3
Teoria do Portfólio

Dentre as questões mais relevantes para os investidores está a relação do retorno do investimento e o risco que se corre ao optar por tal investimento. Desta forma, a Teoria do Portfólio, proposta inicialmente por Markowitz [7], se apresenta como uma ferramenta importante na determinação de carteiras de investimentos.

Markowitz propôs que é possível obter retornos iguais, com riscos menores, quando se considera o investimento em uma carteira balanceada de investimentos, do que quando se investe em uma única opção de investimento, mostrado através do modelo de média-variância [7,8].

Inicialmente, considera-se que o retorno a ser obtido em um investimento é igual ao valor esperado (ou média) dos retornos obtidos ao longo do determinado tempo, ou seja, é igual ao valor esperado de sua série histórica.

O valor esperado de um portfólio é dado pela soma do valor esperado de cada investimento, multiplicado pelo montante aplicado naquela opção de investimento.

Suponhamos um conjunto de opções de investimentos, denotado por $A=\{a_1, a_2, \ldots a_n\}$.

Seja r_i o valor esperado de cada opção de investimento, sendo considerada sua série histórica:

$$r_i = E\,[\,\rho_{i,1} \quad \rho_{i,2} \quad \rho_{i,3} \;\ldots\; \rho_{i,k}] \tag{3-1}$$

onde $\rho_{i,k}$ representa o valor esperado da opção *i*, no instante de tempo *k*.

O portfólio é composto de uma combinação destas opções, ou fração aplicada em cada opção, dado por $X=\{x_1, x_2, \ldots x_n\}$. O valor esperado para o portfólio completo, é dado pela soma dos valores esperados de cada opção de investimento, denotado por r_i, vezes o montante de cada investimento, definido como x_i.

Desta forma, temos como valor esperado do portfólio:

$$E = x_1 r_1 + x_2 r_2 + \ldots + x_n r_n \tag{3-2}$$

Para avaliar o risco de cada investimento de forma independente, utiliza-se a variância de cada opção de investimento.

Outro fator importante levantado por Markowitz, está no fato de que empresas com os mesmos nichos ou características de mercado, tendem a se comportarem da mesma forma, mediante determinadas oscilações no panorama global da economia. Desta forma, o retorno de investimentos de duas siderúrgicas tendem a apresentar variações semelhantes, por exemplo, na oscilação do preço do minério. Para que o portfólio seja diversificado, o mesmo não pode ser composto de investimentos que possuem variações de retorno semelhantes mediante determinadas oscilações. Sugere-se então que seja analisada a covariância de cada uma das opções de investimento com todas as outras, levantando assim um nível de relação entre cada par de opções.

Montamos então a matriz σ_{nxn}, onde os elementos da diagonal principal (σ_{11}, ... , σ_{nn}) , representam a variância de cada uma das opções, enquanto os demais elementos (σ_{12}, ... , σ_{n1}), representam as covariâncias entre as opções de investimentos. A variância do portfólio é dada por [9]:

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} \sigma_{ij} x_i x_j \tag{3-3}$$

Desta forma, o problema proposto por Markowitz, tem como objetivo minimizar a variabilidade, ou risco, do retorno do portfólio, ao mesmo tempo em que visa garantir um retorno mínimo esperado pelo menos igual ao retorno de uma única opção. O problema pode ser formulado através de programação linear, da seguinte forma [9]:

$$\min \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \sigma_{ij} x_i x_j \tag{3-4}$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=1}^{n} r_i x_i \geq R \tag{3-5}$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \tag{3-6}$$

$$0 \leq x_i \leq 1 \qquad (i = 1, \ldots, n) \tag{3-7}$$

Onde R é o retorno mínimo desejado para o portfólio.

Um exemplo da curva de análise de retorno-risco é mostrado na Figura 1, para o caso de duas opções de ações.

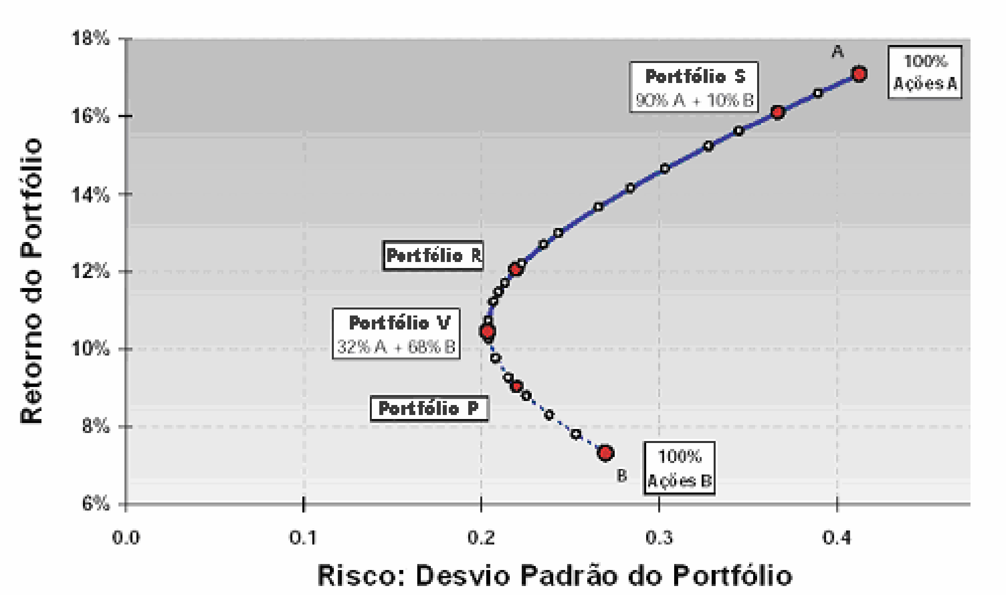

Figura 1: Exemplo de Curva de Risco-Retorno, para o Caso de um Portfólio com Apenas 2 Ações. Retirada de Awerbuch [10].

Observa-se que para o caso de investimento efetuado apenas em ações do tipo B, temos um retorno abaixo de 8%, com desvio padrão próximo a 0,3. Já para o caso de aplicação apenas em ações do tipo A, temos um retorno bem maior, porém a variabilidade também aumenta. Partindo do caso em que se compra 100% de ações do tipo B, e acrescentamos ações do tipo A, aumentamos o retorno do portfólio, ao mesmo tempo em que diminuímos o risco, ou variabilidade, do mesmo. Desta forma, chegamos ao portfólio V, que representa o melhor retorno para o menor risco.

A curva obtida representa o menor risco para determinado valor de retorno desejado, e é chamada de fronteira eficiente. Observa-se que o investidor pode escolher o retorno desejado e saber o risco que corre em escolher tal portfólio, ou mesmo determinar o risco que está disposto a correr, obtendo assim, na curva, o valor do retorno esperado.

Um dos problemas apresentados pelo modelo proposto na Teoria do Portfólio está no fato de que ela depende de uma série histórica, através da qual infere-se o comportamento futuro do conjunto de investimentos.

Tendo em vista que o Setor Elétrico Brasileiro passou por mudanças consideráveis em tempo recente, não existem bases de dados relevantes para um levantamento histórico consistente para a análise do risco de investimentos efetuados em leilões, sendo então necessária a utilização de outra ferramenta para a avaliação do risco de investidores.