) Versus Posição radial normalizada (R), em função de p .

Para fins de análise da variação das propriedades mecânicas dos materiais compósitos com gradação funcional, consideremos duas classes distintas de FGM, Ti-TiB e Ni-Al₂O₃, cujas propriedades dos seus constituintes estão expressas nas tabelas abaixo, de acordo com Jin et al (2003):

Tabela 2-1 – Propriedades dos materiais constituintes do FGM em Ti-TiB.

Propriedade do material	TiB	Ti
Módulo de elasticidade (GPa)	375	107
Coefficiente de Poisson	0,14	0,34

Tabela 2-2 – Propriedades dos materiais constituintes do FGM em Ni-Al₂O₃.

Propriedade do material	Al ₂ O ₃	Ni
Módulo de elasticidade (GPa)	393,0	199,5
Coefficiente de Poisson	0,30	0,25

As Figs.2-11 e 2-12 apresentam a variação do módulo de elasticidade na espessura do duto em Ti-TiB e Ni-Al₂O₃, nesta ordem:

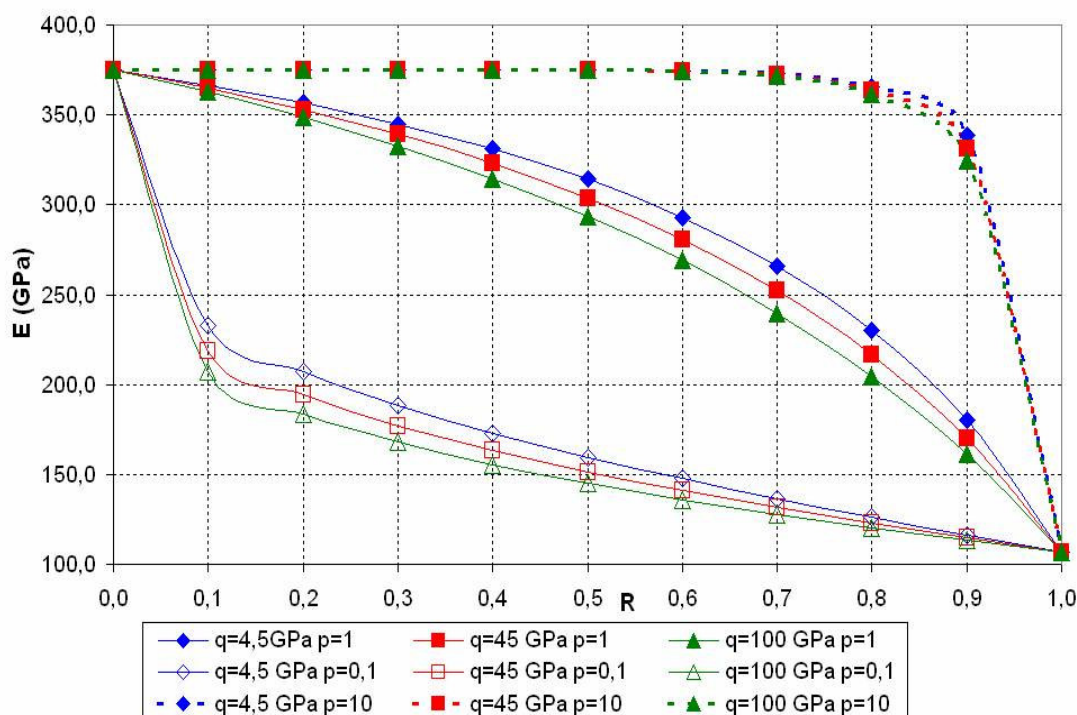


Figura 2-11 – Gráfico Módulo de elasticidade do FGM em Ti-TiB Vs. Posição radial normalizada.

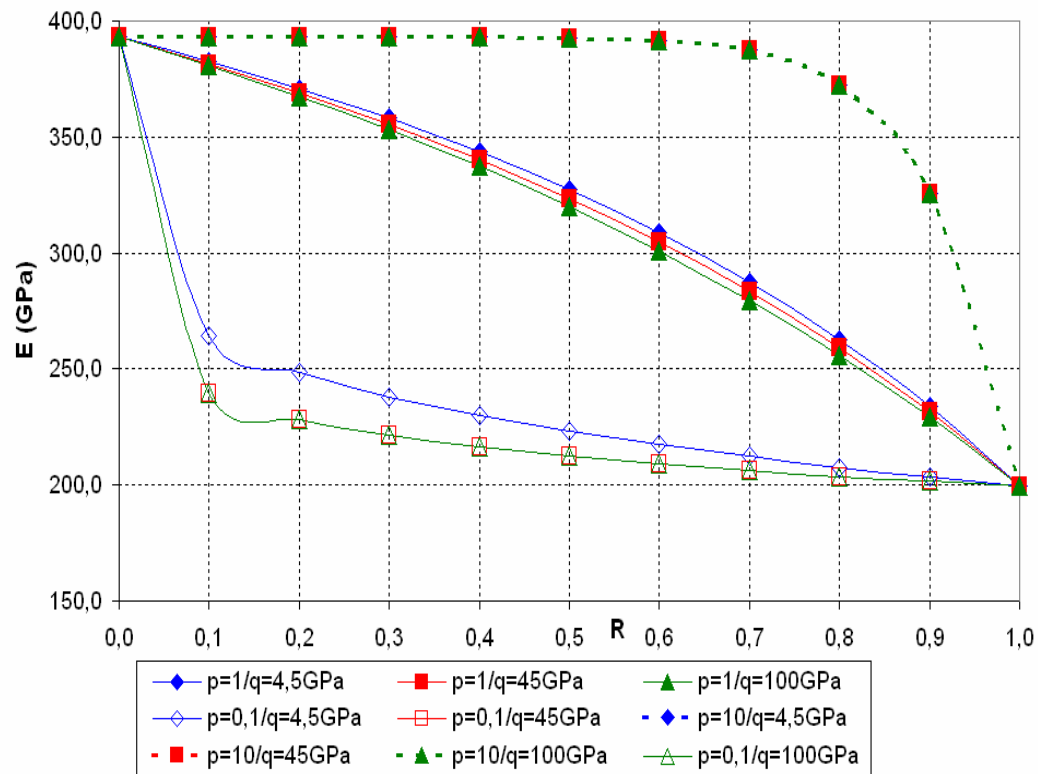


Figura 2-12 – Gráfico Módulo de elasticidade do FGM em Ni-Al₂O₃ Vs.Posição radial normalizada.