7
Curva de Disposição a Contratar dos Consumidores

Neste capítulo será apresentada a metodologia para cálculo da curva de disposição a contratar (CDC) dos consumidores em um dos possíveis desenhos de leilões de gás que se poderia adotar (leilão de preço descendente uniforme similares aos de adotados para os contratos de energia existente [19]). Este leilão será caracterizado no próximo capítulo, entretanto, em leilões de contratos de preço uniforme, a estratégia para os competidores se resume basicamente em ofertar quantidades que otimizem alguma medida de performance dos possíveis cenários de lucro futuro em função dos preços de cada rodada do leilão. Assim, neste capitulo será exibida a metodologia utilizada para calcular uma curva de disposição a contratar no mercado flexível que um dado consumidor estaria disposto a adquirir para cada hipótese de preço que poderia ocorrer nas diversas rodadas deste leilão. Assim, o espaço de preços é discretizado e para cada discretização de preço o consumidor deseja minimizar o valor esperado do gasto com a compra de gás considerando a possibilidade de comprar tanto no mercado flexível quanto no firme. Desta forma, para um consumidor avesso a risco, espera-se que à medida que o preço do mercado flexível se aproxime “por baixo” (valores inferiores) ao preço do mercado firme, a quantidade alocada ao mercado flexível seja reduzida em função do aumento das incertezas (riscos de altas despesas com a compra de um combustível alternativos, no caso de interrupção) que este mesmo mercado proporciona frente ao beneficio de preços mais baixos que o mercado firme.

Será feita uma análise de sensibilidade sob a distribuição da despesa dos consumidores, para o ponto de decisão de contratação que o modelo realiza em uma dada hipótese de preço, a fim de demonstrar como o modelo “decide” sob a percepção de risco.

7.1
Cálculo da despesa

Para o desenvolvimento da metodologia serão utilizadas expressões da despesa de um consumidor, composta de três parcelas: despesa do contrato com a distribuidora (não-interruptível), despesa com o contrato com a usina térmica (interruptível) e o seu “*backup*” no caso de interrupção do fornecimento.

A despesa de um consumidor totalmente contratado no mercado firme pode ser definida da seguinte forma:

$$Despesa = Q \times P \qquad (7\text{-}1)$$

Onde,

Despesa	Despesa do consumidor
Q	Quantidade consumida.
P	Preço do contrato firme (R$/MMBTU).

Supondo a possibilidade dos consumidores contratarem uma fração da quantidade consumida em um Mercado Flexível Gás Natural, a modelagem passa a contemplar mais uma parcela na despesa:

$$Despesa = Q_{Firme} \times P_{Firme} + Q_{MF} \times P_{MF} \qquad (7\text{-}2)$$

Sujeito a:

$$Q = Q_{Firme} + Q_{MF} \qquad (7\text{-}3)$$

Onde,

Despesa	Despesa do consumidor
Q_{Firme}	Quantidade consumida no mercado firme
P_{Firme}	Preço do contrato firme (R$/MMBTU)
Q_{MF}	Quantidade contratada no mercado flexível
P_{MF}	Preço do contrato no mercado flexível (R$/MMBTU)

Entretanto, associada à contratação no Mercado Flexível está o custo da contingência devido à possibilidade do consumidor não receber o combustível contratado no Mercado Interruptível. Sendo assim, a conta de Despesa do consumidor com o custo do *backup* fica da seguinte forma:

$$Despesa = Q_{Firme} \times P_{Firme} + Q_{MF}\left(X \times P_{MF} + \boxed{(1 - X) \times P_{Alt}}\right) \qquad (7\text{-}4)$$

Custo do "*Backup*"

Sujeito a:

$$Q = Q_{Firme} + Q_{MF} \qquad (7\text{-}5)$$

Onde,

Despesa	Despesa do consumidor
Q_{Firme}	Quantidade consumida no mercado firme
P_{Firme}	Preço do contrato firme (R$/MMBTU)
Q_{MF}	Quantidade contratada no mercado flexível
P_{MF}	Preço do contrato no mercado flexível (R$/MMBTU)
P_{Alt}	Preço do combustível alternativo – contrato de *backup* (R$/MMBTU)
X	é a disponibilidade % de fornecimento de Gás Natural no mercado flexível e está associada ao percentual do ToP total das térmicas envolvidas no leilão (US$/MMm³), calculado conforme descrito no Capítulo 6.

