

4

Simulação da Trajetória Ótima

Neste Capítulo apresentam-se todos os resultados encontrados para a otimização de trajetória, empregando simulações através do programa *Simulink-Matlab* para ilustrar o comportamento do veículo, utilizando, quando possível, o modelo dinâmico não linear desenvolvido no Capítulo 2, para comparação com o modelo de massa pontual, base do problema de otimização.

4.1

Casos de simulação

Primeiramente classificam-se os casos nos quais será aplicado o procedimento de otimização da trajetória do veículo. Os tipos de movimento caracterizam situações básicas para as quais o tratamento do problema através de otimização faz sentido, mas existem combinações destes movimentos que são também de interesse. Os casos tratados consistem em uma mistura de pistas retas e curvas, nas quais diferentes níveis de aceleração devem ser impostos no veículo de modo a se obter o mínimo tempo de percurso. As situações típicas a serem abordadas são:

- Aceleração em linha reta.
- Aceleração e velocidade constante em linha reta.
- Desaceleração em reta e entrada de uma curva.
- Aceleração e saída de uma curva.
- Velocidade constante em curva.
- Caso geral: combinação de retas e curvas.
- Caso completo em trajetória aberta.

Lembra-se que as variáveis de otimização são: o valor das acelerações e a posição na pista da aplicação dessas acelerações durante o movimento do veículo ao percorrer um traçado específico. Nos itens seguintes apresentam-se os resultados obtidos para os diferentes casos de interesse. Os casos geral e final

(casos 6 e 7) estão formados por trechos de aceleração, de desaceleração e trechos com velocidade constante.

4.2

Caso 1: Aceleração em linha reta.

Neste caso, tem-se uma pista reta de 1000 metros de comprimento, e o veículo acelera a partir de uma velocidade inicial de 15 m/s (54 km/h), iniciando seu movimento no centro da pista. Devido ao grande comprimento da pista, se atinge a aceleração máxima de 1,5g (gravidade igual a 10 m/s²) e o veículo chega até uma velocidade final de 78,56 m/s (282,8 km/h), não conseguindo chegar à velocidade máxima possível (325 km/h). O tempo mínimo obtido pela otimização é de 15,3073 segundos, e a distância percorrida é de 1000 metros. As Figuras 4.1 até 4.3 ilustram os resultados encontrados através da simulação do modelo massa pontual.

Dos resultados é relevante o fato do veículo acelerar em todo tempo, isto por que a velocidade inicial é relativamente baixa, mas ainda acelerando com o valor máximo (1,5g) em todo o trecho não chega à velocidade máxima possível do veículo, para chegar até esta velocidade é preciso ter maior distância longitudinal da pista.

A aceleração mínima do veículo (acontece ao final do trecho) é dada pelo procedimento de otimização cujo valor é 0,1 m/s², não é conveniente diminuir mais este valor já que nas equações trabalham-se relações logarítmicas, pelo qual, ao diminuir o valor da aceleração final o perfil das acelerações ficaria mais próximo ao eixo vertical e a área “baixo o perfil de acelerações” (integral) ficaria menor e conseqüentemente a variação da velocidade seria menor. Assim em todos os casos de desaceleração as acelerações mínimas terão o valor de 0,1 m/s². O valor foi calibrado para o modelo se aproximar ao comportamento dos veículos de competição.

A Figura 4.3 de velocidade mostra em forma pratica a dinâmica simples do veículo quando este acelera, inicialmente o incremento da velocidade é mais pronunciado já que a força de tração é maior as forças de resistência ao movimento do veículo, e depois de uns instantes, quando as forças de tração e as de resistência ao movimento se equilibram, a velocidade fica constante e com valor máximo.

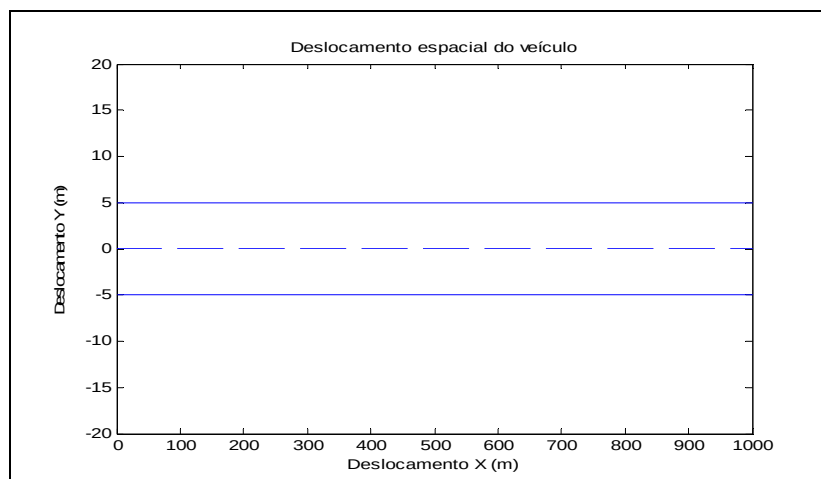


Figura 4.1. Deslocamento do veículo. Caso 1.

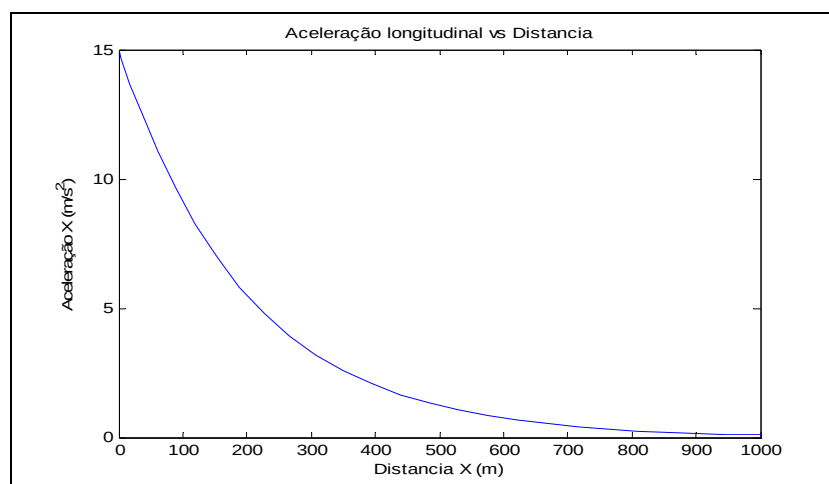


Figura 4.2. Aceleração para o caso 1.

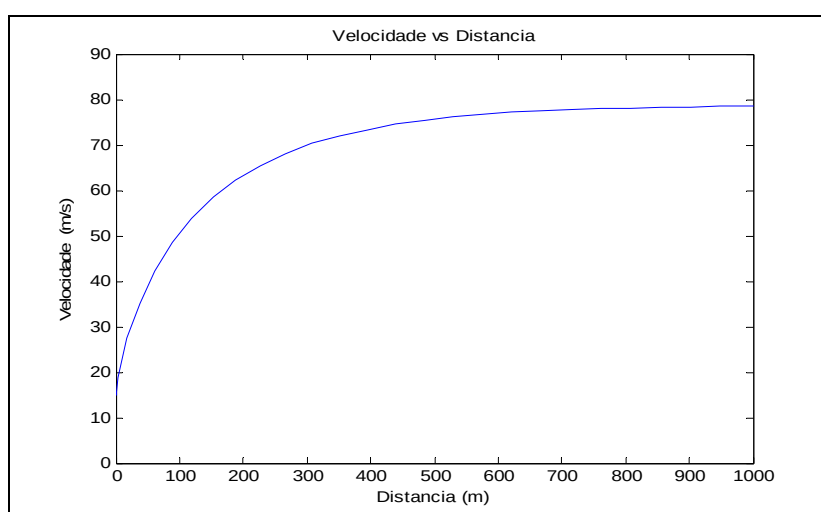


Figura 4.3. Velocidade para o caso 1.

Considera-se agora uma nova situação, chamada de caso 1 modificado, com uma nova condição inicial da velocidade, de 60 m/s (216 km/h), na mesma pista. Aqui o veículo atinge a sua velocidade máxima, e o programa de otimização gera como resposta a aceleração inicial para a qual o veículo sempre permanece acelerando durante todo o percurso na pista. A velocidade final do veículo ao percorrer o trecho é 90 m/s (325 km/h) e a aceleração inicial é de $10,5908 \text{ m/s}^2$ (1,06g). O tempo resultado da otimização é 11,9472 segundos e a distância percorrida é de 1000 metros. As Figuras 4.4 até 4.6 ilustram os resultados da simulação.

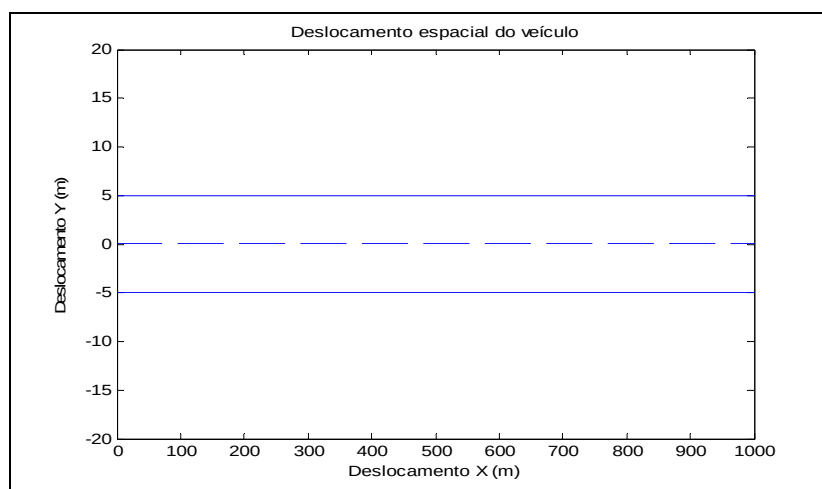


Figura 4.4. Deslocamento do veículo, caso 1 modificado.

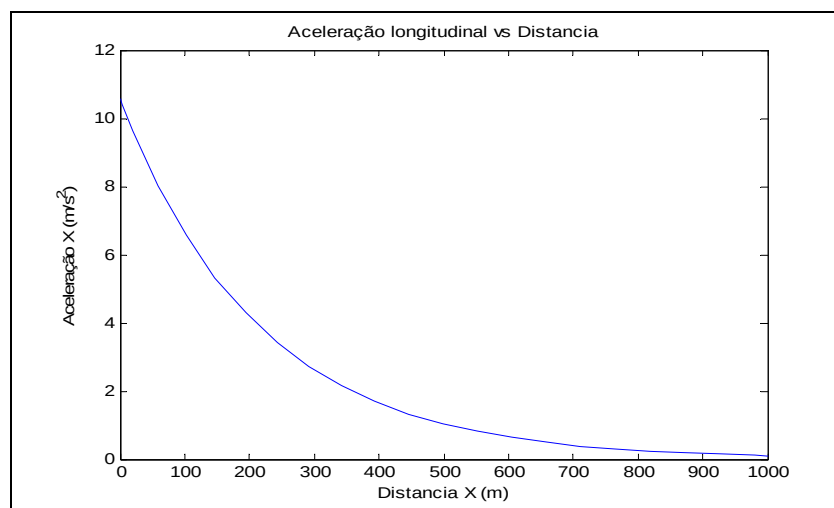


Figura 4.5. Aceleração para o caso 1 modificado.

A otimização entende que aqui acontece um movimento acelerado por tanto ele gera uma aceleração inicial máxima para que o veículo consiga sua máxima velocidade possível ao final do trecho. O caso foi feito principalmente para avaliar a reposta do procedimento de otimização às restrições de velocidade, os resultados são totalmente satisfatórios.

Ainda não utilizando a aceleração máxima, como no caso 1, o veículo percorre a mesma distância no menor tempo no caso 1 modificado, isto já que a velocidade inicial é maior nesta condição.

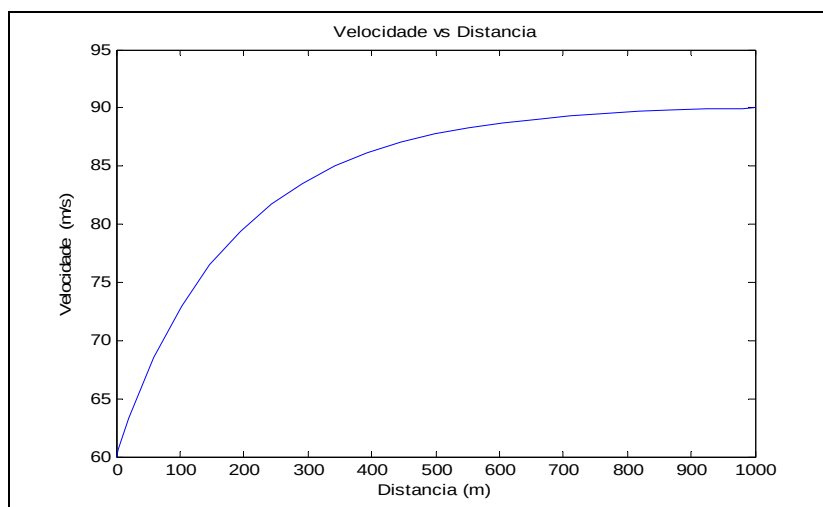


Figura 4.6. Velocidade para o caso 1 modificado.

4.3

Caso 2: Aceleração e velocidade constante em linha reta.

Neste caso, têm-se as mesmas condições do Caso 1 modificado, mas aqui acrescenta-se uma variável a mais no problema de otimização: um ponto onde se consegue atingir a velocidade máxima, a partir do qual ele irá se deslocar com velocidade constante. Para estas condições se espera que o veículo sempre tenha sua aceleração inicial máxima, e se conseguir chegar na velocidade máxima possível, deverá permanecer com ela até o final do trecho.

Com velocidade inicial de 60 m/s (216 km/h), o tempo mínimo de percurso é 11,7055 segundos, a aceleração máxima no início é 15 m/s^2 (1,5g), e o ponto onde termina a aceleração longitudinal do veículo está a 756,6396 m do ponto inicial, ou seja a 75,7 % da distância total percorrida de 1000 metros. As Figuras 5.7 até 5.9 ilustram os resultados da simulação.

No caso 2 consegue-se menor tempo de percurso em comparação ao caso 1 modificado, isto por que no caso 2 pode-se ter a liberdade de chegar até a aceleração inicial máxima (1,5g) e também até a velocidade máxima possível (325 km/h).

Os resultados obtidos mostram que não apenas o valor da aceleração é importante para otimizar da trajetória do veículo, também são muito importantes os pontos (na distância) onde as acelerações foram aplicadas, chegando a simular comportamento dinâmico do modelo massa pontual pela união destas variáveis. Por exemplo, nada adianta ter acelerações máximas em trechos de aplicação muito pequenos, já que a velocidade do veículo não aumenta muito além de não ser um comportamento real dos veículos terrestres; portanto não se deve perder de vista a faixa de resultados que fazem do comportamento do modelo consistente e possível de ser aplicado nos casos reais.

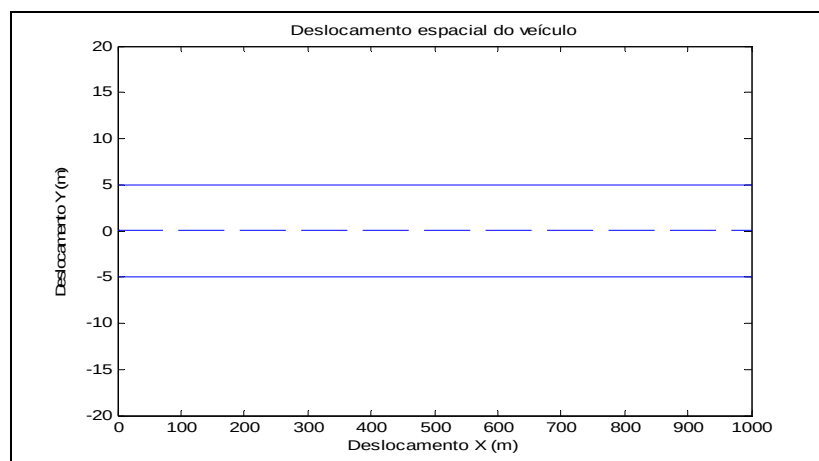


Figura 4.7. Deslocamento do veículo, caso 2.

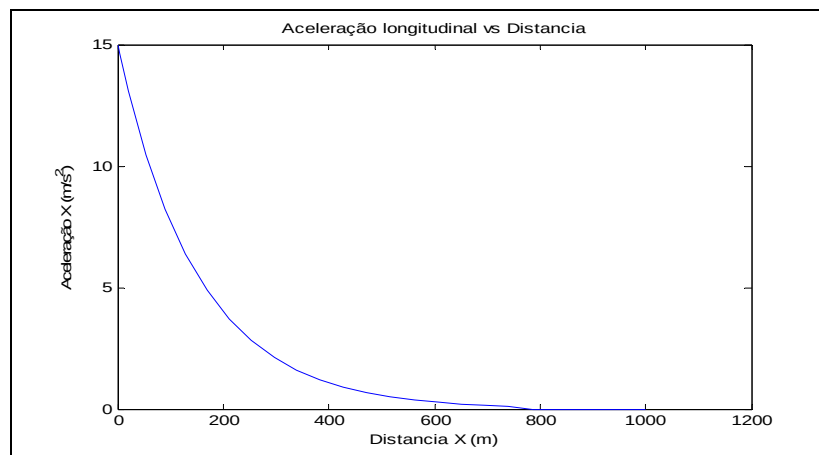


Figura 4.8. Aceleração para o caso 2.

