



Luis Alonso Salas Alvarado

**Simulação bidimensional de corridas de
dejetos usando o Método de
Elementos Discretos**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Geotecnia da PUC-Rio como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil.

Orientador:

Prof. Eurípedes do Amaral Vargas Jr.

Rio de Janeiro, junho de 2006



Luis Alonso Salas Alvarado

**Simulação bidimensional de corridas de
dejetos usando o Método de
Elementos Discretos**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Geotecnia da PUC-Rio como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada:

Eurípedes do Amaral Vargas Jr.
Orientador e Presidente
PUC-Rio

João Luiz Elias Campos
Tecgraf

Nelson Ferreira Fernandez
IG/UFRJ

Cláudio Palmeiro do Amaral
PUC-Rio

Rio de Janeiro, 30 junho de 2006

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização do autor, do orientador e da universidade

Luis Alonso Salas Alvarado

Natural de Costa Rica. Gradou-se em Engenharia Civil (Universidad de Costa Rica-UCR) em 2003. Tem realizado estudos integrados em Sistemas de Informação Geográfica (SIG) no CIEDES (1997-2001) e de Geologia na Escola Centroamericana de Geologia da UCR (2000-2002). Tem participado em diversos projetos, seminários e congressos nas áreas de pavimentação, gestão integrada de riscos naturais, bases de dados georreferenciadas, estruturas de concreto sismo-resistentes e fundações tanto em Costa Rica como em El Salvador e no Brasil. Responsável da seção de pesquisa de materiais geológicos para uso industrial no LANAMME-UCR (2002-2003). É parte do corpo docente do Departamento de Geotecnia na Escola de Engenharia Civil da UCR.

Ficha Catalográfica

Alvarado, Luis Alonso Salas

Simulação bidimensional de corridas de detritos usando o Método de Elementos Discretos / Luis Alonso Salas Alvarado; Orientador: Eurípedes Vargas do Amaral Jr.- Rio de Janeiro: PUC, Departamento de Engenharia Civil, 2006.

154 f.: il. ; 30 cm

Dissertação (mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil.

Inclui referências bibliográficas.

1. Engenharia civil – Teses. 2. Geotecnia. 3. Método de Elementos Discretos. 4. Relaxação dinâmica. 5. Simulação numérica. 6. Fluxo hiperconcentrado. 7. Corridas de massa. 8. Corridas de detritos. 9. Fluxos granulares. I. Vargas Jr, Eurípedes do Amaral. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil. III. Título.

Aos meus pais pelos seus grandes ensinamentos na luta
da vida e seu amor à longa distância.

Agradecimentos

Ao professor Eurípedes A. Vargas Jr. pela sua direção e parceria na realização deste trabalho, seus conselhos e ensinamentos do mundo da modelagem numérica na Geotecnia. Também pela sua grata amizade.

Ao João Luiz E. Campos e Raquel Q. Velloso pelo seu apoio e conselhos para eu conseguir entender programação de objetos. Principalmente pela sua disposição a me ajudar nos momentos críticos.

Aos meus colegas e amigos de estudo: brasileiros, argentinos, colombianos, peruanos, venezuelanos, cubanos, panamenhos, bolivianos, nicaraguenses e outros ticos; cuja amizade e experiências de convivência nunca esquecerei. Em especial à Tânia e família, Ygor, Adenilson, Renato, Vanessa, Ana Lúcia, Leandro, Cristiano, Thaíse, Melchi, Anita, Yaneth, Marielos, Paco, Francisco, Victor, Oscar, Laura, Karina, Viviana, Julio e Jackeline. Também aos meus caros amigos Melvin e Adriana. Junto a vocês sempre “fiquei bem na foto”.

Aos meus amigos brasileiros que me ajudaram a compreender e aprender mais sobre a cultura brasileira: família Teixeira, família Ayres, Sônia e família, Raíssa e família, Judy, Leila, Ângelo, Alexandre, Betty, Daise, João e muitos mais. Especial agradecimento a Cláudio Villaça. Obrigado a todos pelo agradável convívio e baladas que me fizeram esquecer que era mais um estrangeiro no Brasil.