Como o problema envolve estágios temporais, é necessário indexar as variáveis que podem variar ao longo dos períodos, além disso, para escrevermos a equação de forma mais geral, optou-se por trabalhar com o percentual da Demanda de cada consumidor que será alocada em cada mercado – Firme e Flexível. Assim, a despesa de um determinado consumidor para um contrato por quantidade de gás assume a seguinte forma, em função do preço P (R$/MMBTU) e do montante de contrato $Q_{Leilão}$(MMBTU):

$$Despesa_{t,s} = (1 - Q_{Leilão}) \times P_{Firme,t} + Q_{Leilão}\left[X_{t,s} \times P_{Leilão} + (1 - X_{t,s})P_{Alt}\right] \qquad (7\text{-}6)$$

Onde,

$Despesa_{t,s}$	Despesa no período *t*, série *s*.
$Q_{Leilão}$	Quantidade (% da demanda do consumidor) contratada no mercado flaxível/Leilão (MMBTU).
$P_{Firme,t}$	Preço do contrato firme (R$/MMBTU) para cada período *t*.
$P_{Leilão}$	Preço do contrato flexível/Leilão (R$/MMBTU).
P_{Alt}	Preço do combustível alternativo, para o caso do contrato interruptível ser interrompido (R$/MMBTU).
$X_{t,s}$	% de Gás disponível em relação à Demanda Total no período *t*, série *s*.

7.2
Formação da CDC

A formação da curva de disposição a contratar de cada consumidor consiste em resolvermos o problema de otimização já descrito para uma faixa de preços do contrato interruptível que vai de zero ao preço do contrato firme.

Um caso bastante simplificado, conforme a seguir, facilita o entendimento da metodologia:

Para:

T = 1 (um período)

X = 85% (disponibilidade de entrega do GN neste período)

Preço Firme = 4 US$/MMBTU

Preço Alternativo = 8 US$/MMBTU

Perfil de Risco: Neutro ao Risco

Determinar o preço que é o argumento que minimiza a seguinte função

$$Despesa_S = (1 - Q_{Leilão}) \times P_{Firme} + Q_{Leilão}\left[X_S \times P_{Leilâo} + (1 - X_S)P_{Alt}\right] \qquad (7\text{-}7)$$

Neste caso, o ponto de indiferença, ou seja, o preço ($P_{Leilão}$) a partir do qual o consumidor migra do mercado flexível para o mercado firme é definido da seguinte forma:

$$P_{Firme} = X \times P_{Leilão} + (1 - X) \times P_{Alt}$$
$$4 = 0{,}85 \times P_{Leilão} + (1 - 0{,}85) \times 8$$
$$P_{Leilão} = \frac{4 - 1{,}2}{0{,}85} = \frac{2{,}8}{0{,}85} = \boxed{3{,}29}$$

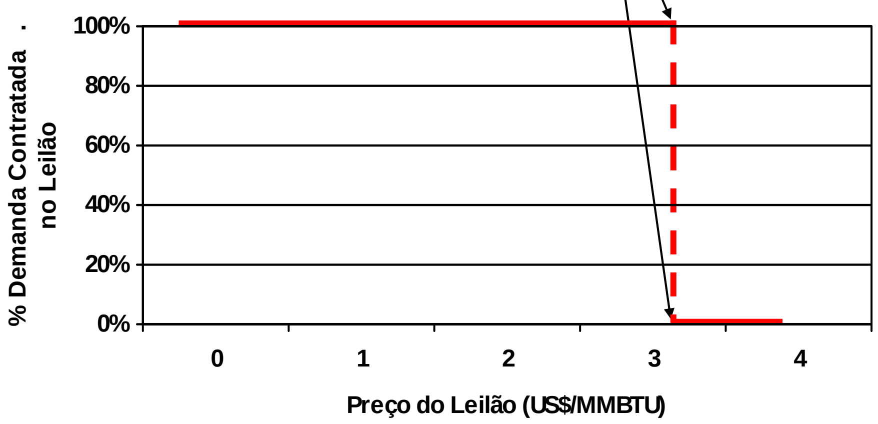


Figura 7.1 – Curva de Disposição a Contratar – Caso Simplificado

Neste caso, a estratégia do consumidor seria uma opção entre contratar-se no mercado firme ou no mercado flexível, e o ponto de descontratação ou migração para o mercado firme seria quando $P_{Leilão} \geq 3{,}29$.