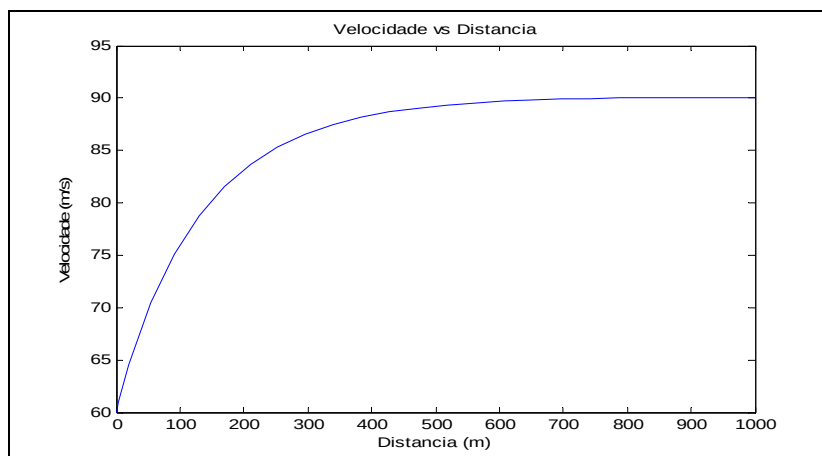


Figura 4.9. Velocidade em função da distância percorrida, caso 2.

4.4

Caso 3: Desaceleração e entrada de uma curva.

Neste caso o veículo entra a uma curva, então inicialmente deve desacelerar para diminuir a velocidade e assim conseguir realizar a manobra lateral. A velocidade inicial é de 70 m/s (252 km/h). O propósito principal desta situação é verificar como o veículo varia sua direção com maior sucesso. Considera-se um comando de parada na simulação quando o veículo atinge 15 m na posição lateral (eixo **Y**). Para simplificar a análise, define-se uma curva como a união de duas pistas retas. Adiante as curvas serão construídas pela conexão em seqüência de circunferências e retas.

Neste caso as variáveis de otimização são as acelerações longitudinal e lateral, independentes entre si, e as respostas encontradas pela otimização foram: o tempo mínimo é 0,9937 segundos, a desaceleração inicial é 12,0360 m/s² (1,2g), a distância total percorrida pelo veículo é 67,6126 m, e a aceleração lateral final do veículo é 50 m/s² (5g). As Figuras 4.10 até 4.13 ilustram os resultados da simulação. Nota-se na Figura 4.13 que a velocidade diminui de 70 m/s (252 km/h) até 67,55 m/s (243,18 km/h). Na Figura 4.14 tem-se o Diagrama GG em azul representado juntamente com o Circulo de Aderência do veículo, onde se verifica comportamento das duas acelerações, que estão dentro do esperado, não ultrapassando os limites físicos estabelecidos.

Aqui no trecho estão superpostas duas condições, uma de desaceleração longitudinal e outra de aceleração lateral (entrada na curva), então, o veículo tenta fazer a trajetória ótima tentando conservar a maior velocidade possível para

permitir fazer as manobras do movimento lateral. Pode se ver mais claramente no diagrama GG que o veículo utiliza toda a capacidade de aceleração lateral e apenas um pouco de desaceleração longitudinal, gerando assim uma curva suave.

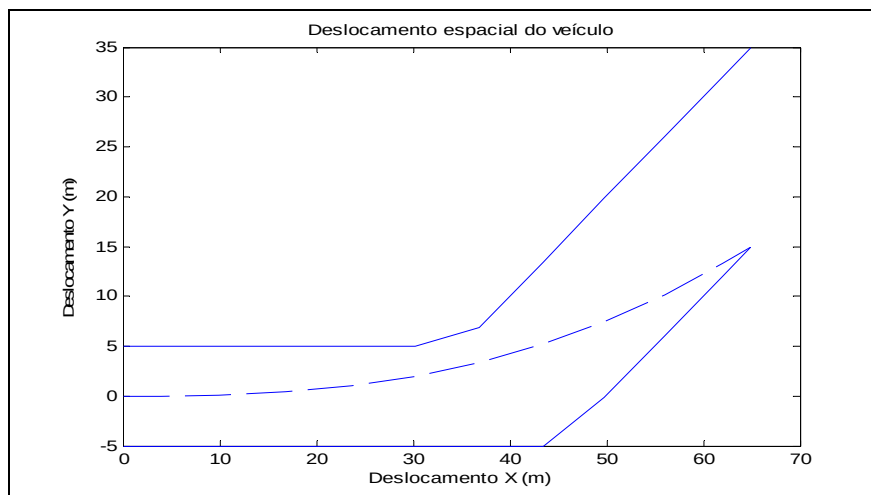


Figura 4.10. Deslocamento do veículo, caso 3.

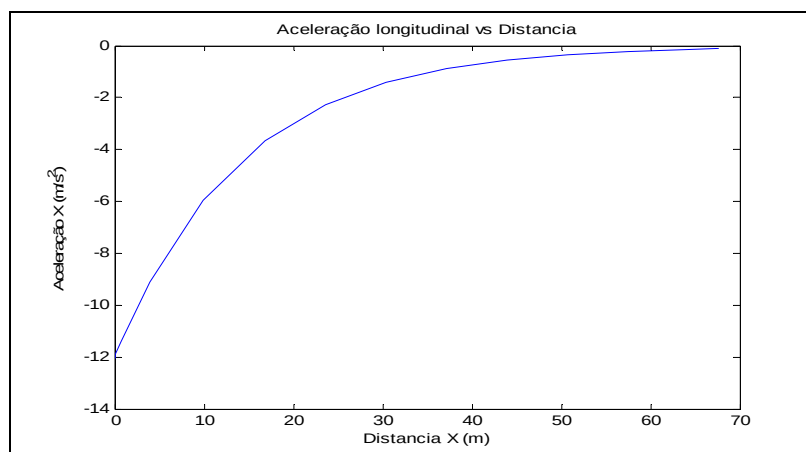


Figura 4.11. Aceleração para o caso 3.

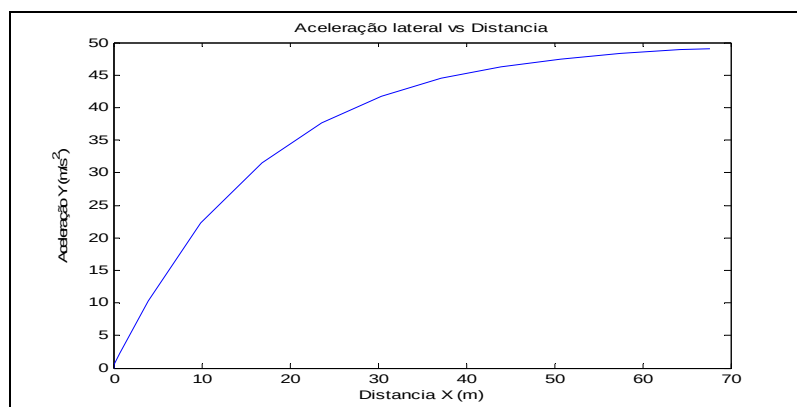


Figura 4.12. Aceleração lateral para o caso 3.

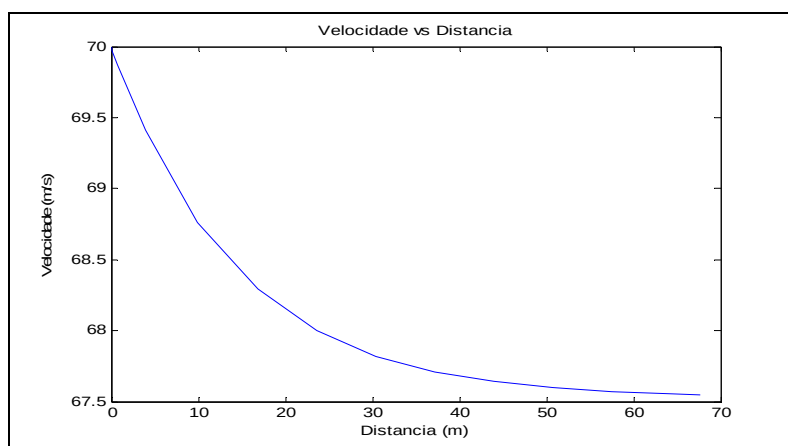


Figura 4.13. Velocidade em função da distância percorrida, caso 3.

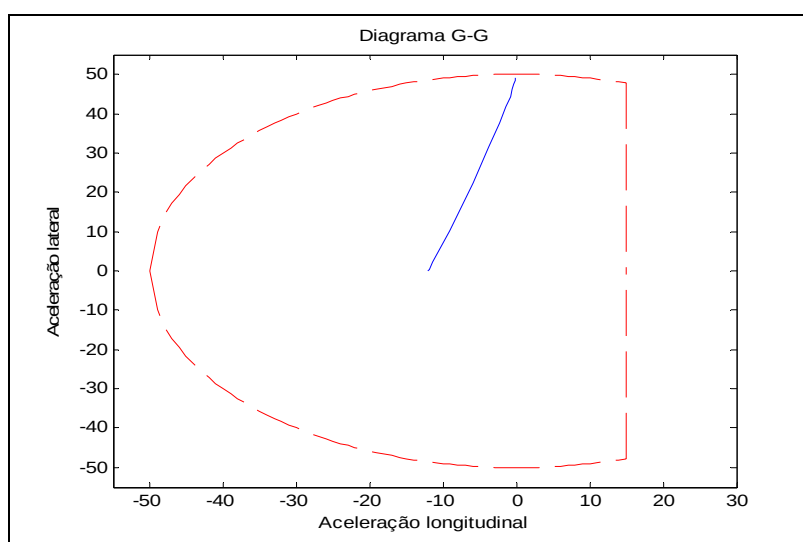


Figura 4.14. Diagrama GG (azul) sobre o Círculo de Aderência (vermelho), caso 3.

Agora, analisa-se uma situação muito parecida, mas numa pista com maior comprimento, denominado de Caso 3 modificado, no qual são adotadas as mesmas condições iniciais anteriores. O tempo mínimo conseguido é 1,3963 segundos, a desaceleração longitudinal inicial é $0,1420 \text{ m/s}^2$ ($0,01g$), a distância total percorrida no trecho é 97,6168 m, e a aceleração lateral máxima obtida é $33,6394 \text{ m/s}^2$ ($3,36g$). As Figuras 4.15 até 4.21 ilustram os resultados da simulação.

Aqui o veículo faz uma trajetória ótima com a mesma tendência que no caso anterior, mas devido a seu maior comprimento da pista o veículo não precisa utilizar toda sua capacidade de aceleração lateral e a desaceleração longitudinal é muito pequena já que não é preciso diminuir a velocidade para fazer as manobras

da trajetória ótima, então o veículo está se movimentando quase a velocidade constante como pode se ver na Figura 4.19 onde a velocidade não varia muito.

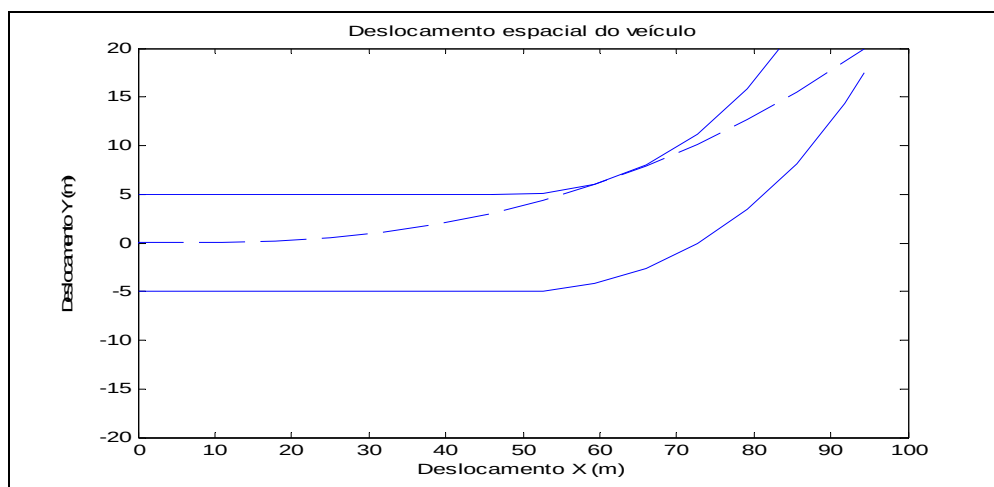


Figura 4.15. Deslocamento do veículo, caso 3 modificado.

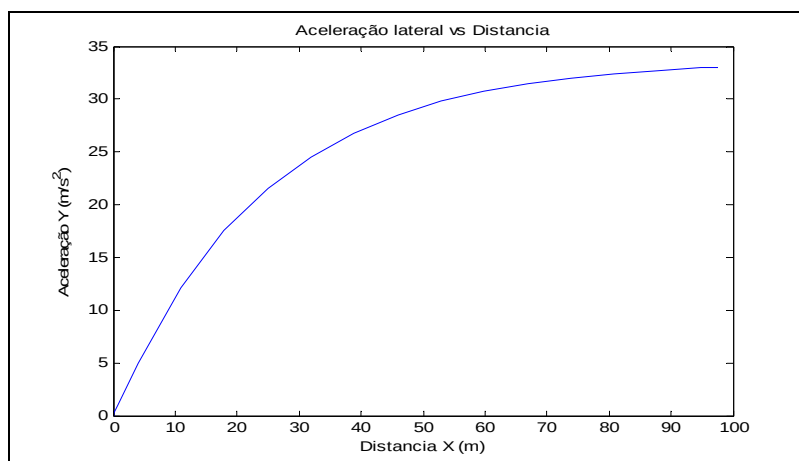


Figura 4.16. Aceleração lateral para o caso 3 modificado.

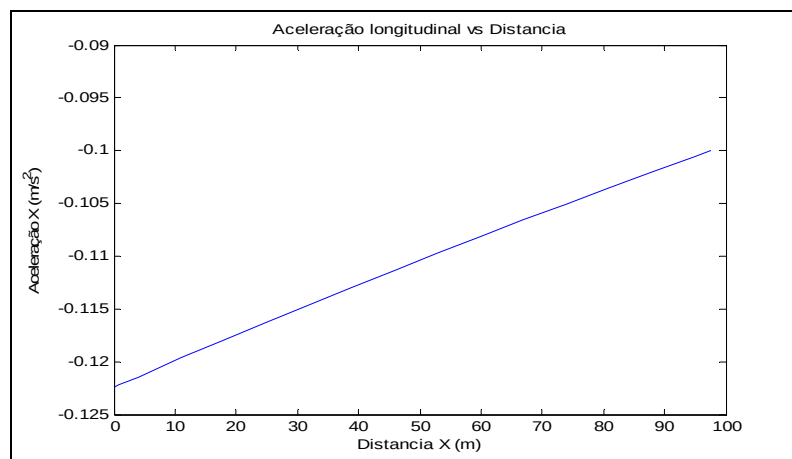


Figura 4.17. Desaceleração para o caso 3 modificado.

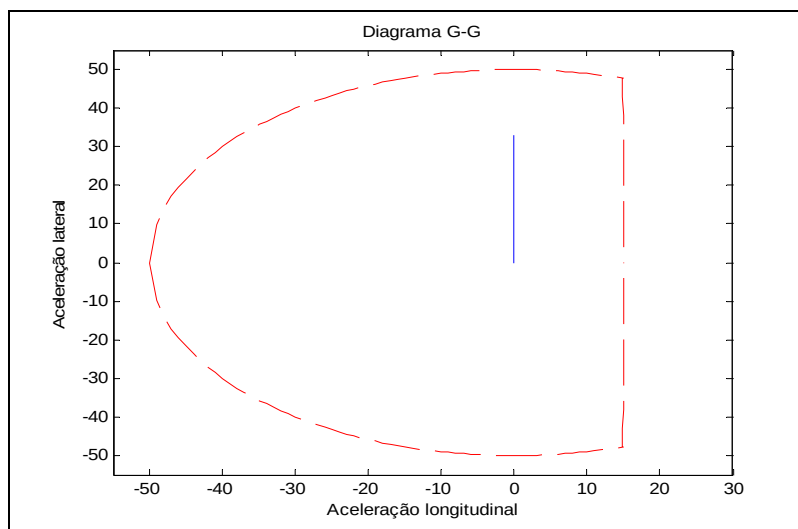


Figura 4.18. Diagrama GG (azul) sobre o Circulo de Aderência (vermelho), caso 3.