Aos professores do Departamento da seção de Geotecnia pelas suas novas contribuições ao meu saber profissional. Em especial a minha prezada amiga Ana Roxo de quem estou eternamente agradecido pela sua ajuda.

A CAPES e FAPERJ pelo apoio econômico neste tempo todo enquanto realizava minha dissertação.

Às pessoas que, ao longo da minha vida, emprestaram um pouco de seu apoio, carinho, saber, entusiasmo e determinação para alcançar este sucesso profissional. Em especial a todos os meus caros amigos ticos e familiares que, ainda longe, nunca deixaram de acreditar em mim e sempre estiveram a disposição para me poupar da saudade da terra.

RESUMO

Alvarado, Luis Alonso Salas; Vargas Jr., Eurípedes do Amaral. **Simulação bidimensional de corridas de detritos usando o Método de Elementos Discretos**. Rio de Janeiro, 2006. 154 p. Dissertação de Mestrado-Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Apresenta-se neste trabalho uma ferramenta numérica programada que permite a simulação bidimensional de corridas de detritos usando o Método de Elementos Discretos (DEM) desenvolvido por Cundall em 1979, cuja metodologia resolve as equações do movimento simultaneamente de cada elemento mediante a técnica numérica de Relaxação Dinâmica (MRD) por se tratar de um problema transiente. Esta metodologia parte da existência do programa SAND desenvolvido na PUC (2002) para uma simulação da produção de areia em poços de petróleo sob fluxo bifásico. Dois aspectos novos incorporados neste tipo de análise são a representação gráfica de anteparos mediante segmentação de curvas spline cúbicas e o uso da metodologia de Munjiza na detecção de contatos com os propósitos de implementar o uso de paramentos irregulares próximos à curva real do terreno e diminuir o tempo de execução do programa, respectivamente. Com diversos exemplos de paramentos e variando os parâmetros de entrada do modelo numérico é avaliada a idoneidade da ferramenta criada para simular os principais mecanismos físicos característicos do movimento deste tipo de fenômeno. Além disso, são descritas em detalhe as principais feições e terminologias usadas na classificação e identificação das corridas de detritos e fenômenos similares, pois estas são usualmente confundidas nas literaturas existentes e entre os profissionais das áreas da Geologia, Geografia e Geotecnia.

Palavras chaves

Engenharia Civil; Geotecnia; Método de Elementos Discretos; relaxação dinâmica; simulação numérica; fluxo hiperconcentrado; corridas de massa; corridas de detritos; fluxos granulares.

ABSTRACT

Alvarado, Luis Alonso Salas; Vargas Jr., Eurípedes do Amaral (Advisor). **Two-dimensional simulation of debris flow using Distinct Element Method**. Rio de Janeiro, 2006. 154 p. MSc Dissertation- Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

A programmed numerical tool that allows two-dimensional simulation of debris flows is presented in this dissertation. Cundall's Distinct Element Method (DEM) is used to this purpose, which was developed in 1979. Following this methodology, motion equations are simultaneously solved by the numerical method of Dynamic Relaxation (MRD) for each distinct particle. This method is used in order to the transient behavior of this particular problem. The numerical modeling is based on the SAND program, developed at PUC (2002) for a numerical application on sand production for petroleum extraction process considering biphasic flow motion. Two new features incorporated in this kind of analyses are the graphical representation of walls with cubic spline curves segmentation and the implementation of the Munjiza's method for contact detection. They attempt to implement irregular curves that are closely to represent real sliding surface and to decrease the total program execution time respectively. The idoneousness of the programmed numerical tool for the representation of the most characteristic physical mechanisms of these kind of flows is tested using several curves configurations as variation on the initial parametric values of the numerical model. Moreover, main features and associated terminologies for identification and classification of debris flows and similar events are largely described here because of the usual confusion in the use of them within scientific literatures and professional communications between technician of Geology, Geography and Geotechnical Engineering.