Para o caso com diversas séries, a modelagem é feita com o valor esperado da Despesa, conforme descrito a seguir:

$$\text{Min} \frac{1}{S} \sum_{S} Despesa_s \qquad (7\text{-}8)$$

$$Despesa_S = (1 - Q_{Leilão}) \times P_{Firme} + Q_{Leilão} \left[X_S \times P_{Leilâo} + (1 - X_S) P_{Alt} \right]$$

Sujeito a

$$0 \leq Q_{Leilão} \leq 1 \qquad (7\text{-}9)$$

Esta modelagem implica em:

$$\begin{aligned}&\text{Min}E\left[Despesa_S\right]=\\&\text{Min}E\left[\left(1-Q_{Leilão}\right)\times P_{Firme}+Q_{Leilão}\left[X_S\times P_{Leilâo}+\left(1-X_S\right)P_{Alt}\right]\right]\end{aligned} \tag{7-10}$$

Como $Q_{Leilão}$ está entre zero e um, a equação (7-10) é uma ma combinação convexa entre o Preço Firme e o Preço Composto do Mercado Flexível (P^*_{MF}), sendo este definido da seguinte forma:

$$P^*_{MF}=X_S\times P_{Leilâo}+\left(1-X_S\right)P_{Alt} \tag{7-11}$$

Podemos reescrever a equação **(7-10)**:

$$\text{Min}E\left[\left(1-Q_{Leilão}\right)\times P_{Firme}+Q_{Leilão}\times P^*_{MF}\right] \tag{7-12}$$

Então as soluções possíveis para o problema são as seguintes:

$$\begin{aligned}&\text{Para } E\left[P^*_{MF}\right]>P_{Firme}\rightarrow Q_{Leilão}=0\\&\text{Para } E\left[P^*_{MF}\right]=P_{Firme}\rightarrow \text{Indiferente}: \text{ Solução Múltipla}\\&\text{Para } E\left[P^*_{MF}\right]<P_{Firme}\rightarrow Q_{Leilão}=1\end{aligned} \tag{7-13}$$

A

Figura 7.2 é a representação gráfica do problema. As retas representam as diferentes curvas de preço associadas a cada cenário/série (s), o conjunto de pontos formados pelas retas em $Q_{Leilão}$=1 formam a distribuição do Preço Composto do Mercado Flexível (P^*_{MF}) e é uma composição da curva de distribuição de probabilidade de X_S.

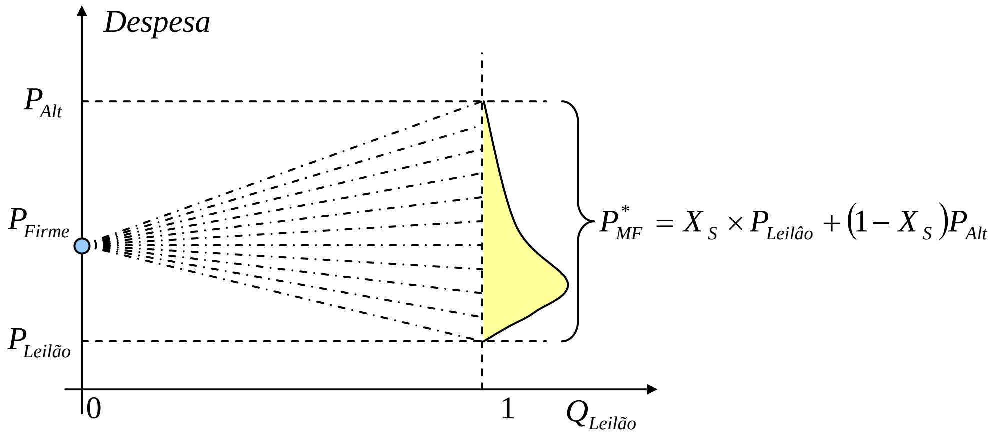


Figura 7.2 – Exemplificação Gráfica do Problema

A decisão ótima do problema está associada à inclinação da reta que liga P_{Firme} a $E[P^{*}_{MF}]$, conforme será demonstrado a seguir:

Se $E[P_{MF}^{*}] > P_{Firme}$

Solução → $Q_{Leilão} = 0$

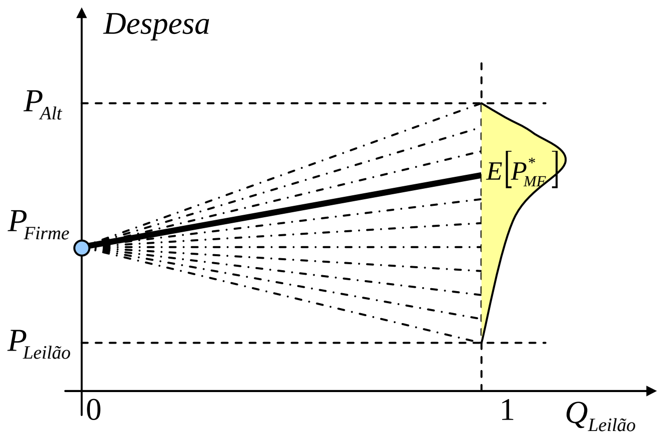


Figura 7.3 – Exemplificação Gráfica do Problema (1)

Neste caso, como o valor esperado do preço composto do mercado flexível é maior que o preço firme, o consumidor opta por permanecer contratado 100% no mercado firme.

Se $E\left[P_{MF}^{*}\right] = P_{Firme}$

Solução Múltipla → $Q_{Leilão}$ = [0;1]

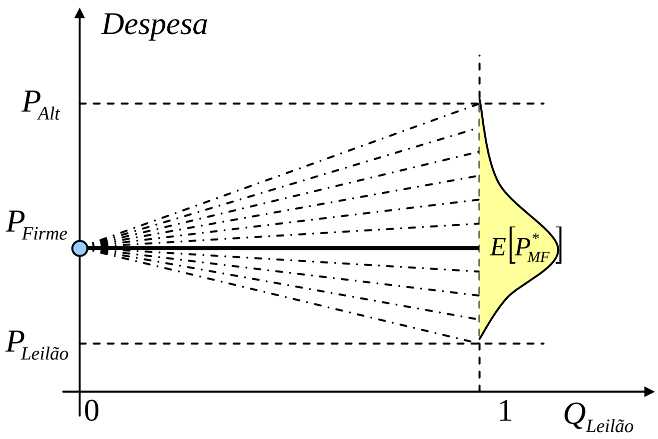


Figura 7.4 – Exemplificação Gráfica do Problema (2)

Neste caso, como o valor esperado do preço composto do mercado flexível é igual que o preço firme, é indiferente para o consumidor contratar no mercado firme ou no mercado flexível. Neste caso, a ausência de uma restrição de risco na modelagem do problema leva o consumidor a ser indiferente entre opções que tem valores esperados (média) iguais, mas riscos (variância) diferentes.

Se $E\left[P_{MF}^{*}\right] < P_{Firme}$

Solução → $Q_{Leilão}$ = 1

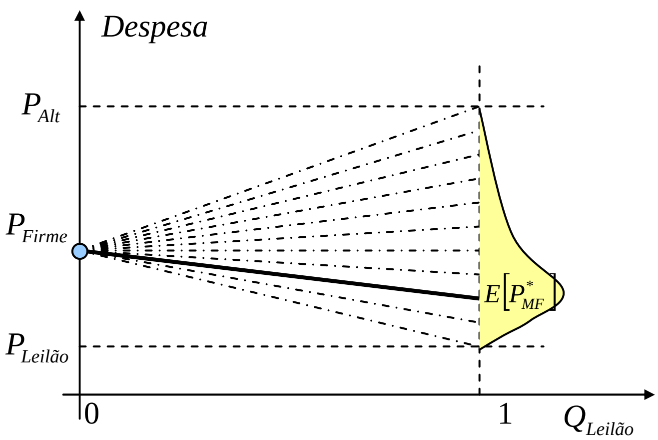


Figura 7-5 – Exemplificação Gráfica do Problema (3)

Analogamente ao primeiro caso, como o valor esperado do preço composto do mercado flexível é menor que o preço firme, desta forma, o consumidor opta por se contratar 100% no mercado flexível.