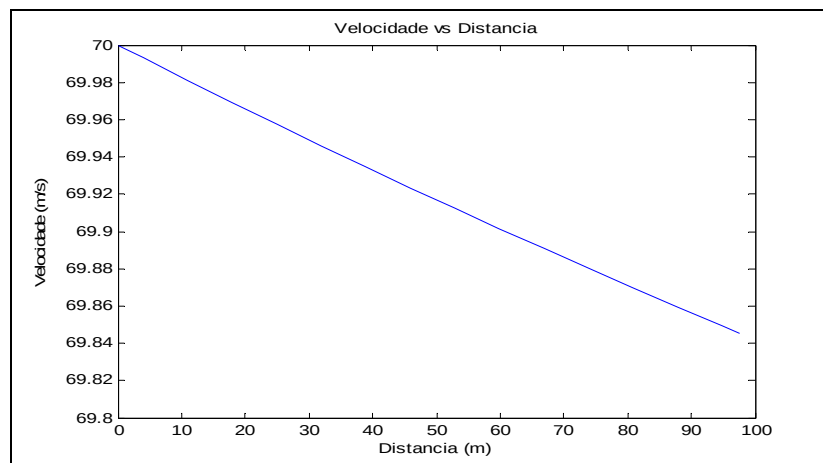


Figura 4.19. Velocidade em função da distância percorrida, caso 3 modificado.

No diagrama GG do veículo pode-se ver que para fazer a trajetória ótima o veículo apenas precisa parte da capacidade de aceleração lateral, isto significa que o veículo pode fazer curvas menores com muita facilidade já que além de utilizar a capacidade máxima de aceleração lateral (5g) pode também utilizar sua desaceleração para ajudar a percorrer uma curva de raio menor. Finalmente pode-se dizer que é muito favorável juntar a desaceleração longitudinal e a aceleração lateral no movimento de entrada na curva, esta união amplia uma maior faixa de possibilidades para percorrer ainda mais tipos ou tamanhos de curvas.

Neste caso também apresenta-se os gráficos do raio de curvatura e da atitude do veículo, dos quais pode se concluir que o comportamento do modelo

massa pontual esta respondendo satisfatoriamente pois é próximo aos veículos de competição.

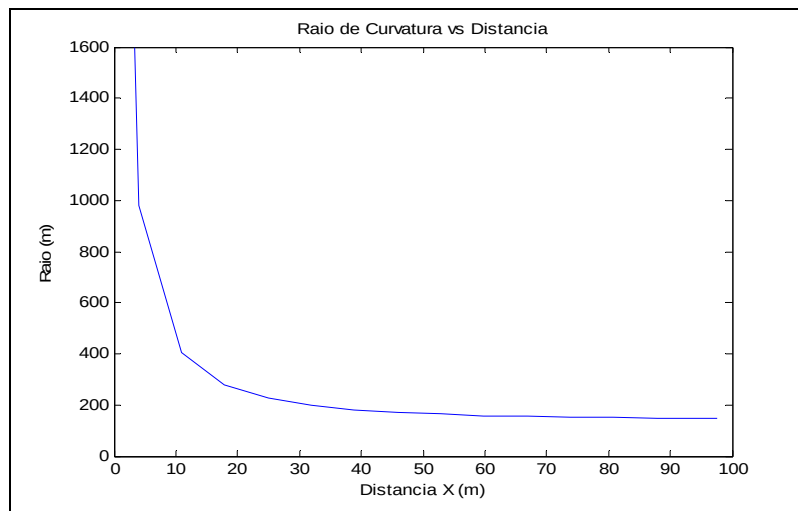


Figura 4.20. Raio de curvatura instantâneo em função da distância, caso 3 modificado.

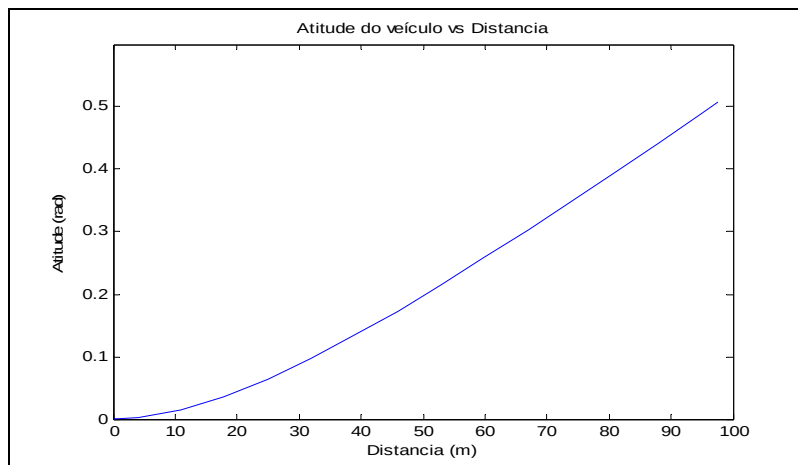


Figura 4.21. Atitude do veículo (ângulo de yaw) em função da distância, caso 3 modificado.

4.5

Caso 4: Aceleração e saída de uma curva.

Neste caso, analisa-se as condições na saída de uma curva de modo a avaliar o que ocorre quando se inicia a transferência da aceleração lateral em longitudinal. Para tratar este problema deve-se incluir uma nova condição inicial além da velocidade, suposta como inicialmente de 70 m/s (252 km/h), que é a atitude do veículo, indicando a sua direção ao iniciar a saída da curva, considerada com 25° (0,436 rad) em relação ao referencial inercial.

O tempo mínimo obtido é 0,6050 segundos, a aceleração longitudinal inicial é $5,0022 \text{ m/s}^2$ (0,5g), a distância total percorrida no trecho é 42,6995 m, a aceleração lateral inicial é de $48,9933 \text{ m/s}^2$ (4,89g). As Figuras 4.22 até 4.28 ilustram os resultados da simulação.

O comportamento do veículo é segundo esperado, pois ele vai tentar acelerar o máximo possível para ganhar velocidade mas respeitando as restrições impostas na otimização, e também pegar a aceleração lateral necessária para fazer a manobra da curva. As acelerações ficam dentro do círculo de aderência do veículo, na Figura 4.25 pode-se ver que o veículo apenas pode utilizar um pouco da capacidade de acelerar longitudinalmente, isto devido às restrições impostas, e utiliza quase toda a sua capacidade de acelerar lateralmente.

Discute-se a seguir uma conclusão interessante obtida da análise deste caso. A aceleração total inicial de $49,248 \text{ m/s}^2$ (4,92g), é menor que aceleração limite, como se pode ver na Figura 4.25 através do Diagrama GG. A combinação das acelerações é que torna possível o veículo obter a trajetória ótima em um determinado percurso, e com certeza pode-se aumentar alguma das duas acelerações e não conseguir a trajetória ótima para o tempo mínimo. Por exemplo, se a aceleração longitudinal é aumentada, o veículo sai fora da pista, e se aumenta-se a aceleração lateral a distância percorrida é maior, isto é, nem sempre o veículo vai se movimentar com as acelerações máximas (forças máximas) para se obter o tempo mínimo.

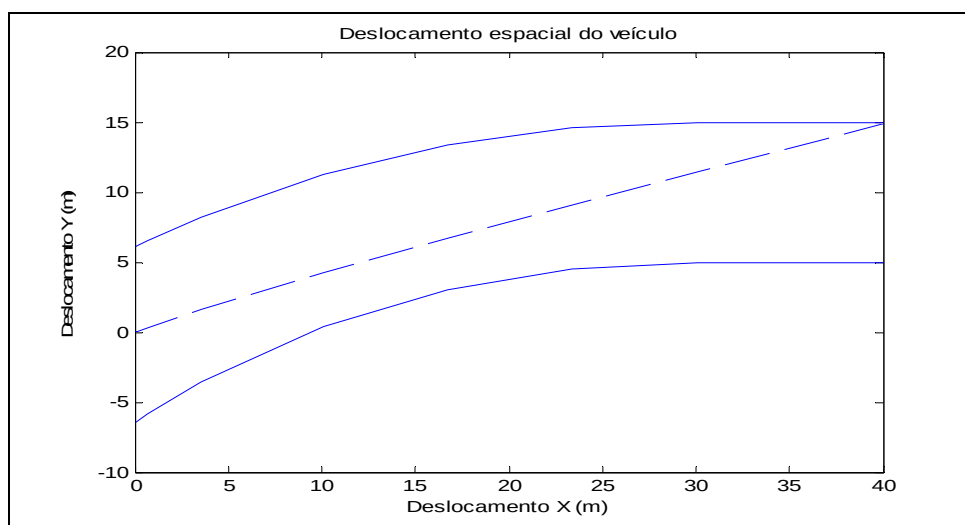


Figura 4.22. Deslocamento do veículo, caso 4.

Na Figura 4.22, apresenta-se o deslocamento espacial do veículo, a trajetória ótima aparentemente tira fora da pista ao veículo ao final da pista, tem-se a certeza que dentro dos limites impostos no problema de otimização o veículo satisfaz todas as restrições, somente que em nenhum momento se restringe à atitude final do veículo, é por isso que o veículo pode ter ao final da pista qualquer atitude, o que acontece fora da pista utilizada no processo de otimização não está considerado no problema, agora para ter certeza que o veículo vai ficar dentro da pista depois do trecho considerado no problema de otimização, como se desejaria neste caso, simplesmente faz-se uma pista de maior comprimento na saída da curva, com longitude suficiente para fazer que a atitude final do veículo seja aproximadamente paralelo à direção final da pista.

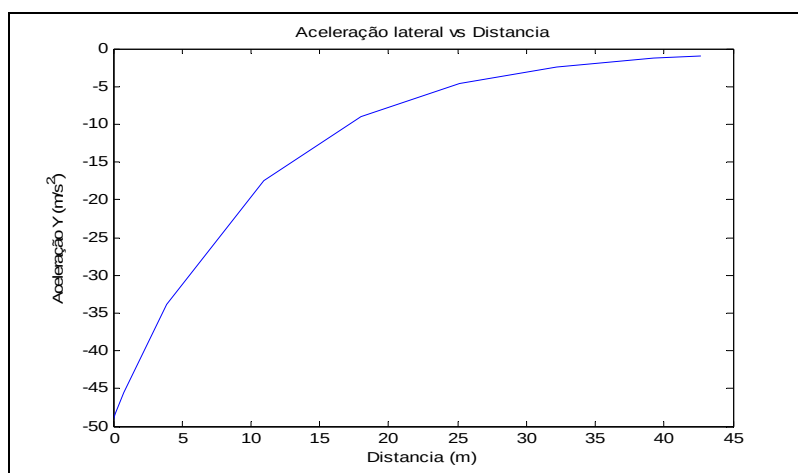


Figura 4.23. Aceleração lateral para o caso 4.

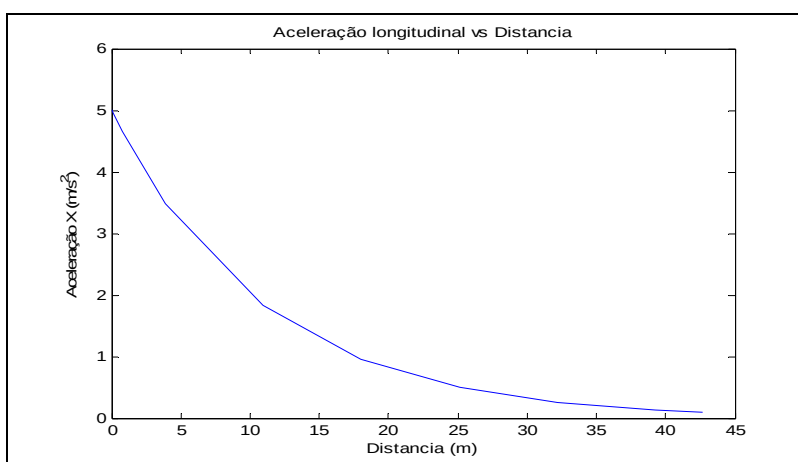


Figura 4.24. Aceleração para o caso 4.

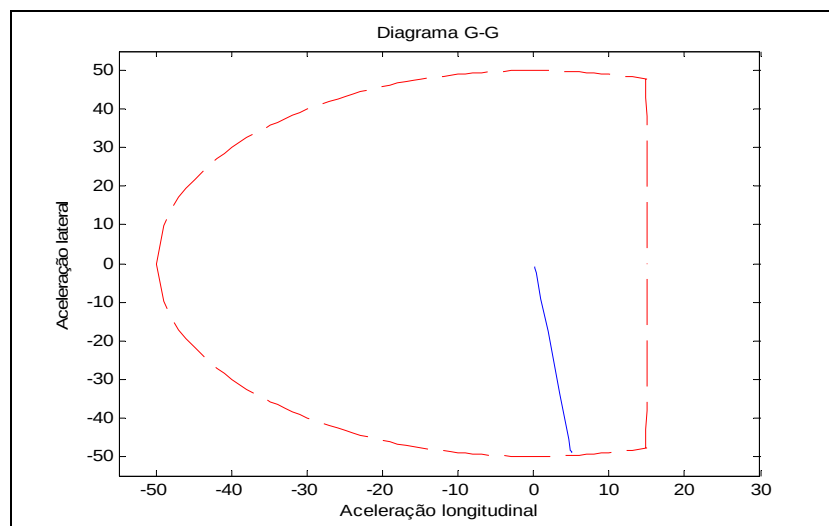


Figura 4.25. Diagrama GG (azul) sobre o Circulo de Aderência (vermelho), caso 4.

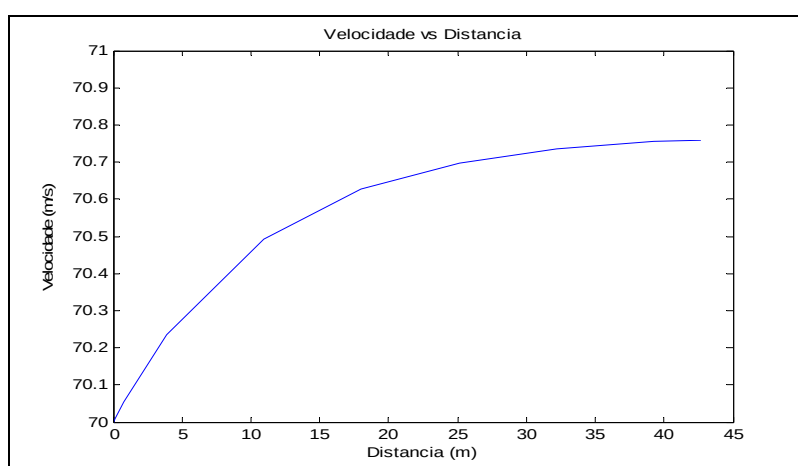


Figura 4.26. Velocidade em função da distância percorrida, caso 4.

A velocidade do veículo não aumenta muito ainda o veículo tenha aceleração inicial, isto devido à pequena distância percorrida.

O raio de curvatura do veículo se aumenta rapidamente na pequena distância percorrida, isto devido a que a aceleração lateral diminui e a velocidade do veículo aumenta; a atitude do veículo fica quase constante ao final do movimento, já que a aceleração lateral responsável pela mudança de direção do veículo vai diminuindo até ser nulo. Finalmente pode-se concluir que durante a saída da curva o veículo fará poucas manobras enquanto à mudança de direção pois a dinâmica não permite muita coisa na dinâmica lateral, mais sim na dinâmica longitudinal, que é o objetivo da saída, acrescentado a velocidade. Pelo tanto o ponto onde se inicia a saída da curva tende a ser quase ao final da curva mesmo.

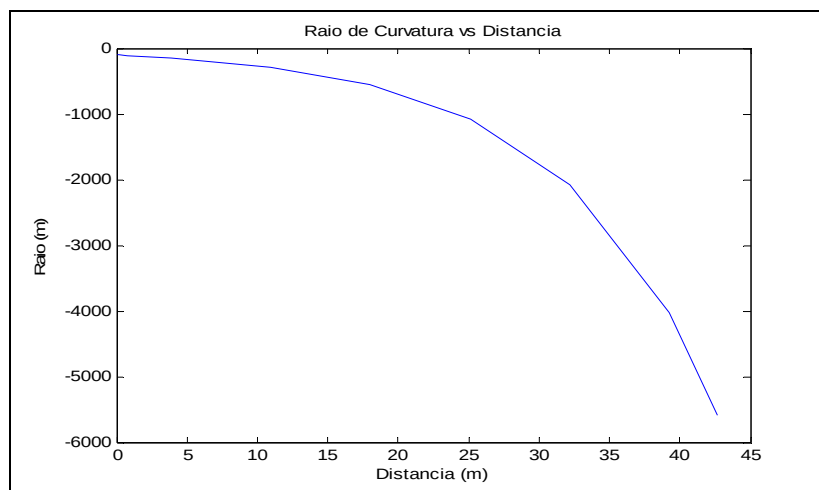


Figura 4.27. Raio de curvatura instantâneo em função da distância, caso 4.