Keywords

Civil Engineering; Geotecnia; Distinct Element Method; dynamic relaxation; numerical simulation; hyper-concentrated flow; lands flow; debris flows; granular flows.

RESUMEN

Alvarado, Luis Alonso Salas; Vargas Jr., Eurípedes do Amaral (Orientador). **Simulación bidimensional de flujos de detritos com el uso del Método de Elementos Discretos**. Rio de Janeiro, 2006. 154 p. Disertaión de Maestría- Departamento de Ingeniería Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

En este trabajo se disponibiliza una herramienta numérica para la simulación bidimensional de flujos de detritos usando el Método de Elementos Discretos (DEM) creado por Cundall en 1979, donde las ecuaciones del movimiento para cada elemento son resueltas simultáneamente con la técnica numérica de Relajación Dinámica (MRD) debido al comportamiento transiente del fenómeno. La herramienta se basa en el programa SAND desarrollado en la PUC (2002) para la simulación de producción de arena en la extracción de petróleo en pozos considerando condiciones de flujo bifásico. Dos nuevos aspectos se introducen en este tipo de análisis: la representación gráfica de paredes mediante la segmentación de curvas splina cúbicas y el uso de la metodología de Munjiza en la detección de contactos. Ambos son implementados con la intención de hacer uso de paredes irregulares próximas a la forma real de la curva del terreno y de disminuir el tiempo de ejecución del programa respectivamente. Mediante varios ejemplos con diferentes superficies y con variación en los valores de los parámetros de entrada del modelo numérico fue posible evaluar la idoneidad de la herramienta aquí creada para simular los principales mecanismos físicos característicos del movimiento de este tipo de fenómenos. Además, se describen detalladamente las principales características e terminologías utilizadas en la identificación y clasificación de los flujos de detritos y fenómenos similares, pues estos son motivos de confusión en la literatura existente y entre los profesionales de las ramas de Geología, Geografía y Geotecnia.

Palabras claves

Ingeniería Civil; Geotecnia; Método de Elementos Discretos; relajación dinámica; simulación numérica; flujo hiperconcentrados; flujos; flujos de detritos; flujos granulares.

SUMÁRIO

Listas de Figuras.....	12
Listas de Tabelas.....	15
Listas de Símbolos.....	16

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO.....	20
1.1. Importância e definição do problema.....	20
1.1.1.Importância na Região Latino-americana.....	21
1.2. Objetivos do trabalho.....	23
1.2.1. Objetivo Geral.....	24
1.2.2. Objetivos Específicos	24
1.3. Alcance da Pesquisa	25
1.3.1. Trabalhos Prévios.....	26
1.3.2. Descrição Metodológica	28
1.3.3. Limitações da pesquisa	29
1.4. Conteúdo	30

CAPÍTULO 2

CARACTERIZAÇÃO DAS CORRIDAS DE DETRITOS.....	32
2.1.Classificação dos Movimentos de Massas	32
2.1.1.Deslizamentos do Terreno (Landslides).....	32
2.1.2.Corridas de sedimentos (Sediment Flows).....	33
1. Corridas Fluidas (Slurry Flows)	34
2. Corridas de material granular (Granular Flows)	35
2.2. Classificação e definição de corrida de detritos.....	36
2.2.1. Alguns critérios de classificação.....	38
2.2.2.Condições de ocorrência das corridas de massa.....	42
1. Gradiente ou inclinação da encosta:	42
2. Conteúdo de Água:.....	44
3. Materiais geológicos:.....	44
2.2.3.Principais feições físicas das corridas de massa	45
2.2.4.Características das corridas de massa	47
2.2.4.1.Tamanho das partículas sólidas	48
2.2.4.2. Movimento interno de partículas.....	49
2.2.4.3. Perfil de velocidades e espessuras	49

2.2.4.4. Distribuição da concentração de sedimentos	50
2.2.4.5. Zonas de tensões cisalhantes	50
2.2.4.6. Forças internas	51
2.2.4.7. Outros fatores de consideração.....	51
2.2.5. Modelos reológicos das corridas de massa.....	53
2.2.5.1. Eficiência energética nas corridas de massa	53
2.2.5.2. Alguns modelos reológicos para corridas de massa	55

