

Amanda Cunha Silva

**Análise de Desempenho de
Códigos Turbo**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA
Programa de Pós-graduação em
Engenharia Elétrica

Rio de Janeiro
Dezembro de 2006

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA
DO RIO DE JANEIRO



Amanda Cunha Silva

Análise de Desempenho de Códigos Turbo

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica do Departamento de Engenharia Elétrica da PUC-Rio

Orientador: Prof. Weiler Alves Finamore

Rio de Janeiro
Dezembro de 2006



Amanda Cunha Silva

Análise de Desempenho de Códigos Turbo

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica do Departamento de Engenharia Elétrica do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Weiler Alves Finamore

Orientador

Departamento de Engenharia Elétrica — PUC-Rio

Prof. José Mauro Pedro Fortes

Departamento de Engenharia Elétrica — PUC-Rio

Prof. Cecílio José Lins Pimentel

Departamento de Eletrônica e Sistemas — UFPE

Prof. José Eugênio Leal

Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico —
PUC-Rio

Rio de Janeiro, 01 de Dezembro de 2006

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Amanda Cunha Silva

Graduou-se na Universidade Federal do Pará, cursando Engenharia Elétrica, no ano de 2004.

Ficha Catalográfica

Silva, Amanda Cunha

Análise de Desempenho de Códigos Turbo/ Amanda Cunha Silva; orientador: Weiler Alves Finamore. — Rio de Janeiro : PUC–Rio, Departamento de Engenharia Elétrica, 2006.

v., 106 f.: il. ; 29,7 cm

Dissertação (mestrado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Elétrica.

Inclui referências bibliográficas.

1. Engenharia Elétrica – Teses. 2. Códigos turbo. 3. Codificação de canal. 4. Teoria das comunicações. 5. Grafos-fatores. 6. Códigos turbo puncionados. 7. Códigos turbo encurtados. I. Finamore, Weiler Alves. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Elétrica. III. Título.

CDD: 621.3

Para Celso, Helenice, Marina e Danilo.

Agradecimentos

Em especial, aos meus pais, Celso e Helenice, e à minha irmã, Marina, pelo amor, carinho, apoio, dedicação, incentivo, por serem fundamentais e sempre presentes em minha vida.

Ao meu orientador, prof. Weiler Finamore, pela amizade, paciência, compreensão, confiança e excelente orientação, que me motivaram para a conclusão deste trabalho e me permitiram caminhar na direção certa.

Aos meus professores da UFPA, João Tavares Pinho e Evaldo Pelaes, que me ajudaram a subir o primeiro degrau na conquista deste objetivo.

Aos professores José Mauro Fortes e Cecílio Pimentel, pela leitura cuidadosa e pelas valiosas sugestões para a melhoria deste trabalho.

Ao meu amigo Tiago, pela amizade, lealdade, apoio, cuidado e carinho, por estar presente nos momentos difíceis, ajudando-me a superá-los.

A Danilo, meu amigo sempre prestativo e dedicado, meu leitor criterioso, minha essência e minha maior motivação para realização deste trabalho, agradeço por todo amor, apoio, carinho e dedicação.

Aos amigos do CETUC, especialmente Fabrício, Fabian, Cláudia, Deolinda, Juan, Aureo, Guilherme, e aos meus grandes amigos Briza, Marcos, Gian, Cláudia, Álvaro e Ivan, amigos de todas as horas.

Agradeço também a todos que fazem parte da comunidade do CETUC e da PUC-Rio, que direta ou indiretamente contribuíram para a realização deste trabalho, e ao CNPq, pelo apoio financeiro.

Resumo

Silva, Amanda Cunha; Finamore, Weiler Alves. **Análise de Desempenho de Códigos Turbo**. Rio de Janeiro, 2006. 106p. Dissertação de Mestrado — Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Códigos turbo são uma técnica de correção de erro eficiente que vem sendo proposta em diversos padrões de comunicações atuais. Esta técnica apresenta um desempenho que se aproxima dos limites teóricos estabelecidos na Teoria da Informação. A razão para o excelente desempenho deste tipo de código baseia-se em dois fatores: uma estrutura de codificação composta por codificadores concatenados e um procedimento iterativo para a decodificação. Neste trabalho é realizada uma revisão da literatura onde a decodificação de códigos turbo é discutida segundo duas abordagens: uma que se baseia na estrutura dos codificadores empregados e outra baseada na teoria de grafos-fatores. O desempenho destes códigos é avaliado através de simulações. São considerados fatores como a estrutura dos codificadores, o tipo de modulação empregada, o algoritmo de decodificação utilizado, entre outros. Códigos derivados de códigos turbo através de puncionamento e encurtamento são também examinados neste trabalho.