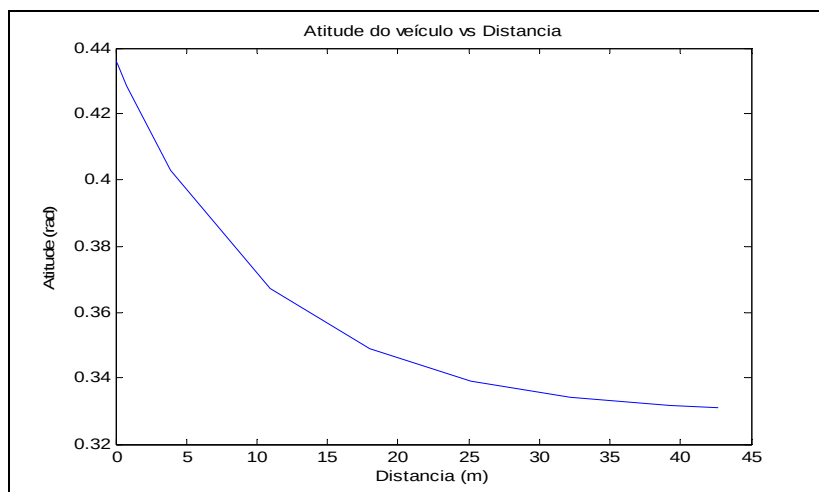


Figura 4.28. Atitude do veículo (ângulo de yaw) em função da distância, caso 4.

Agora, analisa-se o que acontece se o veículo está se movimentando com uma velocidade inicial muito menor, de 10 m/s (36 km/h), e ângulo inicial de 25° (0,436 rad), na mesma pista. Este caso se denomina Caso 4 modificado.

Os resultados obtidos são: tempo mínimo de 2,4190 segundos, a aceleração longitudinal inicial é 15 m/s² (1,5g), a distância total percorrida é 40,5854 metros, e a aceleração lateral inicial é 7,1547 m/s² (0,72g). As Figuras 4.29 até 4.35 ilustram os resultados da simulação.

Neste caso o veículo utiliza toda sua capacidade de aceleração longitudinal e apenas um pouca da aceleração lateral, Figura 4.32, com pouca aceleração lateral é possível mudar a direção do veículo já que este inicia seu movimento com velocidade “pequena”. Aqui o tempo de percurso é maior que no caso anterior, devido à velocidade menor, mas a distância percorrida é menor em comparação ao

caso anterior, mas esta distância percorrida menor apenas foi possível obtê-la a uma velocidade relativamente pequena; isto indica que o processo de otimização deve de chegar a equilibrar o valor da velocidade e a distância percorrida, conseguindo assim a maior velocidade e a menor distância percorrida com o fim de obter a trajetória ótima minimizando o tempo.

A aceleração total máxima do movimento acontece no início, $16,62 \text{ m/s}^2$ ($1,66g$), e no final do movimento, o veículo está sem aceleração; no final do trecho a atitude do veículo é aproximadamente paralelo à direção da pista, é diferente que no caso anterior mas trata-se do mesmo problema apenas com a variação da velocidade inicial, isto mostra quanto é que pode alterar a velocidade no traçado da trajetória ótima para um mesmo problema de otimização.

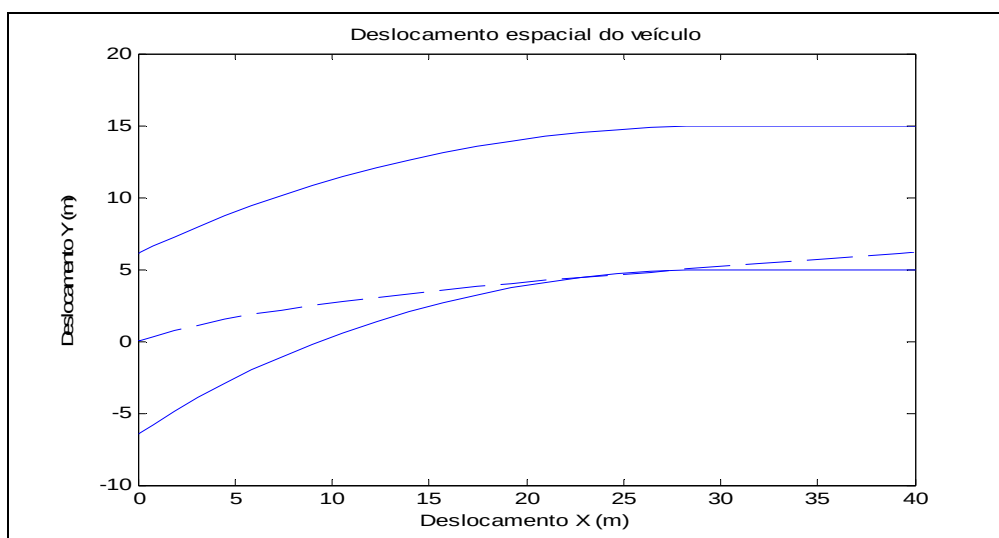


Figura 4.29. Deslocamento do veículo, caso 4 modificado.

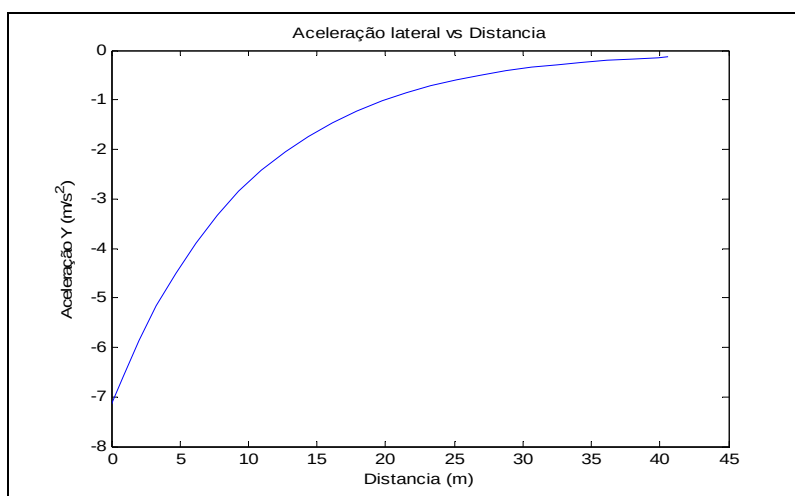


Figura 4.30. Aceleração lateral para o caso 4 modificado.

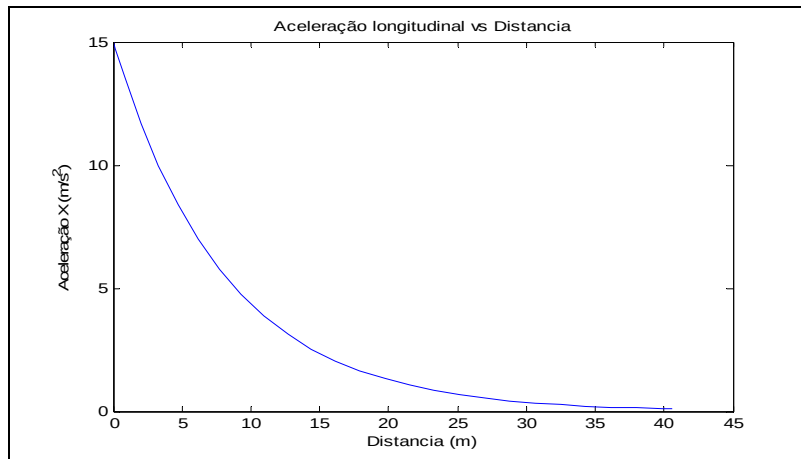


Figura 4.31. Aceleração para o caso 4 modificado.

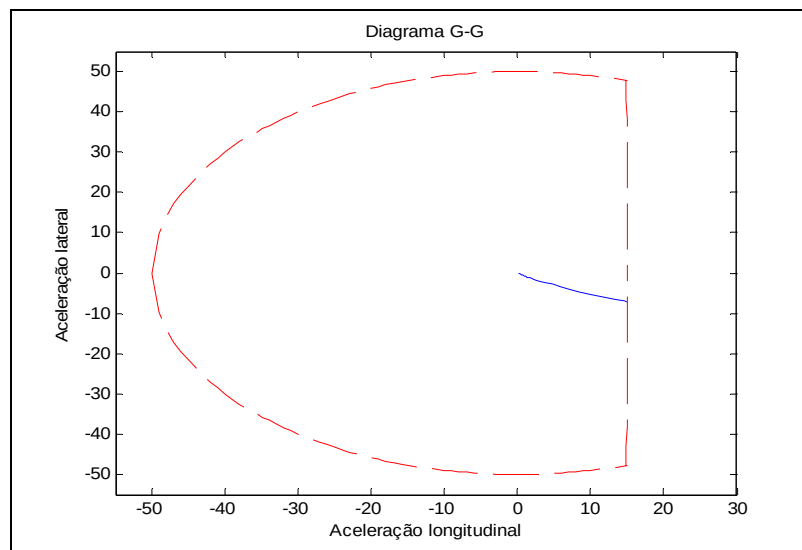


Figura 4.32. Diagrama GG (azul) sobre o Circulo de Aderência (vermelho), caso 4 modificado.

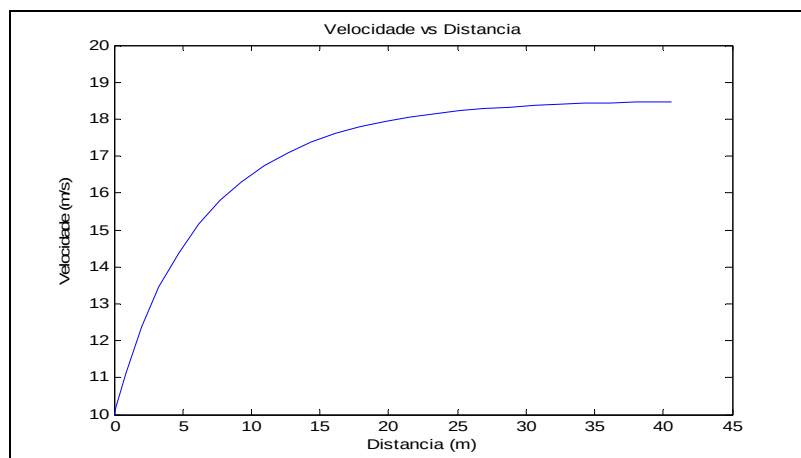


Figura 4.33. Velocidade em função da distância percorrida, caso 4 modificado.

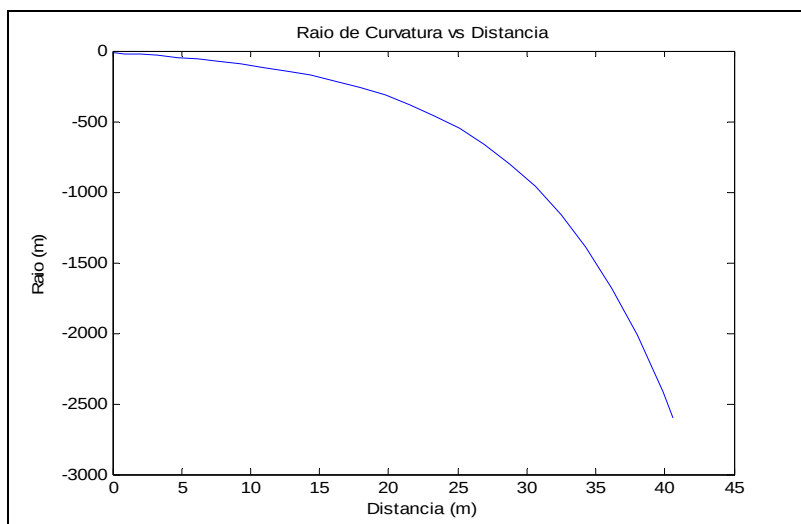


Figura 4.34. Raio de curvatura instantâneo em função da distância, caso 4 modificado.

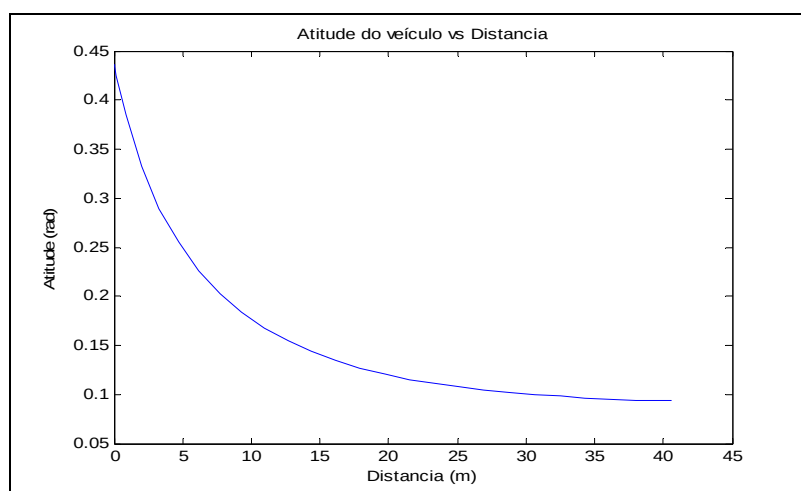


Figura 4.35. Atitude do veículo (ângulo de yaw) em função da distância, caso 4 modificado.

4.6

Caso 5: Velocidade constante em curva.

Neste caso a velocidade é constante durante todo tempo de percurso, suposta em 50 m/s (180 km/h), e o veículo vai percorrer uma curva muito maior, de raio 50 metros. As variáveis do problema de otimização são a aceleração lateral e os pontos onde se aplicam as acelerações dentro da distância percorrida pelo veículo.

Vai ser empregado agora nas simulações o modelo dinâmico desenvolvido no Capítulo 2 com intenção de avaliar as características do comportamento do veículo ao percorrer uma determinada trajetória, obtida por uma representação

mais simples, modelo massa pontual, comparando os resultados encontrados para ambos os modelos.

Os resultados da otimização são: o tempo mínimo é 4,0692 segundos, a aceleração lateral máxima utilizada para fazer a trajetória ótima é $37,1669 \text{ m/s}^2$ (3,72g), o ponto de início da aceleração lateral está a 29,5759 m do ponto de partida, o local aonde se chega a aceleração máxima está a 60,6949 m da partida, o ponto de saída da curva (início da desaceleração lateral) está a 95,4724 m do ponto inicial, o local aonde a aceleração lateral é completamente nula está a 124,2326 m da partida, e finalmente a distância total percorrida pelo veículo é 203,4598 metros. As Figuras 4.36 até 4.42 ilustram os resultados da simulação.

Nota-se que para trajetórias retas o raio de curvatura tende ao infinito, e neste caso, o raio mínimo obtido é 67,26 metros (acontece durante a aceleração lateral máxima). Segundo o Diagrama GG o veículo não precisa de toda a aceleração lateral que pode dar, desde que faça mudar de direção ao veículo para obter a trajetória ótima sem sair da pista. O trecho de entrada á curva é mais curta comparada com o trecho de saída da curva, mesmo assim na entrada da curva se consegue mudar mais a direção do veículo.

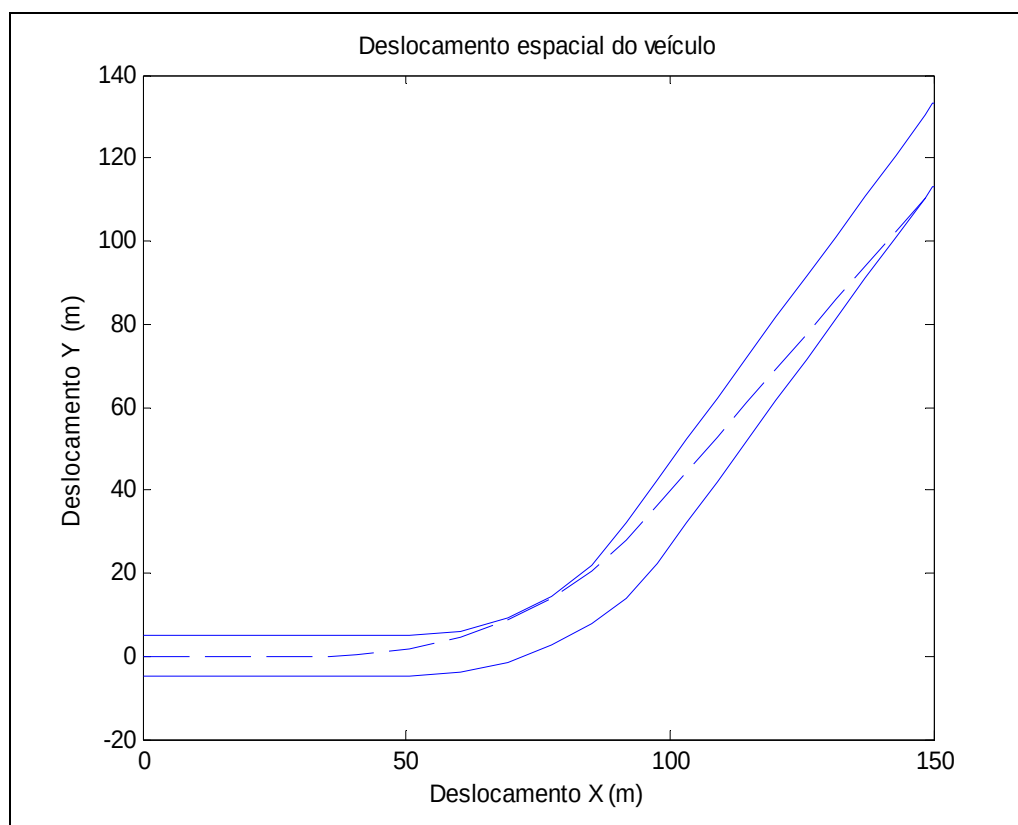


Figura 4.36. Deslocamento do veículo, caso 5.