CAPÍTULO 3

MÉTODO DE ELEMENTOS DISCRETOS NA SIMULAÇÃO DE CORRIDAS DE DETRITOS.....	62
3.1. Filosofia da Modelagem	62
3.1.1. Modelos Estatísticos.....	63
3.1.2. Modelos Determinísticos	67
3.1.2.1. Método dos Elementos Finitos (FEM)	68
3.1.2.2. Métodos de Elementos Discretos (DEM).....	73
3.1.2.3. Algumas características comparativas dos métodos.....	77
3.2. Modelo de Elementos Discretos de Cundall	78
3.2.1. Escolha dos parâmetros do modelo	85
3.2.1.1. Convergência Numérica	85
3.2.1.2. Estabilidade Numérica.....	89

CAPÍTULO 4

IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL NA SIMULAÇÃO DE CORRIDAS DE DETRITOS.....	91
4.1. Estruturação básica do programa SAND	91
4.1.1. Geometria das Partículas	92
4.1.2. Detecção de Contatos.....	97
4.1.3. Aplicação das Leis Físicas	102
4.1.4. Visualização	103

CAPÍTULO 5

RESULTADOS E DISCUSSÕES	104
5.1. Resultados	104
5.1.1. Condições Padrão	104
5.1.2. Parâmetros considerados.....	106
1. Tipo de Amortecimento.....	107

2. Rigidez.....	107
3. Fração de tempo crítica	108
4. Atrito	109
5. Tipo de superfície	109
6. Número de Partículas	110
5.1.3. Aplicação da metodologia do DEM	110
1. Geração da malha inicial de partículas e massa instável inicial.....	110
2. Simulação da corrida e visualização de variáveis.	111
5.2. Exemplos de Aplicação.....	118
5.2.1. Exemplo com superfície irregular complexa.....	118
5.2.2. Exemplo com variação repentina no ângulo de atrito.....	121
5.3. Discussão de Resultados.....	124

CAPÍTULO 6

CONCLUÇÕES E RECOMENDAÇÕES	126
6.1. Conclusões	126
6.2. Recomendações e propostas para futuros trabalhos	129

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....

ANEXOS.....	137
ANEXO I: Classificação de Varnes para movimentos de massa (1978)	138
ANEXO II: Diagramas de algumas classificações dos fluxos de detritos	139
ANEXO III: Descrição dos modelos reológicos mais usados na modelagem do movimento das corridas de massa ^{[7], [9], [12]}	141
ANEXO IV: Método tridimensional de Elementos Discretos de Cundall (1988) ..	
.....	145
ANEXO V: Algoritmo de curvas bidimensionais spline cúbicas ^[54]	149
ANEXO VI: Algoritmos de detecção de contatos	152

Listas de Figuras

CAPÍTULO 1

FIGURA 1.1- Evolução comparativa da freqüência de desastres na América Latina e o Caribe, e o Mundo no século passado ^[2]	22
--	----