A curva de disposição a contratar fica da seguinte forma:

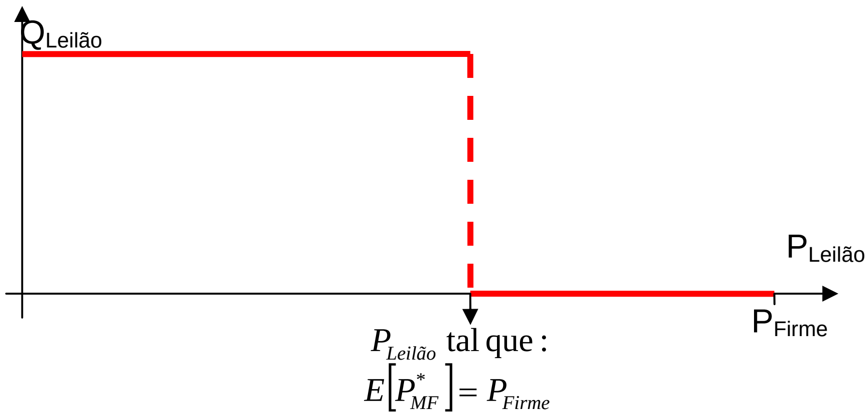


Figura 7.6 – Curva de Disposição a Contratar – Sem restrição de risco

Da mesma forma que no caso simplificado, devido a ausência de uma restrição de risco, o consumidor ainda não monta um portfolio de contratos contemplando o mercado firme e o flexível, pois sua decisão está baseada somente no valor esperado dos preços, sem levar em conta o risco associado a cada decisão. Desta forma, até o ponto onde $E\left[P^{*}_{MF}\right] < P_{Firme}$, o consumidor opta por contratar 100% da sua demanda no mercado flexível e, a partir deste ponto, ele permanece contratado integralmente no mercado firme.

7.3 Medida de aversão ao risco

O próximo passo é determinar o perfil de aversão ao risco de cada consumidor, que refletirá a disposição à contratar, sujeito à disponibilidade de insumo (gás) sob incerteza, que pode gerar uma despesa maior que o caso de comprar 100% do consumo em contratos firmes.

Neste caso, optamos por utilizar a métrica do Valor em Risco – VAR (Value at Risk) como medida de aversão ao risco que, apesar de suas limitações, conforme descrito no item 5.2, é largamente utlizado como instrumento de apoio à decisão e de fácil entedimento[9].

Desta forma, a restrição de risco do problema de otimização será:

$$Despesa_s \leq (1+\delta_c)\times T \times P_{Firme} + M \times (1-K_s) \qquad (7\text{-}14)$$

$$\sum_s K_s \geq \alpha_c \times S \qquad (7\text{-}15)$$

Onde:

δ	Sobrecusto que o consumidor está disposto a pagar no pior dos casos sob determinado nível de confiança (α) → Depende do Consumidor
M	Número muito grande para relativizar a importância do outro termo da equação – *Big M*;
K_s	Verifica quantas vezes a restrição relativa à Despesa **(7-14)** foi respeitada;
α_c	Grau de Confiança → Depende do Consumidor. Representa o percentual de séries que não violaram a restrição de Despesa **(7-14)**;
S	Número de séries.

Quando aplicamos a restrição de risco ao problema, sua formulação matemática fica da seguinte forma:

$$\text{Min}\frac{1}{s}\sum_{S} Despesa_{t,s} \qquad (7\text{-}16)$$

$$Despesa_{t,s} = (1-Q_{Leilão})\times P_{Firme} + Q_{Leilão}\left[X_{t,s}\times P_{Leilâo} + (1-X_{t,s})P_{Alt}\right]$$

---

[9] Como temas para trabalhos futuros, fica a sugestão de avaliar o comportamento do modelo, quando submetido a outras métricas de aversão ao risco.