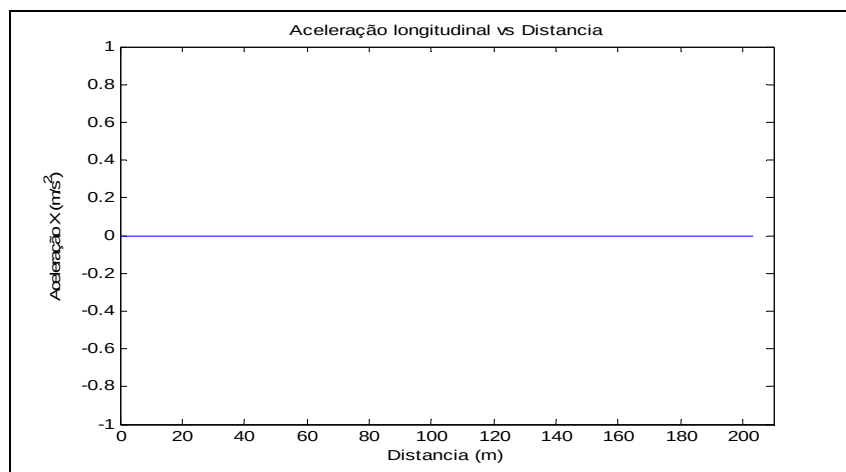


Figura 4.37. Aceleração longitudinal, caso 5.

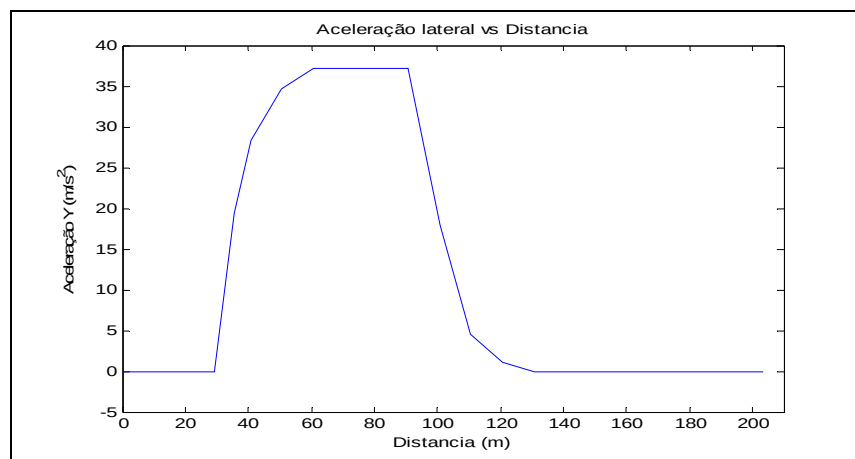


Figura 4.38. Aceleração lateral, caso 5.

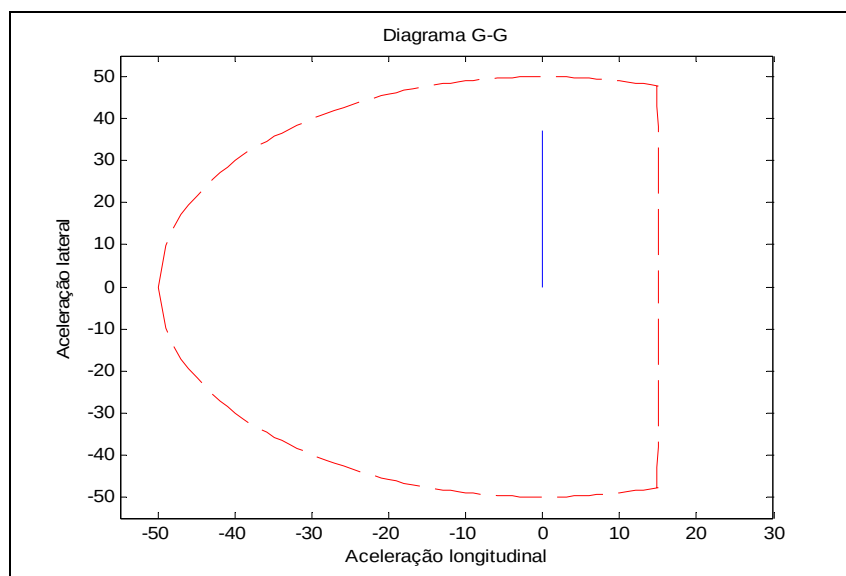


Figura 4.39. Diagrama GG (azul) sobre o Circulo de Aderência (vermelho), caso 5.

Tanto no Diagrama GG quanto na figura da aceleração lateral o comportamento do veículo é segundo esperado, neste caso de velocidade constante apenas se busca os pontos ótimos de aplicação da aceleração lateral; da figura onde se apresenta o raio de curvatura pode se ver que o trecho de entrada na curva é menor que na saída da curva, aqui também é relevante que o trecho onde a aceleração lateral é constante (no médio da curva) tem maior longitude que nos extremos, isto mesmo pode se ver na Figura 4.42 onde dá para diferenciar três comportamentos diferentes ao percorrer a curva, um comportamento transiente onde a atitude do veículo sai de ser constante para uma variação quase linear (comportamento permanente), que acontece no médio da curva, e depois outro comportamento transiente à saída da curva onde a atitude passa a ser constante novamente já que a aceleração lateral vai se anular.

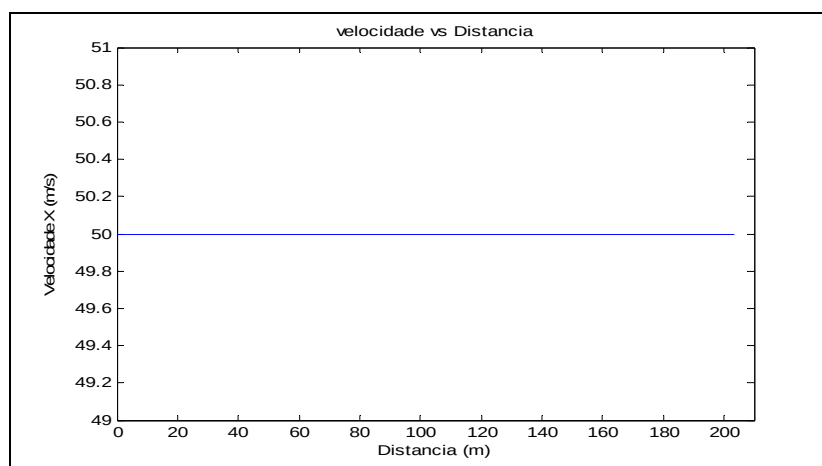


Figura 4.40. Velocidade em função da distância percorrida, caso 5.

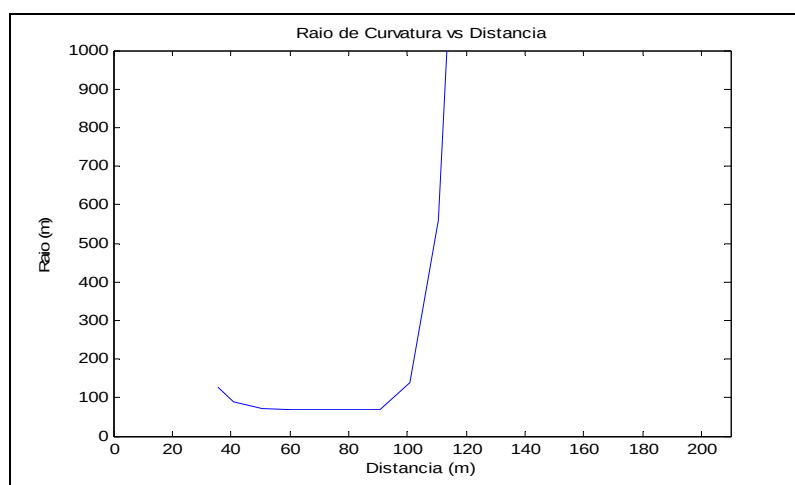


Figura 4.41. Raio de curvatura instantâneo em função da distância, caso 5.

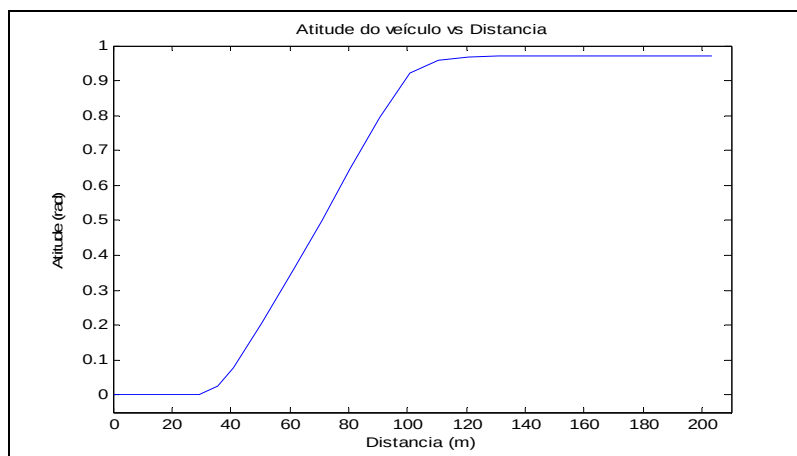


Figura 4.42. Atitude do veículo (ângulo de yaw) em função da distância, caso 5.

Apresenta-se a seguir o comportamento do veículo, representado pelo modelo dinâmico não linear do Capítulo 2, na trajetória ótima obtida para o veículo com velocidade constante, determinada pelo modelo massa pontual. Os resultados encontrados são mostrados nas Figura 4.43 até 4.56.

Nota-se na Figura 4.43 que o veículo tenta seguir a trajetória ótima, através de uma malha de controle que foi desenvolvida em [11]. O controle que aqui se utiliza para a avaliação foi criado para um Modelo Veicular Cinemático onde ainda não se considera o comportamento dinâmico do veículo, pelo qual se espera que nos resultados exista uma diferença significativa nas trajetórias definidas pelo modelo massa pontual e o modelo dinâmico do veículo, isto pode se ver na Figura 4.43 (trajetória de cor vermelha), mais ainda existe uma diferença nas trajetórias elas, delas terem a mesma tendência.

Na Figura 4.44 vê-se que o ângulo máximo do volante é 90° , mas neste caso somente precisa-se de 14° para realizar a curva. A flutuação do comportamento do volante é devida ao controle empregado. Na Figura 4.45 nota-se que os ângulos de esterçamento das rodas dianteiras têm um valor máximo de aproximadamente $4,5^\circ$; e pode-se notar que a roda esquerda tem maior ângulo quando o veículo gira para a esquerda, o comportamento é totalmente lógico.

Os ângulos de deriva (Figura 4.46) dependem dos parâmetros do movimento, como a velocidade longitudinal e a velocidade angular de yaw do veículo. Os resultados obtidos mostram que os ângulos de deriva traseiro aumentam mais durante uma curva. Como modelo matemático das forças laterais

foi desenvolvido para ângulos de deriva menores a 10° aproximadamente, verifica-se que os resultados estão dentro da faixa.

Na Figura 4.50 nota-se que as forças nos pneus no lado direito no veículo são maiores, indicando que o veículo se inclina pela direita ao fazer a curva, existindo “transferência de massa” para a direita do veículo. Na Figura 4.51 pode-se ver a resposta ao tempo da aceleração lateral, que se assemelha bastante daquela obtida pelo modelo massa pontual, incluindo apenas algumas flutuações devido às manobras de controle. Nota-se que a aceleração lateral atinge a pouco mais dos 50 m/s^2 , limite superior imposto no problema de otimização.

As acelerações angulares do ângulo de *yaw* são muito mais relevantes que as outras duas acelerações angulares (Figuras 4.52). O ângulo de *yaw* final (Figura 4.55) é muito próximo à direção da pista (60°), por alguns instantes ele é maior, indicando um comportamento sobre-esterçante, mas depois atinge um valor menor, levando à conclusão que o sistema de controle consegue estabilizá-lo adequadamente. Os valores dos ângulos de *roll* e *pitch* (Figura 4.56) estão dentro do esperado, sendo praticamente desprezíveis nas condições consideradas.

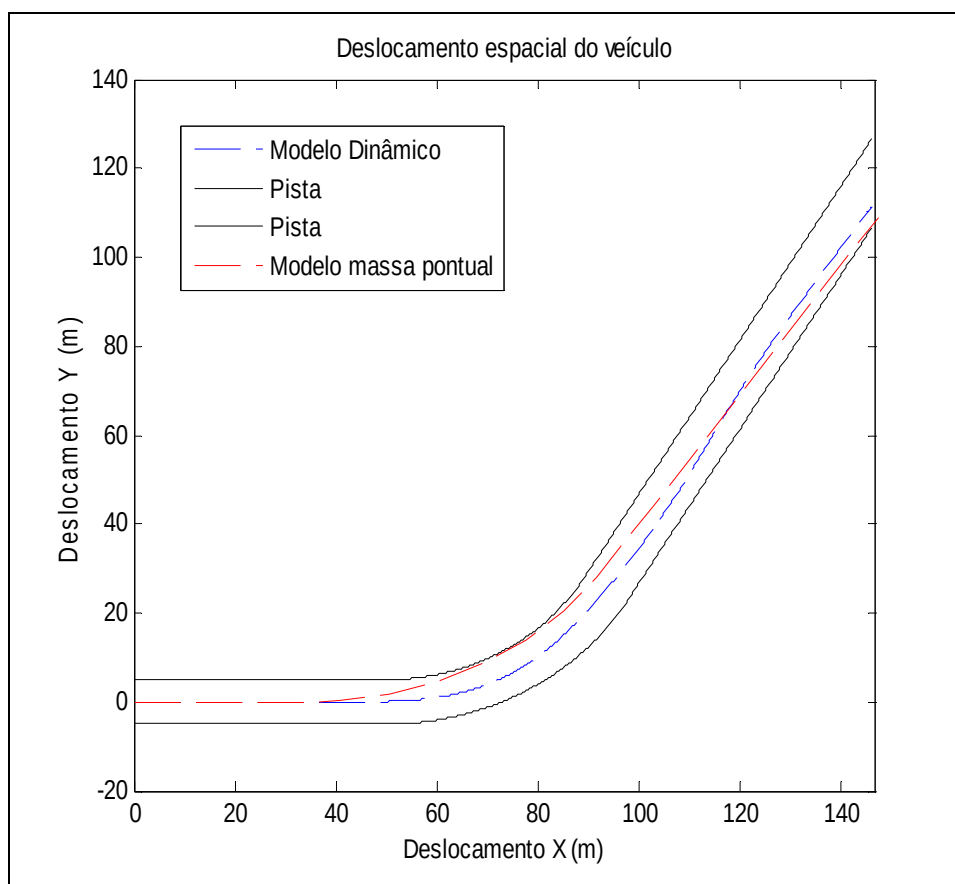


Figura 4.43. Trajetória percorrida pelo modelo dinâmico (azul).

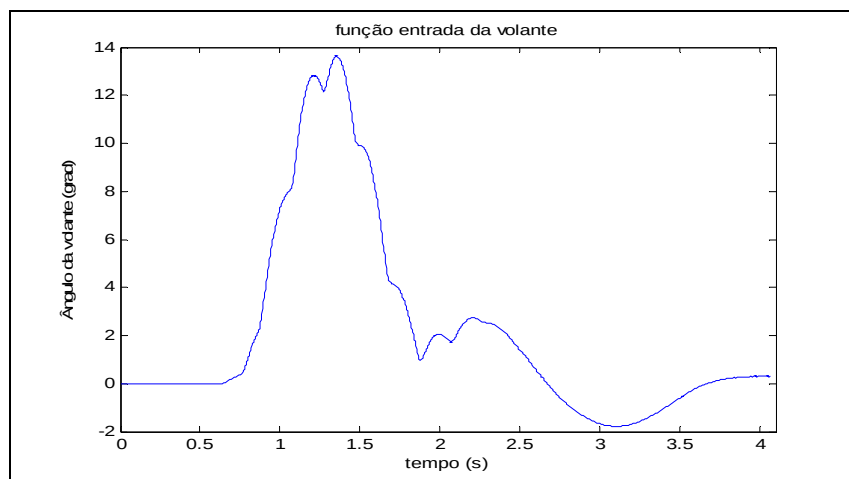


Figura 4.44. Volante do veículo no tempo, modelo dinâmico.