CAPÍTULO 2

FIGURA 2.1- Classificação reológica de Pierson e Costa (1987) para misturas água-sedimento e sua correlação com termologias típicas ^[10]	41
FIGURA 2.2- Partes de uma corrida de massa e sua relação com o gradiente ^[9]	43
FIGURA 2.3- Caracterização do gradiente e o movimento de uma corrida ^[9]	43
FIGURA 2.4- Processos envolvidos na ocorrência de corridas ^[9]	45
FIGURA 2.5- Possíveis feições de uma corrida durante sua ocorrência ^[12]	46
FIGURA 2.6- Taxonomia de uma corrida de massa ^[19]	47
FIGURA 2.7- Granulometria típica de uma corrida de detritos ^[18]	48
FIGURA 2.8- Movimentos internos das partículas dentro do corpo de uma corrida ^[9]	49
FIGURA 2.9- Caracterização do perfil de velocidade e espessura de um fluxo ^[9] ..	50
FIGURA 2.10- Distribuição da concentração de sólidos no corpo do fluxo ^[9]	50
FIGURA 2.11- Caracterização da taxa de cisalhamento dentro do corpo do fluxo ^[9]	51
FIGURA 2.12- Efeitos da gradação direta e inversa no desenvolvimento do movimento fluxo de detritos ^[9]	52
FIGURA 2.13- Transferência de energia de uma corrida de massa ^[14]	53
FIGURA 2.14. Diagrama de relação com início e deposição da corrida de massa na determinação da transferência de energia.	54
FIGURA 2.15. Relação H/L versus volume para corridas de massa ocorridas na Serra do Mar, SP-RJ, Brasil ^[21]	55
FIGURA 2.16. Reogramas característicos de alguns modelos reológicos para a modelagem de corridas de massa ^[7]	56
FIGURA 2.17. Reogramas característicos de alguns modelos reológicos para a modelagem de corridas de massa ^[14]	60

CAPÍTULO 3

FIGURA 3.1- Métodos numéricos comumente usados na modelagem de corridas de detritos.....	62
FIGURA 3.2- Precipitação acumulada versus tempo relacionada à ocorrência de corridas de detritos e grandes deslizamentos ^[21]	66
FIGURA 3.3- Volume de controle infinitesimal da massa.....	69
FIGURA 3.4- Volume de controle infinitesimal da massa.....	70
FIGURA 3.5- Saída da simulação da corrida de detritos Frank, 1917 ^[37]	73
FIGURA 3.6- Etapas da lógica dos Métodos de Elementos Discretos.....	74
FIGURA 3.7- Simulações usando celas autômatas uni e bidimensionais ^[24]	75
FIGURA 3.8- Simulação sob o enfoque newtoniano de DEM.....	76
FIGURA 3.9- Ciclo de cálculos segundo a metodologia DEM.....	79
FIGURA 3.10- Ciclo de cálculos seguindo a metodologia de MRD.....	80
FIGURA 3.11- Modelo usado para os contatos entre partículas.....	81
FIGURA 3.12- Notação usada na dedução das equações de movimento.....	82
FIGURA 3.13- Correção do ângulo entre sistemas de coordenadas.....	84

CAPÍTULO 4

FIGURA 4.1- Interface gráfica do Programa SAND mostrando os contatos entre elementos.....	92
FIGURA 4.2- Etapas de implementação computacional do DEM.....	92
FIGURA 4.3- Esquema para a geração de elementos discretos.....	93
FIGURA 4.4- Hierarquia de classes para a definição geométrica do elemento discreto.....	93
FIGURA 4.5- Hierarquia de classes para a definição dos tipos de anteparos no programa SAND.....	94
FIGURA 4.6.a- Esquema da rotina SPLINE.....	95
FIGURA 4.6.b- Esquema da rotina SPLINE (continuação).....	96
FIGURA 4.7- Representação gráfica de anteparo (a) linear (b) Spline cúbico linearizado com 5 segmentos.....	96
FIGURA 4.8- Etapas na detecção de contatos seguindo as hierarquias de objetos usadas no SAND.....	98
FIGURA 4.9- Sistema de celas usado na busca de contatos segundo o algoritmo Mujinza.....	99
FIGURA 4.10- Exemplo de detecção de contatos na cela (i,j) segundo o algoritmo de Mujinza.....	99
FIGURA 4.11- Ciclo de cálculo para determinar velocidades e deslocamentos	

das partículas a partir da detecção de contatos seguindo a algoritmo Mujinza e sua relação com a etapa de aplicação das leis físicas.	100
FIGURA 4.12- Esquema de programação do mapeamento dos paramentos para seu uso no algoritmo de Munjiza	101
FIGURA 4.13- Hierarquia de classes para a definição dos tipos de amortecimento.....	102
FIGURA 4.14- Esquema da atualização das variáveis no ciclo de cálculo.	103