Sujeito a

$$0 \le Q_{Leilão} \le 1$$

$$Despesa_s \le (1+\delta_c) \times T \times P_{Firme} + M \times (1 - K_s)$$

$$\sum_s K_s \ge \alpha_c \times S$$

Com a inclusão da restrição de risco no problema, a solução ótima terá o seguinte comportamento:

$$\begin{array}{l} \text{Para } E\left[P_{MF}^{*}\right] > P_{Firme} \rightarrow Q_{Leilão} = 0 \\ \text{Para } E\left[P_{MF}^{*}\right] = P_{Firme} \rightarrow \text{Solução Múltipla, desde que seja respeitada a restrição de risco} \\ \text{Para } E\left[P_{MF}^{*}\right] < P_{Firme} \rightarrow Q_{Leilão} = 1 \text{ (desde que seja respeitada a restrição de risco)} \end{array} \quad (7\text{-}19)$$

A adequação à restrição de risco pode ser representada graficamente conforme a seguir. Como no caso de $E\left[P_{MF}^{*}\right] > P_{Firme}$ não há nenhuma alteração, a análise dos casos começará com:

Se $E\left[P_{MF}^{*}\right] = P_{Firme}$

$$\text{Min } E[Despesa] \Rightarrow \begin{cases} 0 \le Q_{Leilão} \le Q_{L.Max}, \\ \exists Q_{L.Max} \in [0;1], \text{ tal que } \Pr\left[Q_{L.Max} P_{MF\ t,s}^{*} \le Q_{L.Max} P_{Firme} (1+\delta_c)\right] = \alpha_c \end{cases}$$

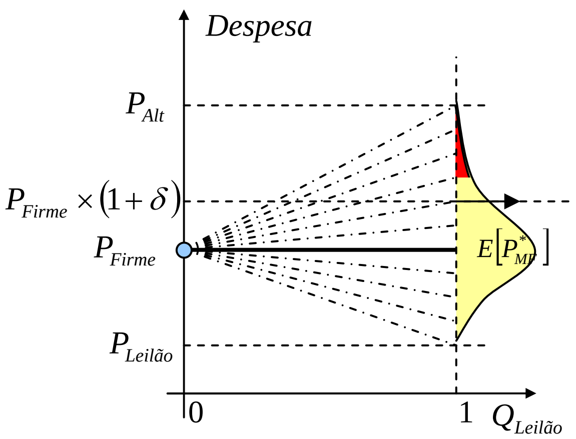
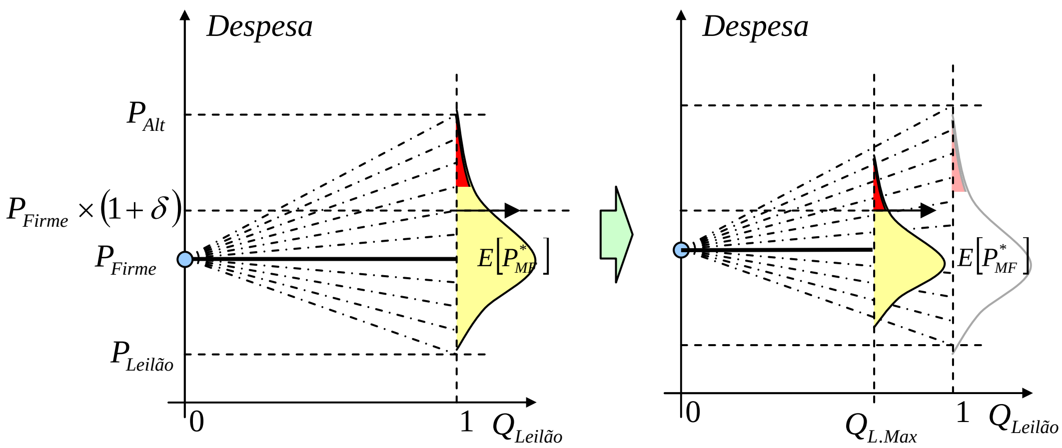


Figura 7.7 – Representação Gráfica do problema com restrição de risco (1)

Neste caso, apesar dos valores esperados dos preços serem iguais, o consumidor não é mais indiferente ao risco, como podemos observar na

Figura 7.7 a solução $Q_{Leilão}$=1 viola a restrição de risco, o que força o problema a restringir o conjunto de soluções possíveis. Esta adaptação está demonstrada na

Figura 7.8 a seguir:



Restrição de Risco Violada Restrição de Risco Respeitada

Figura 7.8 – Representação Gráfica da adaptação gerada pela restrição de risco (1)

A solução do problema é múltipla, mas em um conjunto mais restrito:

Solução Múltipla → $Q_{Leilão}$ = [0;$Q_{L.Max}$], sendo $Q_{Leilão} > Q_{L.Max}$

Se $E[P^*_{MF}] < P_{Firme}$

$$\text{Min } E[Despesa] \Rightarrow \begin{cases} Q_{Leilão} = 1, \text{ se } \Pr\left[\mathrm{P}^*_{\mathrm{t,s}} \leq P_{Firme}(1+\delta_c)\right] = \alpha_c \\ Q_{Leilão} = Q_{L.Max}, \exists Q_{L.Max} \in [0;1[, \\ \qquad \text{tal que } \Pr\left[Q_{L.Max} P^*_{MF\ \mathrm{t,s}} \leq Q_{L.Max} P_{Firme}(1+\delta_c)\right] = \alpha_c \end{cases}$$

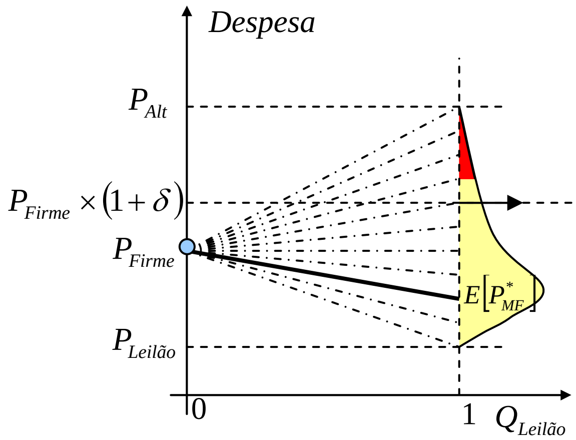
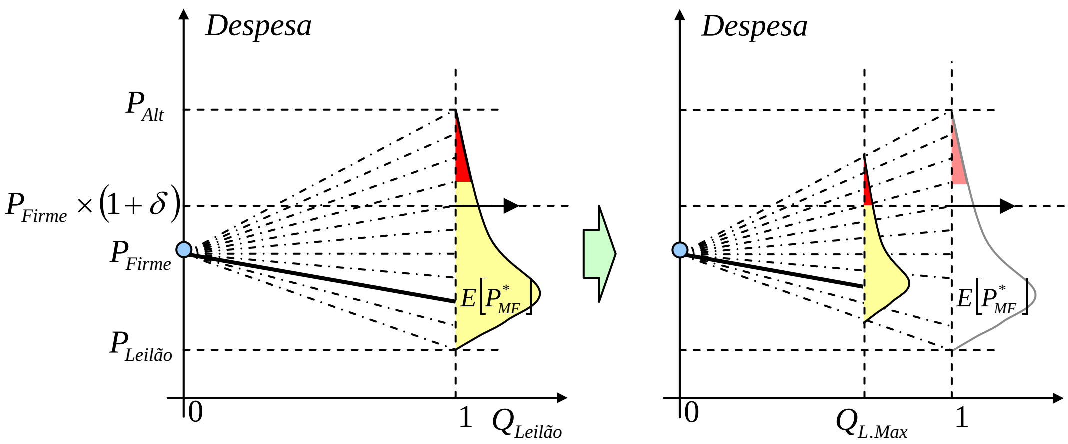


Figura 7.9 – Representação Gráfica do problema com restrição de risco (2)

Da mesma forma que no caso anterior, a restrição de risco restringe os valores que a variável $Q_{Leilão}$ pode assumir ao intervalo $[0;Q_{L.Max}]$, onde $Q_{L.Max}$ representa o ponto onde a restrição de risco passa a ser respeitada. A

Figura 7.10 mostra a adaptação causada pela restrição de risco neste caso.