Palavras-chave

Códigos turbo; codificação de canal; grafos-fatores; teoria das comunicações; códigos turbo puncionados; códigos turbo encurtados.

Abstract

Silva, Amanda Cunha; Finamore, Weiler Alves. **Performance Analysis of Turbo Codes**. Rio de Janeiro, 2006. 106p. MSc. Dissertation — Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Turbo codes are an efficient error correcting technique that has been proposed for many communications standards. This technique achieves a performance that is near the theoretical limits established by Information Theory. The reason for this excellent performance of turbo codes relies on two aspects: a coding structure that is composed by concatenated encoders and an iterative decoding procedure. In the literature, two approaches for turbo decoding are presented: one that is based on the encoder structure and another that is built around the factor graphs theory. Both approaches are discussed in this work. Performance evaluation for these codes are obtained through simulations. Some aspects such as encoder structure, modulation scheme and decoding algorithm are considered and evaluated. Also codes derived from turbo codes by puncturing and shortening have been studied in this work.

Keywords

Turbo codes; channel coding; communications theory; factor graphs, punctured turbo codes, shortened turbo codes.

Conteúdo

1	Introdução	13
2	Codificação	19
2.1	Códigos Convolucionais	19
2.2	Códigos Convolucionais Modificados por Puncionamento	29
2.3	Codificadores Concatenados	31
2.4	Códigos Turbo	35
3	Decodificação Turbo	39
3.1	Algoritmo MAP(BCJR)	40
3.2	Decodificação Iterativa	48
4	Códigos Turbo e a Teoria dos Grafos-Fatores	51
4.1	Marginalização Utilizando Grafos-Fatores	52
4.2	Modelagem de Sistemas Utilizando Grafos-Fatores	59
4.3	O Algoritmo MAP	63
4.4	Decodificação Turbo e sua Interpretação em Grafos-Fatores	70
5	Simulações	77
5.1	Simulador Turbo	77
5.2	Desempenho de Códigos Turbo	78
5.3	Algoritmos de Decodificação	82
5.4	Critérios de Parada	84
5.5	Entrelaçador	89
5.6	Puncionamento	92
5.7	Código Turbo Encurtado	94
5.8	Turbo e Outras Modulações	98
6	Conclusões	100
6.1	Sugestões para Trabalhos Futuros	101
	Bibliografia	101
A	Cálculo de $P(\mathbf{m}, \sigma, \mathbf{c})$	105

Lista de Figuras

1.1	Desigualdade em (1-4) para as taxas $R = 1/3, 1/2, 2/3, 3/4, 5/6$.	15
1.2	Sistema de comunicação simplificado.	16
2.1	Codificador convolucional com $R = 1/2$.	21
2.2	Codificador convolucional correspondente à matriz em (2-22), $R = 2/3$.	25
2.3	Grafo genérico.	26
2.4	Quatro estágios da treliça para o codificador da Fig. 2.1.	29
2.5	Dois estágios da treliça do código-mãe representando um estágio da treliça do código puncionado.	30
2.6	Modelo de entrelaçador.	32
2.7	Função de entrelaçamento.	32
2.8	Modelo de codificadores concatenados em série.	34
2.9	Codificador turbo genérico.	36
2.10	Codificador turbo.	38
3.1	Diagrama de blocos simplificado de um decodificador turbo.	39
3.2	Transição de estado ($\sigma_t = s, \sigma_{t+1} = s'$) na treliça do código.	41
3.3	Diagrama de blocos de um decodificador turbo.	49
4.1	Grafo-fator para Eq. (4-2).	54
4.2	Propagação de mensagens entre os nós x e f em \mathcal{G} .	55
4.3	Grafo-fator genérico.	57
4.4	Grafo-fator correspondente a um código convolucional.	61
4.5	Grafo-fator correspondente a um código convolucional, incluindo os modelos comportamental e probabilístico.	62
4.6	Grafo-fator correspondente a um código convolucional sistemático $(2, 1, K)$.	63
4.7	Grafo-fator simplificado correspondente a um código convolucional sistemático $\mathcal{C} = (2, 1, K)$.	63
4.8	Propagação de mensagens na seção T_t de \mathcal{G} .	65
4.9	Propagação de mensagens no domínio logarítmico na seção T_t de \mathcal{G} .	70
4.10	a) Codificador turbo \mathcal{C} ; b) Grafo-fator \mathcal{G} , correspondente a \mathcal{C} .	71
4.11	Propagação de mensagens para decodificação turbo iterativa.	73
4.12	Codificador turbo \mathcal{C} associado ao modulador \mathcal{M} .	74
4.13	Grafo-fator de um codificador turbo associado à modulação ASK-4.	76
5.1	Diagrama de blocos para o simulador turbo.	79
5.2	Influência do número de iterações no desempenho do código turbo $\mathcal{C} = (21, 37, 4096)$. $R = 1/3$, MAP, BPSK, AWGN.	80
5.3	Influência de N no desempenho do código turbo $\mathcal{C} = (21, 37, N)$. $R = 1/3$, $l = 8$ para $N = 420, 1024, 2048$, $l = 18$ para $N = 4096, 8192$, MAP, BPSK, AWGN.	81