CAPÍTULO 5

FIGURA 5.1- Perfis padrões utilizados na avaliação de parâmetros de entrada do programa SAND.	105
FIGURA 5.2- Processo de sedimentação e densificação das partículas na geração da massa instável inicial para a simulação da corrida.	111
FIGURA 5.3- Perfis de profundidade para a configuração padrão com a identificação das suas principais feições taxonômicas.....	113
FIGURA 5.4. Classificação do fluxo segundo o perfil de profundidade para algumas configurações.....	114
FIGURA 5.5-. Feições de segregação na simulação da corrida de detritos no programa SAND para diferentes configurações.....	116
FIGURA 5.6. Perfis de velocidade característicos para a configuração padrão no ciclo 10000.	117
FIGURA 5.7. Perfil irregular de exemplo na aplicação do programa SAND na simulação de uma corrida de detritos.....	119
FIGURA 5.8. Perfis de profundidades para o exemplo de corrida detritos sobre uma superfície irregular simulada com o programa SAND.	119
FIGURA 5.9.Tipo de segregação nas distintas zonas de deposição da corrida.	120
FIGURA 5.10- Configurações da massa instável usadas na simulação de redução repentina do coeficiente de atrito.	121
FIGURA 5.11- Desenvolvimento da corrida a partir da redução do coeficiente de atrito.	123

ANEXOS

FIGURA IV.a. Notação usada nas equações do DEM-3D.	145
FIGURA VI.a. Técnicas de detecção de contatos para elementos discretos ^[54]	142
FIGURA VI.b. Esquema da técnica da cela adjunta.....	143

FIGURA VI.c. Esquema da técnica da partícula mais próxima ou cutoff.	143
FIGURA VI.d. Técnica de Triangulação dinâmica de Delauny.....	144

Listas de Tabelas

CAPÍTULO 2

Tabela 2.1- Descrição dos mecanismos de falha dos movimentos de massas. .33	
Tabela 2.2- Classificação dos fluxos de sedimentos segundo a velocidade e conteúdo de água ^[7]	34
Tabela 2.3- Síntese dos tipos de corridas de massa agrupados segundo características do material, tipo de movimento e velocidade ^[7]	36
Tabela 2.4- Caracterização dos fluxos hiperconcentrados ^[8]	37
Tabela 2.5.a- Principais classificações dos fluxos hiperconcentrados usado nas pesquisas.	38
Tabela 2.6- Relação entre o gradiente e características do movimento uma corrida de massa ^[12]	43
Tabela 2.7- Principais características dos diversos tipos de fluxos ^[9]	46
Tabela 2.8- Valores típicos das propriedades básicas das corridas de massa ^[14] . ..	47
Tabela 2.9- Classificação da fração sólida das corridas de massa proposta por Znamensky e Gramani ^[7]	48
Tabela 2.10- Classificação qualitativa dos fluxos detríticos por Jan e Shen (1997) ^[7]	55
Tabela 2.11- Relação cinemática com as propriedades reológicas do fluxo propostas por Lee (1994) ^[9]	61

CAPÍTULO 3

Tabela 3.1- Valores de coeficientes e expoentes da equação (3.3.a) para corridas de detritos ^[19]	64
---	----

CAPÍTULO 5

Tabela 5.1- Principais parâmetros avaliados na idoneidade da simulação de corridas do programa SAND.	106
---	-----