Restrição de Risco Violada Restrição de Risco Respeitada

Figura 7.10 – Representação Gráfica da adaptação gerada pela restrição de risco (2)

7.3.1
Exemplo

Ilustrativamente, calcularemos a curva de disposição a cotnratar de um consumidor hiopotético com as seguintes características:

δ = 10% , α = 95% e Demanda total = 10 milhões de BTUs

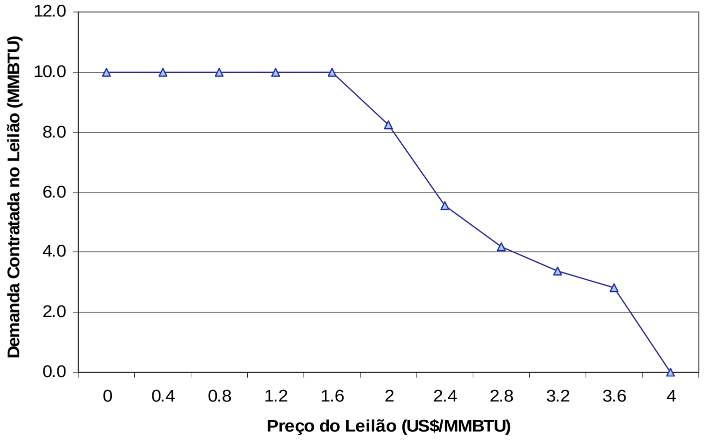


Figura 7.11 – Curva de Disposição a Contratar – Caso Hipotético com Restrição de Risco

Para verificar a sensibilidade do problema com relação a restição de risco, simulamos outro caso com outros 5 consumidores hipotéticos:

Consumidor	**(1+δ)**	**α**
1	Sem restrição	
2	105%	95%
3	110%	95%
4	105%	97,5%
5	105%	90%

A interpretação dos perfis de riscos simulados é que quanto maior for o valor de δ, mais o consumidor aceita pagar no pior caso simulado dentre as α melhores séries (1-α não são consideradas) e quanto maio o α, menos restritivo é o consumidor, ou seja:

$\delta \rightarrow$ maior ou igual a 0 e quanto maior menos restritivo, em outras palavras, ele aceita pagar mais no pior caso das ($1-\alpha$) séries;

$\alpha \rightarrow$ menor ou igual a 100% e quanto maior mais restritivo o consumidor é, ou seja, menos séries podem ser descartadas para satisfazer a restrição de risco.

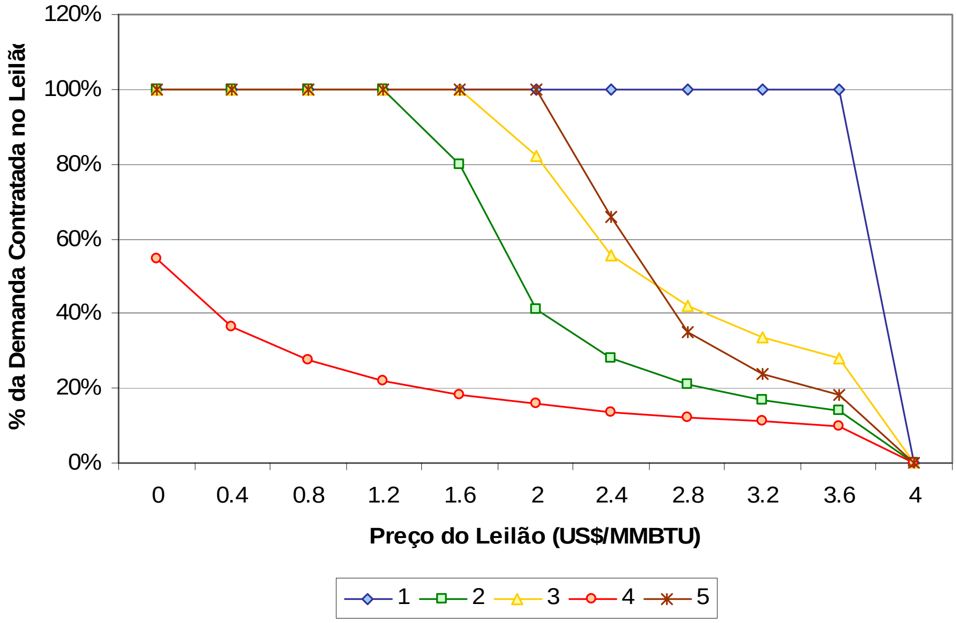


Figura 7.12 – Curva de Disposição a Contratar de 5 consumidores – Caso Hipotético com Restrição de Risco