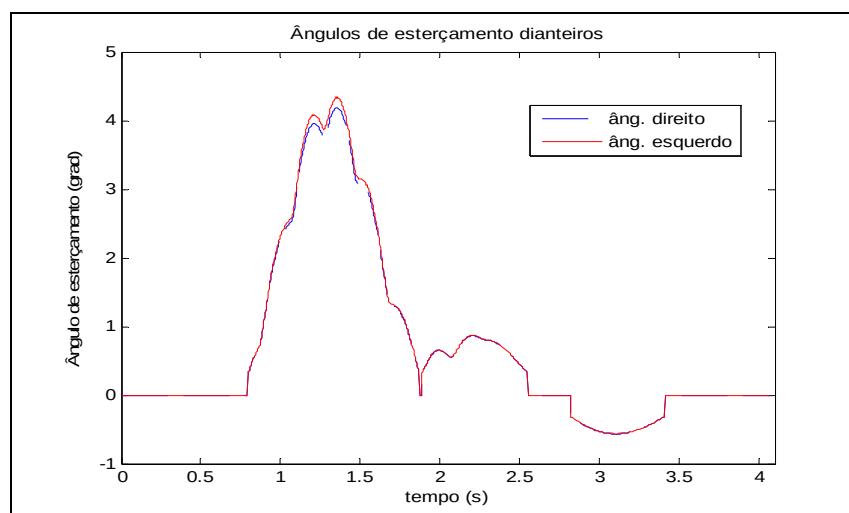


Figura 4.45. Ângulos de esterçamento dianteiros, modelo dinâmico.

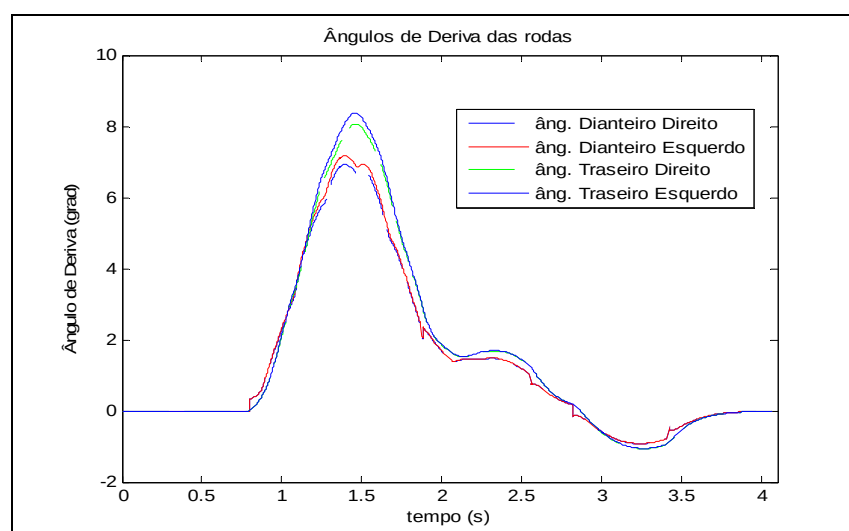


Figura 4.46. Ângulos de deriva no tempo, modelo dinâmico.

Comparando as trajetórias descritas pelos modelos dinâmico não linear e massa pontual, o modelo dinâmico tem um atraso na resposta ao controle, mas o modelo dinâmico utiliza sua máxima força lateral para tentar seguir a trajetória ótima, a força lateral máxima acontece quando os ângulos de deriva chegam até 8° , na Figura 4.47 dá para ver que a força lateral chega até seu valor máximo por um instante de tempo. Da mesma forma se gera um perfil de aceleração lateral, na Figura 4.51, onde o modelo dinâmico utiliza a máxima aceleração lateral possível por um instante de tempo, isto tem a mesma tendência que o perfil da aceleração para o modelo massa pontual. O comportamento oscilante dos momentos, forças e os ângulos são totalmente aceitáveis pela dinâmica do veículo, então pode-se dizer que os resultados são consistentes.

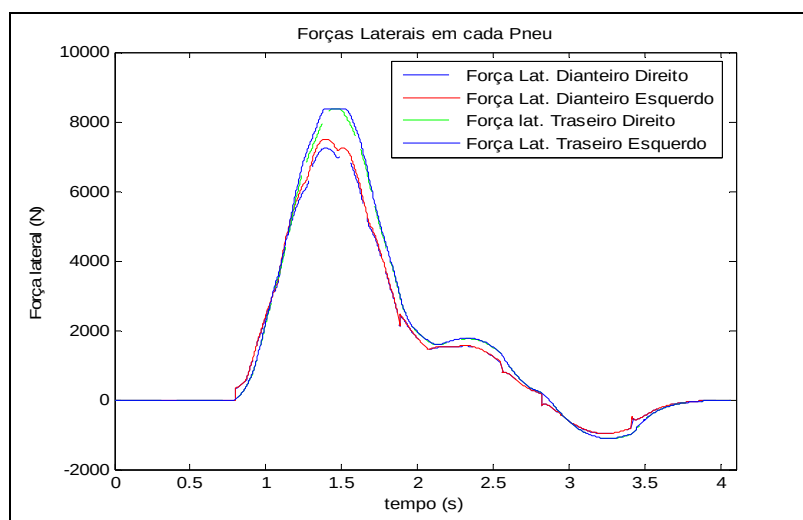


Figura 4.47. Forças laterais no tempo, modelo dinâmico.

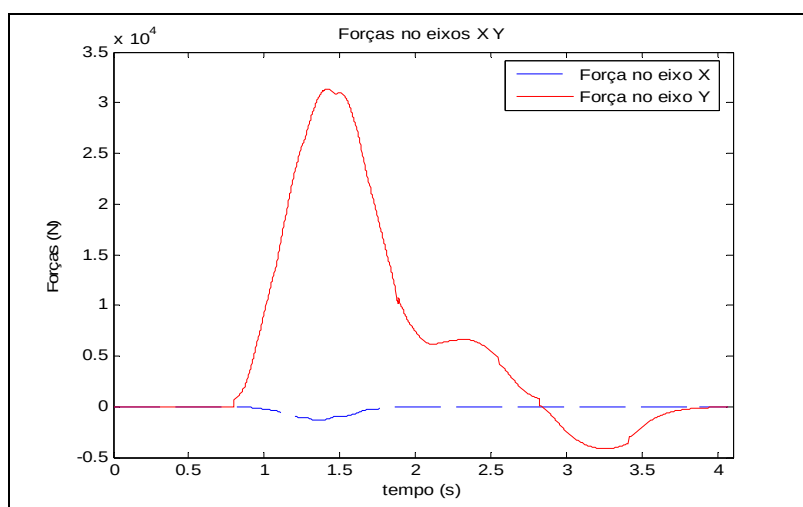


Figura 4.48. Forças totais nos eixos x e y , modelo dinâmico.

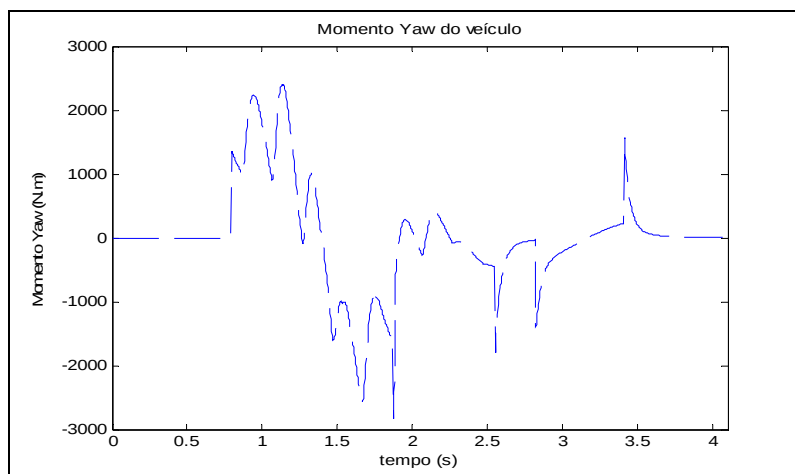


Figura 4.49. Momento no eixo z , modelo dinâmico.

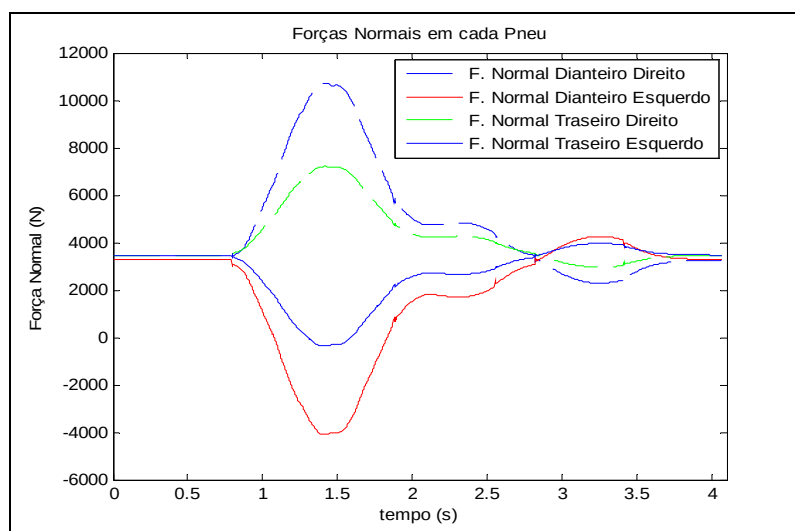


Figura 4.50. Forças normais em cada pneumático, modelo dinâmico.

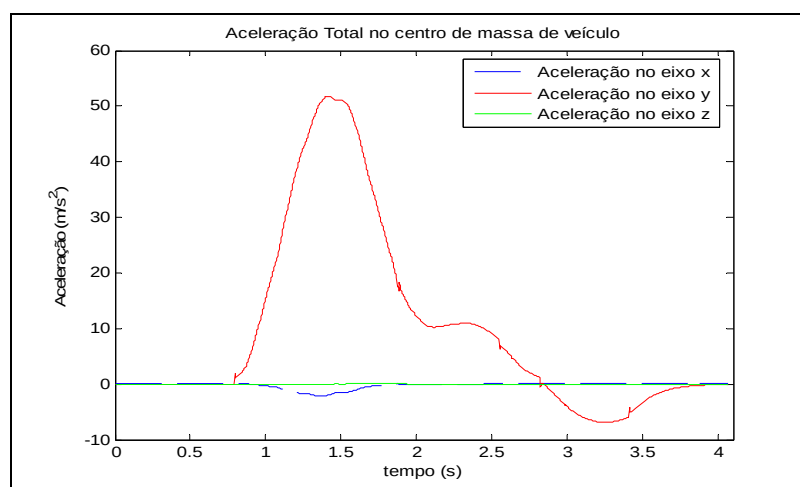


Figura 4.51. Aceleração do veículo, modelo dinâmico.

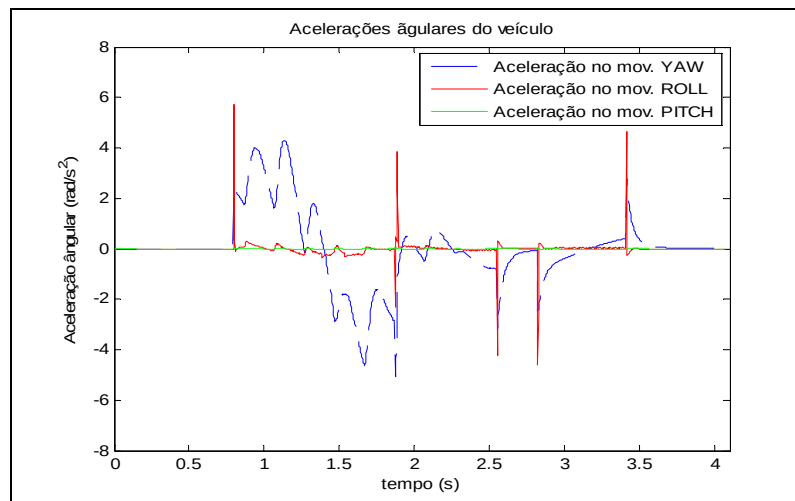


Figura 4.52. Aceleração angular do veículo, modelo dinâmico.

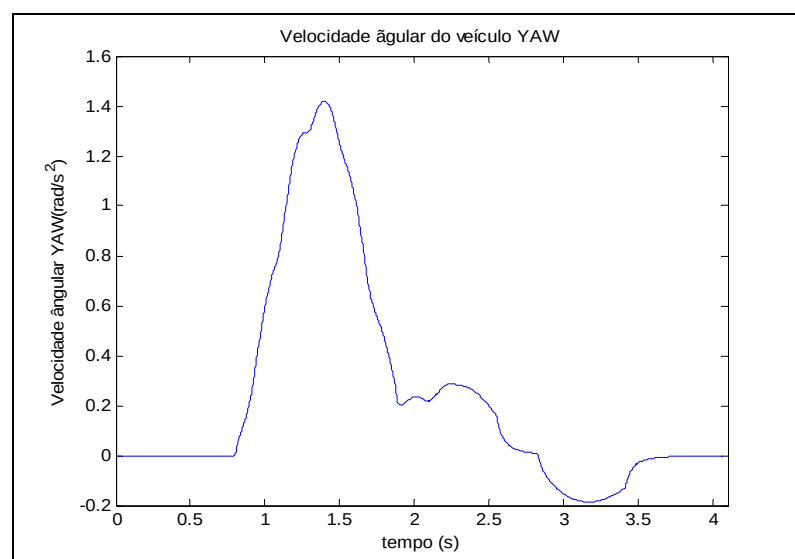


Figura 4.53. Velocidade de yaw, modelo dinâmico.

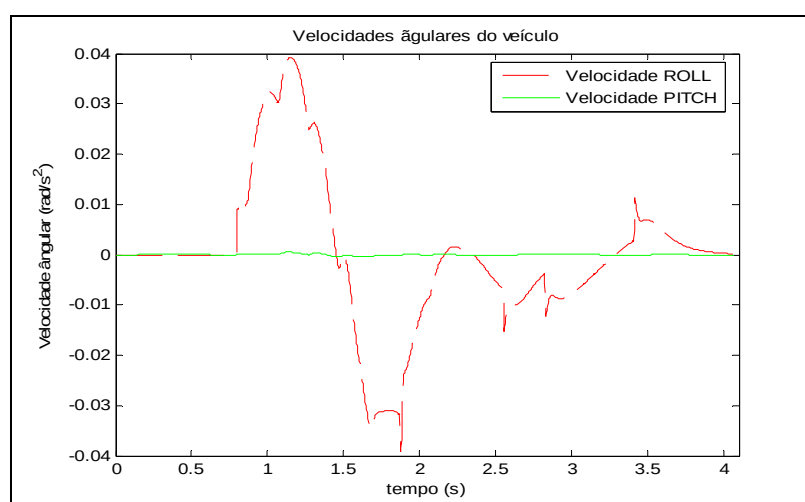


Figura 4.54. Velocidades angulares de *roll* e *pitch*, modelo dinâmico.

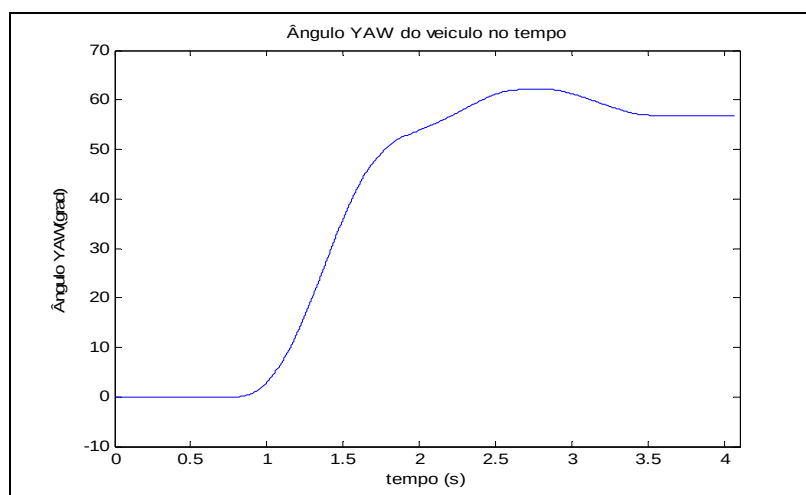


Figura 4.55. O ângulo de yaw no tempo, modelo dinâmico.