Lista de Símbolos

C_V	concentração volumétrica de sólidos.
V_{sol}	volume da fração sólida.
V_{liquid}	volume da fração líquida.
R	coeficiente de resistência adimensional.
τ_{MC}	tensão cisalhante por atrito dado pelo critério de Coulomb.
τ_C	tensão cisalhante que considera o efeito da coesão dos sedimentos finos.
τ_μ	tensão cisalhante devida à viscosidade.
τ_T	tensão cisalhante dos efeitos turbulentos.
τ_D	tensão dispersiva que considera as colisões interpartículas.
P	componente vertical da força dispersiva do fluxo.
ϕ_D	ângulo de atrito dinâmico.
M	coeficiente empírico (0.042)
$f(\lambda)$	função da concentração volumétrica linear.
ρ_s	densidade das partículas sólidas.
d_s	diâmetro médio das partículas sólidas.
du/dy	taxa de deformação ou o gradiente de velocidade.
μ	viscosidade dinâmica do fluido.
λ	concentração linear, relacionada com a concentração volumétrica C_V e a concentração máxima volumétrica de sólidos C_V^* ($\approx 0.6 - 0.7$):
μ_B	viscosidade Bingham dinâmica do fluido.
τ_y	tensão ao cisalhamento Mohr-Coulomb ($\tau_{MC} + \tau_C$)
ζ	parâmetro que caracteriza o comportamento dispersivo e turbulento.
μ_C	parâmetro de dispersão definido por Bagnold.
μ_T	parâmetro de turbulência.
ρ_m	densidade da mistura.
ρ_f	densidade do fluido.
ρ_s	densidade das partículas sólidas.
l_m	cumprimento de mistura de Prandtl, $\approx kh$, (com $k=0.4$, constante de Von Karma, e h = espessura do fluxo).
a	constante empírica (≈ 0.01).
γ_s	gradiente de velocidades (du/dy).
h	espessura do fluxo.

χ	ângulo medido respeito à horizontal da linha que une o topo da zona inicial e da zona de deposição.
S	inclinação do fundo do canal (m/m).
ξ	coeficiente que depende da concentração e dimensões das partículas ($\text{s.m}^{-1/2}$).
n	coeficiente de Manning ($\text{s/m}^{1/3}$).
C^*	coeficiente de Chezy ($\text{m}^{1/2}/\text{s}$).
C_1	coeficiente empírico ($\text{m}^{0.7}/\text{s}$).
Q^*	Relação entre dois eventos similares Q_{P2}/Q_{P1}
i	intensidade (mm/h) da precipitação iniciadora.
d_t	duração (h) da precipitação.
Z_t	quantidade de água retida no solo que provoca a instabilidade por saturação.
K_d	coeficiente de drenagem (1/s).
ϕ_u	ângulo mínimo de atrito entre partículas.
μ	atrito no contato entre partícula-partícula ou partícula-paramento.
K_N, K_T	rigidezes normal e tangencial respectivamente no contato (N/m).
C_N, C_T	coeficientes de amortecimento normal e tangencial respectivamente no contato.
C_{TR}, C_R	coeficientes de amortecimento traslacional e rotacional respectivamente aplicado a cada partícula.
$\sum_i F_i$	somatória de forças nos contatos da partícula.
$\sum_i M_i$	somatória de momentos devido às forças tangenciais nos pontos de contato da partícula.
$\delta\theta$	deslocamento rotacional da partícula.
α_C	coeficiente de amortecimento local adimensional.
A_c	área de contacto entre partículas.
$\{\Phi\}$	matriz normalizada de autovalores do sistema dinâmico amortecido
$\{U\}$	vetor deslocamento nas coordenadas normalizadas.
ω_{ang}	freqüência angular do sistema linear (mola).
ζ	razão de amortecimento $C_i / C_{CRITICO}$, geralmente usada no valor crítico de 1,0.
f_T	freqüência do sistema dinâmico amortecido.
$\text{sig}(x,y)$	operador no qual o signo da magnitude x é dado pelo valor y.
E_t	energia cinética instantânea.

ΔE	variação de energia cinética acumulada.
ε	fração de amortecimento correspondente à frequência máxima.
Δt_0	passo de tempo sem efeitos viscosos.
θ	ângulo interno do polígono regular formado pelos centros de partículas.
R_{MAX}	variação máxima de raio de um elemento discreto tipo disco.
R_{MIN}	variação mínima de raio de um elemento discreto tipo disco.
rand()	número aleatório entre 0 e 1.
κ_{CURV}	curvatura da função em estudo.

“The geotechnical engineer should apply theory and experimentation but tempers them by putting them into the context of the uncertainty of nature. Judgment enters through Engineering and Geology”

Karl Terzaghi, 1961.