5.4	Curva de desempenho típica para um código turbo.	82
5.5	Desempenho do código turbo $\mathcal{C} = (17, 15, 2048)$ para os algoritmos MAP, Log-MAP e Max-Log-MAP. $R = 1/3$, $l = 8$, $S = 20$, BPSK, AWGN.	83
5.6	Padrões típicos de blocos na decodificação turbo. Código turbo $(21, 37, 256)$, $R = 1/3$, $l = 18$, MAP, BPSK, AWGN.	86
5.7	Frequência de ocorrência dos padrões de blocos decodificados. Código turbo $(21, 37, 256)$, $R = 1/3$, $l = 18$, MAP, BPSK, AWGN.	86
5.8	Número médio de iterações por bloco para as simulações para o código turbo $\mathcal{C} = (21, 37, 4096)$. $R = 1/3$, MAP, BPSK, AWGN.	88
5.9	Curva de desempenho para o código turbo $\mathcal{C} = (21, 37, 4096)$, $l = 18$ para NIF1 e $l = 6$ para NIF2. $R = 1/3$, MAP, BPSK, AWGN.	88
5.10	Entrelaçador de bloco, 32×32 .	89
5.11	Entrelaçador aleatório.	90
5.12	Entrelaçador S-aleatório, $S = 15$.	90
5.13	Desempenho do código turbo $\mathcal{C} = (17, 15, 2048)$ com os entrelaçadores: de bloco, pseudo-aleatório e S-aleatório. $R = 1/3$, $l = 8$, $S = 20$, MAP, HDA, BPSK, AWGN.	91
5.14	Comparação de desempenho do código turbo $\mathcal{C} = (5, 7, 1200)$ para as taxas $1/3$, $1/2$, $2/3$ e $3/4$. $l = 8$, $S = 15$, MAP, HDA, BPSK, AWGN.	95
5.15	Diagrama de bloco de um codificador turbo encurtado.	96
5.16	Desempenho do código turbo $\mathcal{C} = (5, 7, 1200)$ comparado aos códigos turbo encurtados \mathcal{C}_{1s} e \mathcal{C}_{2s} com $T = 5$. $R = 1/3$, $l = 8$, $S = 15$, MAP, HDA, BPSK, AWGN.	97
5.17	Número médio de iterações para o código turbo $\mathcal{C} = (5, 7, 1200)$ comparado aos códigos turbo encurtados \mathcal{C}_{1s} e \mathcal{C}_{2s} com $T = 5$. $R = 1/3$, $l = 8$, $S = 15$, MAP, HDA, BPSK, AWGN.	97
5.18	Desempenho do código turbo $\mathcal{C} = (21, 37, 2048)$ associado à modulação ASK-4. $R = 1/3$, $L = 8$, MAP, HDA, AWGN.	98
5.19	Desempenho do código turbo $\mathcal{C} = (21, 37, 4096)$ associado à modulação ASK-4. $R = 1/3$, $L = 8$, $S = 29$, MAP, HDA, AWGN.	99

Lista de Algoritmos

2.1	Entrelaçador Pseudo-Aleatório	33
3.1	Decodificação Turbo	49
4.1	Soma-Produto	55

”In theory, there is no difference between theory and practice.
But, in practice, there is.”

Jan L. A. van de Snepscheut, *cientista da computação e educador*.