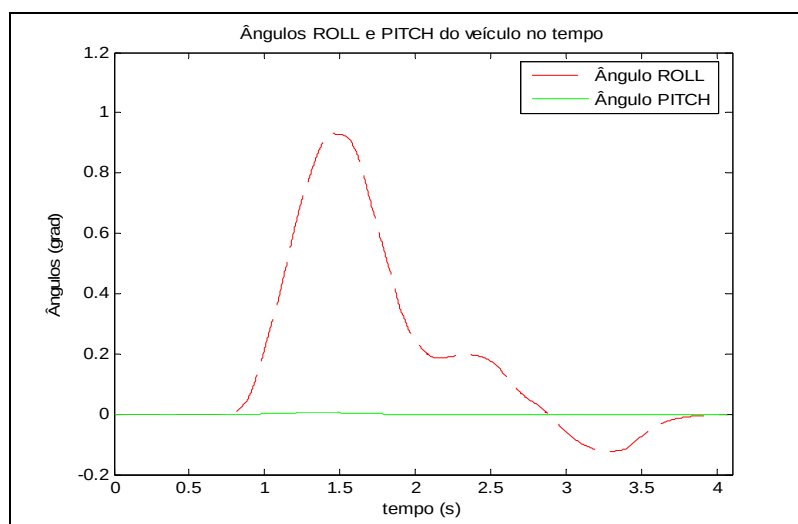


Figura 4.56. Os ângulos de *roll* e *pitch* no tempo, modelo dinâmico.

4.7

Caso 6: Movimento geral.

Neste caso vão ser conectados harmoniosamente todos os movimentos analisados anteriormente, de modo a assim gerar uma trajetória geral. Para auxiliar na interpretação vai se trabalhar com a mesma pista adotada para velocidade constate, e assim poder comparar os resultados encontrados. Espera-se ter um melhor resultado neste último caso. A velocidade inicial é de 50 m/s (180 km/h). O objetivo é o veículo chegar no tempo mínimo ao final da pista, definido por uma linha vertical que fica a 150 m no eixo longitudinal do referencial global. A atitude inicial é zero. Considera-se que veículo inicia percorrendo uma linha

horizontal e pelo meio da pista. Provavelmente vão ser obtidos outros valores para os resultados da otimização, se o veículo inicia sua trajetória no extremo inferior da pista ou no extremo superior. Lembra-se que agora a velocidade é variável e o veículo irá desacelerar para poder realizar a manobra lateral.

O tempo mínimo obtido pela otimização é 3,8376 segundos, muito menor que no caso de velocidade constante. A aceleração máxima é 35 m/s^2 , menor que no caso anterior. O ponto de início da aceleração lateral é 30,3462 m, indicando que nesta situação a aceleração lateral se inicia mais tarde, mais perto da curva. O ponto onde a aceleração lateral atinge a seu máximo valor é 50,1346 m, que comparado ao caso anterior indica que consegue-se chegar antes ao máximo valor, então a distância aonde a aceleração lateral é transiente na entrada da curva é menor. O ponto onde a aceleração lateral começa a diminuir é 82,7 m, então a saída da curva inicia antes que para velocidade constante. O ponto onde a aceleração lateral é nula é 203,3533 m, então o trecho aonde a aceleração lateral diminui é mais longo que no caso anterior. A distância total percorrida pelo veículo é 2003,3533 m, menor quando comprado com o caso de velocidade constante, indicando que se faz uma curva mais suave, e a aceleração longitudinal é máxima 15 m/s^2 , ocorrendo durante toda a saída da curva. As Figuras 4.57 até 4.63 ilustram os resultados da simulação.

Nota-se que a desaceleração na entrada da curva é mínima, $0,11 \text{ m/s}^2$, isto ocorre por que a velocidade é relativamente pequena e não se precisa diminuí-la para fazer a curva. Apenas se diminui a velocidade para realizar uma curva mais suave, e então a distância percorrida é menor. Existe uma pequena desaceleração do veículo na entrada da curva, fazendo a velocidade variar. A velocidade inicial foi 50 m/s (180 km/h), a velocidade mínima ao fazer a curva de $49,964 \text{ m/s}$ ($179,87 \text{ km/h}$), esta variação de velocidade é muito pequena quase imperceptível. O raio de curvatura mínimo é de $71,3258 \text{ m}$, que é maior do que aquele encontrado no caso de velocidade constante, por isso a curva é mais suave. A velocidade máxima que do veículo ao percorrer o trecho (depois da aceleração longitudinal) é $57,0444 \text{ m/s}$ ($205,36 \text{ km/h}$), e a sua atitude varia de zero até $1,0254 \text{ rad}$ ($58,75^\circ$).

Os resultados da otimização neste caso são muito próximos aos obtidos no caso de velocidade constante, por exemplo no perfil de velocidades obtidas da otimização são muito similares; mas existe uma diferença maior no diagrama GG

já que ali aparece a aceleração longitudinal que o veículo precisa para obter a trajetória ótima, aqui o veículo utiliza toda a aceleração disponível na saída da curva, e a velocidade se incrementa rapidamente (Figura 4.61) na saída da curva.

Em modo geral o comportamento do veículo para gerar a trajetória ótima se resume na aceleração do veículo à saída da curva, para acrescentar a velocidade e diminuir o tempo.

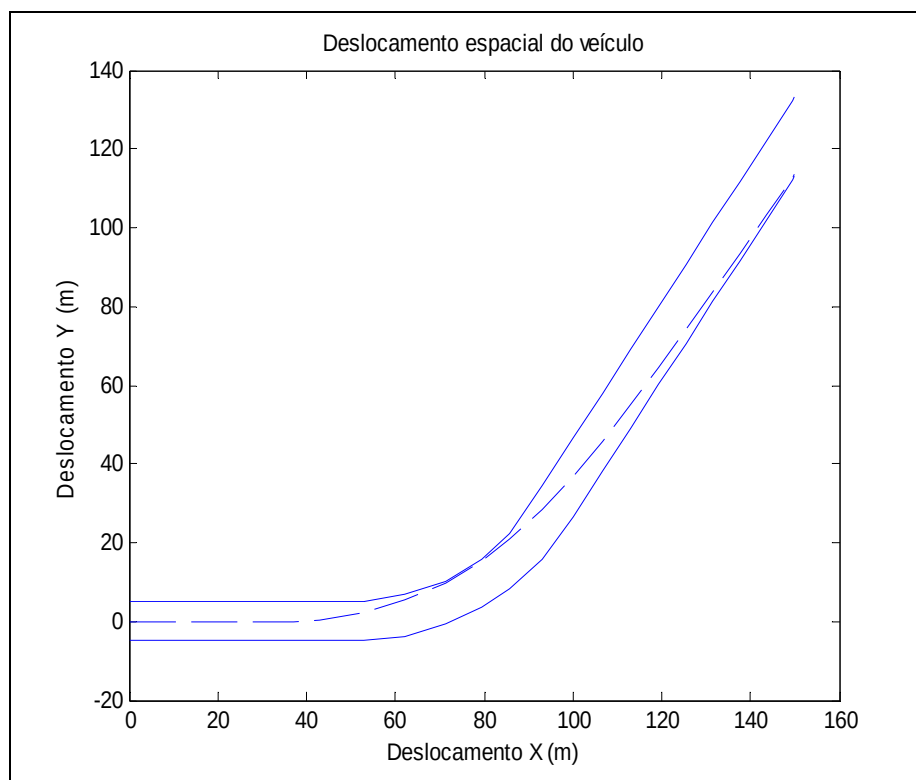


Figura 4.57. Deslocamento do veículo, caso geral.

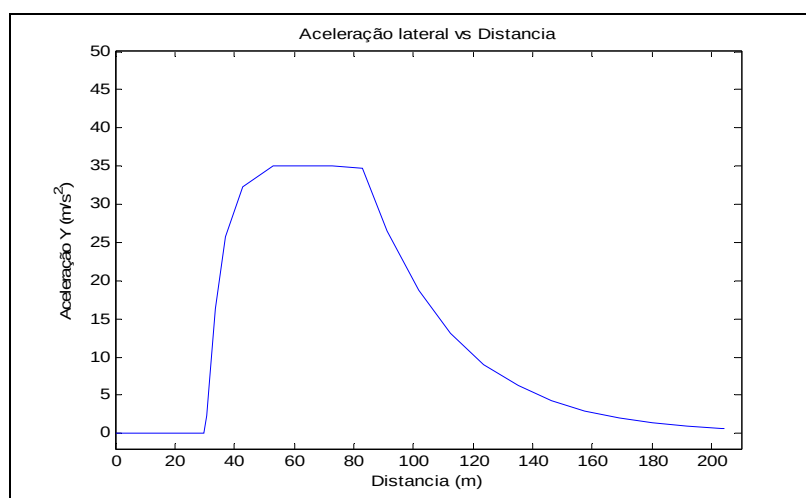


Figura 4.58. Aceleração lateral para o caso geral.

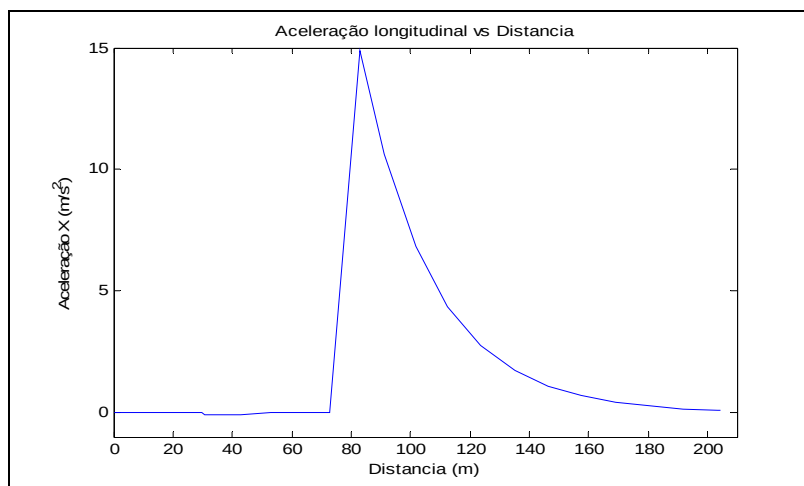


Figura 4.59. Aceleração longitudinal, caso geral.

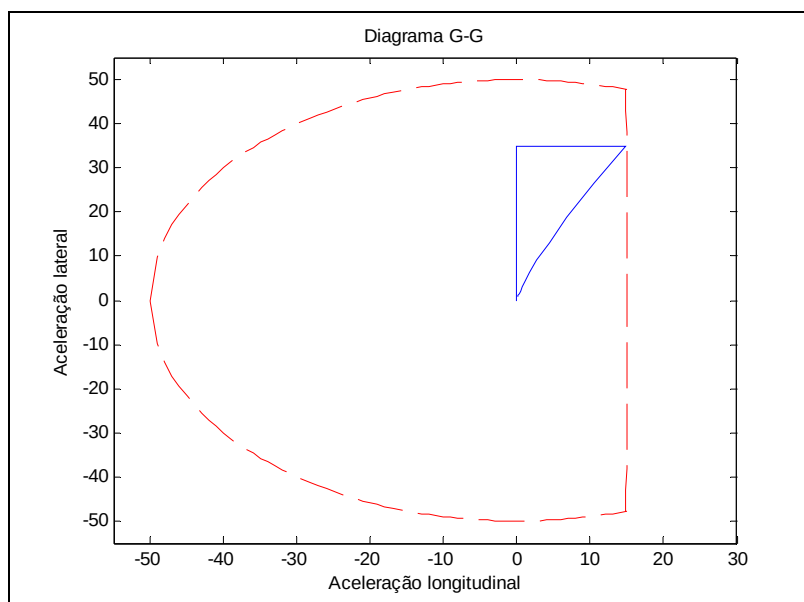


Figura 4.60. Diagrama GG (azul) sobre o Círculo de Aderência (vermelho), caso geral.

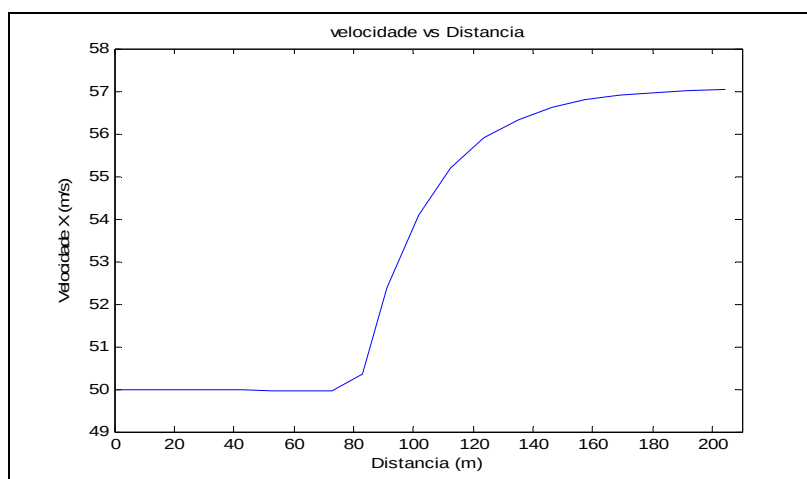


Figura 4.61. Velocidade em função da distância percorrida, caso geral.

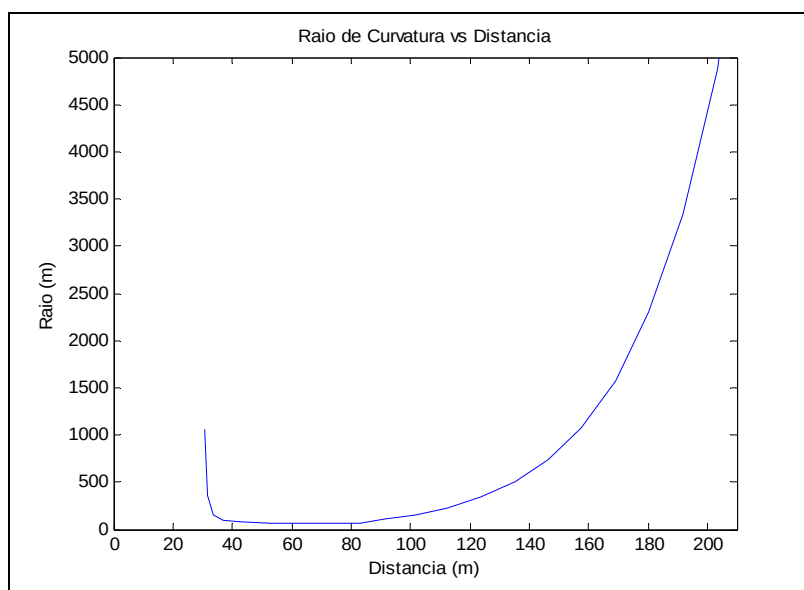


Figura 4.62. Raio de curvatura instantâneo em função da distância, caso geral.

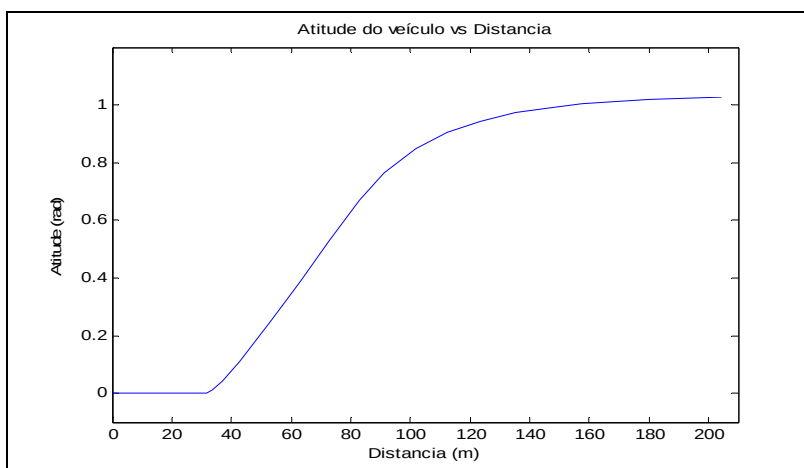


Figura 4.63. Atitude do veículo (ângulo de yaw) em função da distância, caso geral.

Na Figura 4.64, apresentam-se as duas trajetórias obtidas do problema de otimização, estas são próximas, mas a trajetória para a velocidade variável é mais suave, quer dizer, o raio de curvatura instantâneo do veículo aparece numa distância maior que no caso a velocidade constante.

A atitude do veículo ao final da pista fica melhor no caso de velocidade variável, isto por que a velocidade do veículo ao início da saída da curva é menor que no caso de velocidade constante e então facilita a dinâmica lateral, gerando assim maior mudança na direção do veículo.

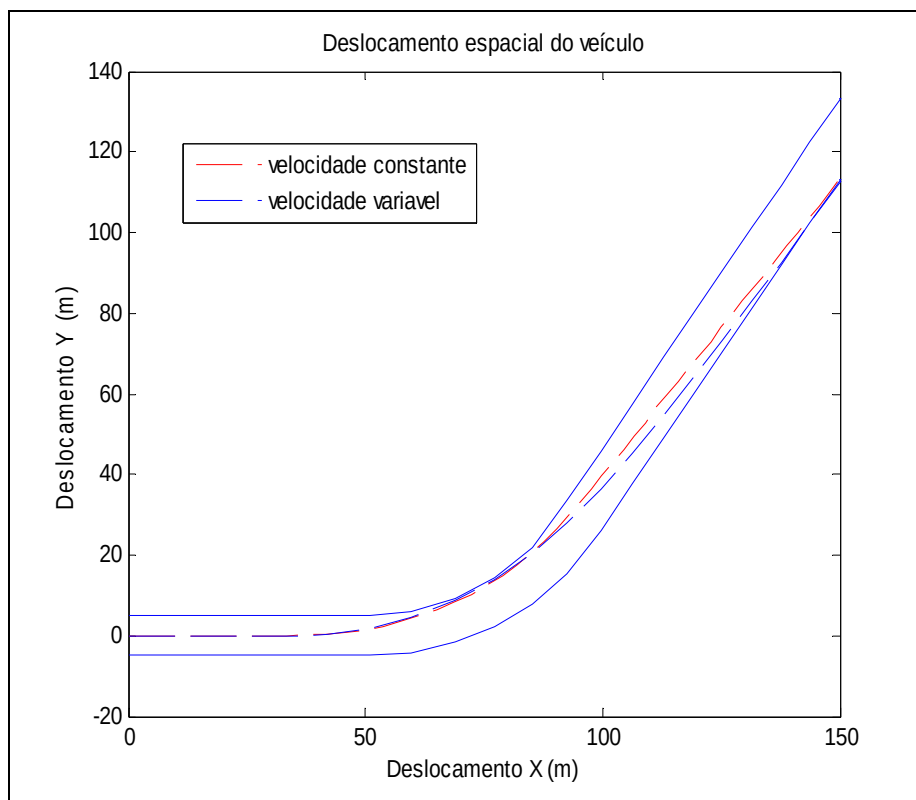


Figura 4.64. Comparação das trajetórias ótimas, caso geral.

4.8

Caso 7: Movimento em duas curvas consecutivas.

Para completar as análises dos resultados de otimização, faz-se um caso final no qual vai-se considerar também todos movimentos antes analisados. Agora o veículo se deslocará em uma pista com seguintes características: inicialmente uma reta de 100 metros, depois uma curva de 100 metros de raio e arco 60° , em seguida outra reta de 100 metros de comprimento, depois outra curva de 100 metros de raio e arco 120° , e finalmente outra reta de aproximadamente 100 metros. O veículo inicia seu movimento no ponto central da pista, com velocidade inicial de 80 m/s (288 km/h). O tempo mínimo é 7,6742 segundos.

Os resultados encontrados neste caso final são descritos a seguir. A aceleração lateral máxima na primeira curva é $49,1903 \text{ m/s}^2$ e a aceleração lateral máxima na segunda curva é $48,5650 \text{ m/s}^2$. O ponto onde se inicia a entrada da curva acontece a 77,0780 metros do ponto de partida; o local onde a aceleração lateral chega a ser máxima é 128,2216 metros de distância percorrida; o ponto onde se inicia a saída da primeira curva acontece a 179,9789 da distância percorrida, então tem-se quase 52 metros desde o local onde a velocidade é

constante e aquele em que aceleração lateral é máxima. O ponto onde o veículo passa de uma curva para outra acontece em 253,4937 metros da distância percorrida; neste local o veículo termina de sair da primeira curva e entra imediatamente na segunda, indicando que ele desacelera longitudinalmente e a aceleração lateral vai ser aumentada até seu valor máximo. O local onde acontece a aceleração lateral máxima na segunda curva está a 346,8754 metros da distância percorrida. A saída da segunda curva acontece a 425,5081 metros. A partir deste ponto o veículo vai acelerar longitudinalmente e sua aceleração lateral diminui até se anular. Na segunda curva tem-se quase 79 metros com velocidade constante e aceleração lateral máxima. O ponto final do movimento, que também é uma variável de otimização, está a 547,2026 metros do ponto de partida, e esta é a distância total percorrida para que veículo chegue a seu objetivo. As Figuras 4.65 até 4.71 ilustram os resultados da simulação.

Na Figura 4.68, verifica-se que a velocidade mínima durante a entrada na primeira curva é 74,8426 m/s, depois o veículo acelera durante a saída da primeira curva até 75,7454 m/s, em seguida desacelera para entrar na segunda curva e a velocidade diminui até 65,3180 m/s. Finalmente ao sair da segunda curva o veículo acelera e a velocidade final é aproximadamente 69,72 m/s.

Já na Figura 4.69, nota-se que veículo inicia o movimento com um raio de curvatura instantâneo infinito, já que se desloca em linha reta. Quando faz a curva o raio diminui até atingir a um mínimo para cada curva. O raio mínimo na primeira curva é +113,8724 metros, e o sinal positivo indica que a curva é para esquerda; e na segunda curva o raio instantâneo mínimo é -87.8501 metros, e o sinal negativo indica que a curva é à direita.

Pela Figura 4.70, vê-se como a atitude do veículo varia segundo o tempo transcorrido. O veículo inicia com atitude zero (ângulo de *yaw*), e a atitude máxima durante o movimento é + 0,9459 rad (54,2 °). Ao final do movimento o veículo fica com atitude de valor -1,0479 rad (60,04 °), e o sinal negativo indica que o sentido é negativo em relação ao sistema de referência, ou seja, o veículo está girando para a direita. O ângulo de atitude de saída é muito próximo da direção da pista, então pode-se considerar que o veículo sai dos trechos de curva na direção da pista e segue em frente em uma reta.

No Diagrama GG mostrado na Figura 4.71, pode-se notar dois polígonos diferentes: aquele que fica no lado positivo da aceleração lateral, correspondente

ao movimento na primeira curva; e o outro polígono, correspondente à segunda curva. Segundo esta figura vê-se que na primeira curva o veículo tem menor aceleração longitudinal que na segunda curva, mas se aplica maior desaceleração longitudinal na primeira curva do que na segunda. Nota-se que na entrada da primeira curva o veículo desacelera com $47,2964 \text{ m/s}^2$, e durante todo o movimento as acelerações estão dentro da faixa do admissível do Círculo de Aderência, como mostrado pelo Diagrama GG. Na saída da primeira curva o veículo acelera com $3,8178 \text{ m/s}^2$, e neste movimento de aceleração longitudinal e aceleração lateral tem-se uma aceleração máxima de $49,34 \text{ m/s}^2$, que se encontra dentro do Círculo de Aderência. Na entrada da segunda curva o veículo desacelera com $44,1679 \text{ m/s}^2$, e na saída da segunda curva acelera com $11,6745 \text{ m/s}^2$. Neste movimento tem-se uma aceleração máxima de $49,95 \text{ m/s}^2$, indicando que neste caso utiliza-se a aceleração máxima que o veículo pode suportar.

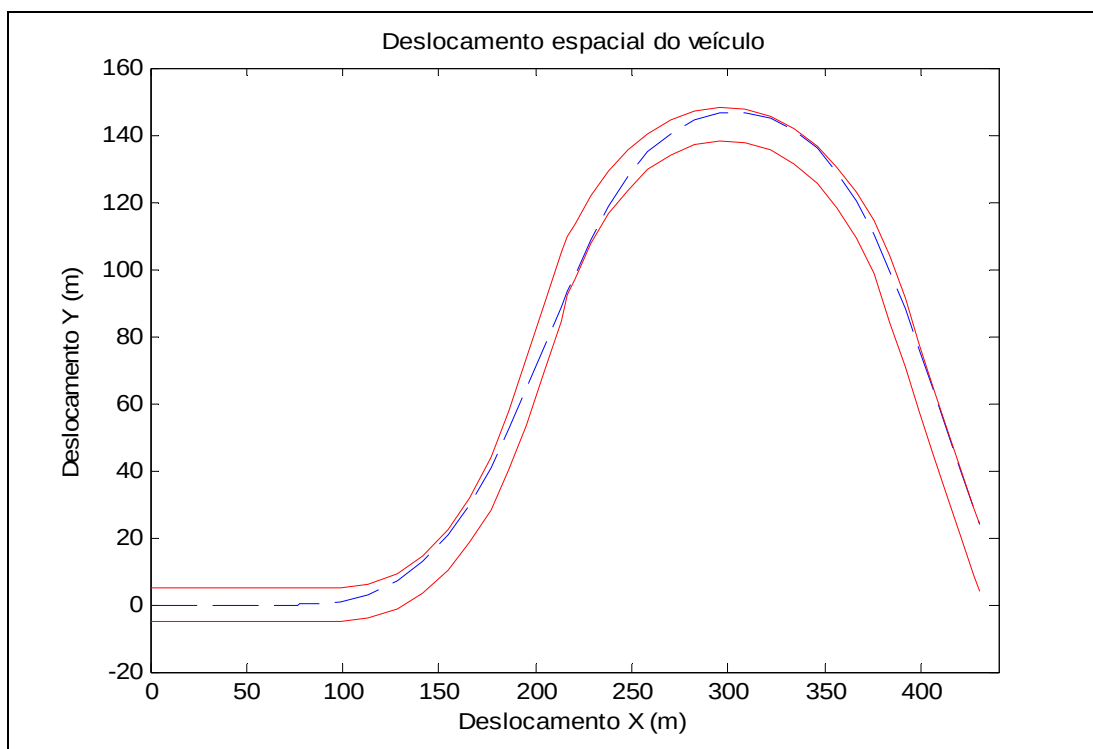


Figura 4.65. Deslocamento do veículo, caso final.

Os estudos feitos na otimização da trajetória para o tempo mínimo mostram que numa curva a trajetória ótima tem a tendência de um arco de circunferência, então nesta curva complexa é de esperar que o resultado tenda a ser de dois arcos de circunferência, isto se pode ver na figura do deslocamento espacial do veículo.

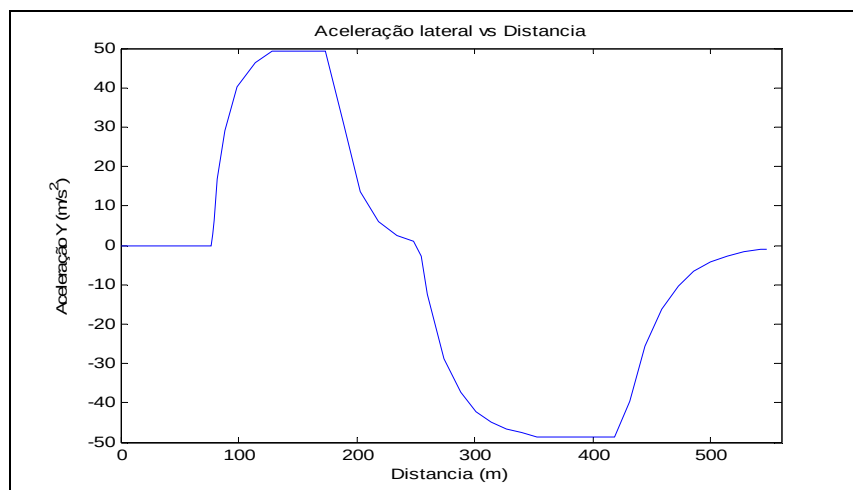


Figura 4.66. Aceleração lateral, caso final.

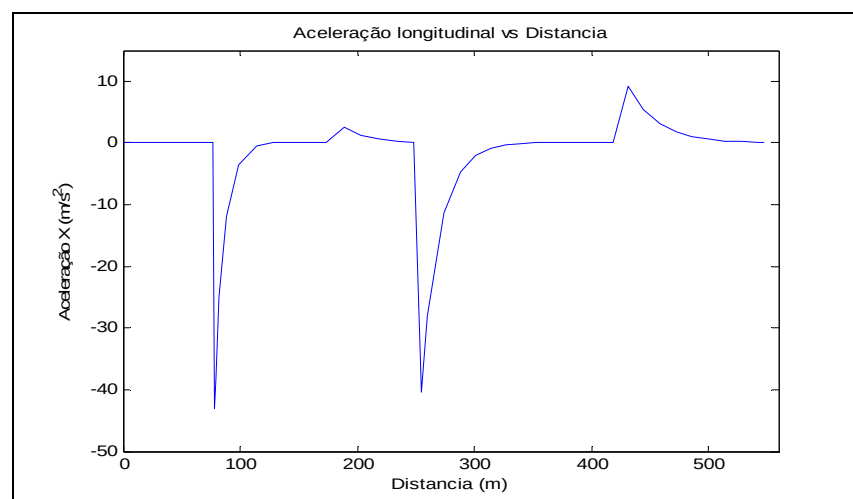


Figura 4.67. Aceleração longitudinal, caso geral.

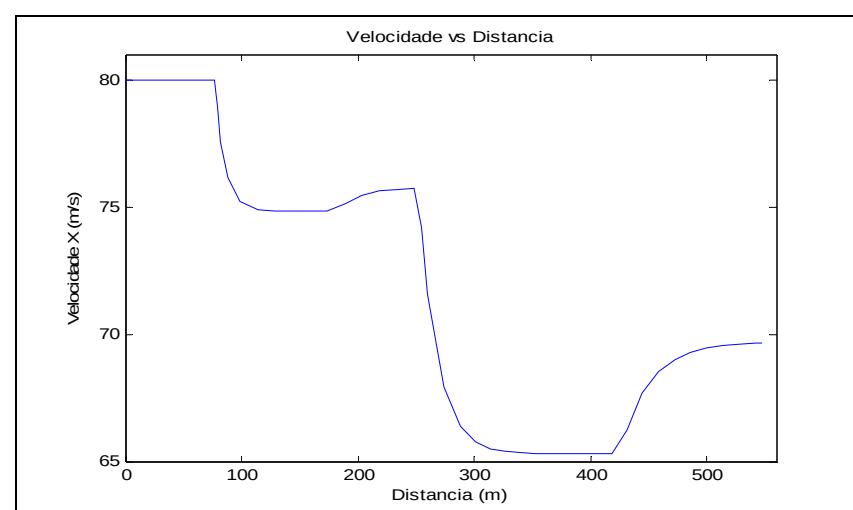


Figura 4.68. Velocidade em função da distância percorrida, caso geral.

Já neste ultimo caso, onde se tem um comportamento mais complexo e completo do veículo, pode ser comparado aos resultados da telemetria; tanto perfil das acelerações quanto o perfil da velocidade são muito próximas aos obtidas da telemetria, num veículo de competição. Se apenas consideramos o diagrama GG do modelo massa pontual obtido já dá uma idéia da confiabilidade dos resultados, pois a figura gerada dentro do círculo de aderência tem a tendência dos diagramas GG obtidos experimentalmente.

Na figura onde se apresenta o raio de curvatura instantâneo, podem-se ver três movimentos diferentes, primeiro de entrada na curva aonde o raio de curvatura vem do infinito e vai até um raio mínimo (constante), um trecho onde o raio de curvatura é constante, depois a saída da curva onde o raio de curvatura sai de ser constante (mínimo) e vai até o infinito; assim pode se identificar três tipos de movimento existentes em toda curva, dois transientes e um permanente referido à aceleração lateral do veículo, os movimentos transientes ficam aos extremos da curva (entrada e saída da curva).

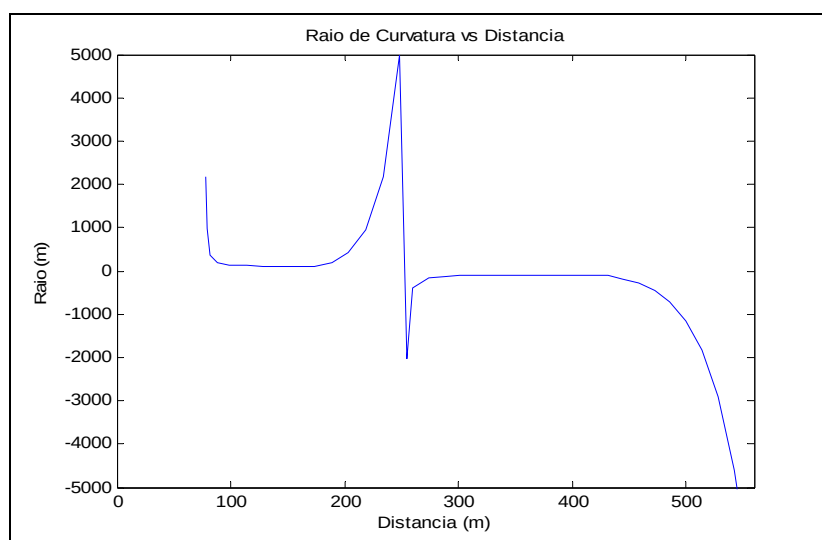


Figura 4.69. Raio de curvatura instantâneo em função da distância, caso geral.

O comportamento dinâmico do veículo se explica da seguinte forma:

Na entrada de qualquer curva vai-se priorizar a aceleração lateral fixando assim a direção do veículo, para gerar no possível uma trajetória que se assemelha a um arco de círculo “suave”, que satisfaça as restrições impostas inicialmente, submetendo assim a desaceleração, já que esta será utilizada quando se precisa fazer uma manobra mas radical (pagando o custo de diminuir a velocidade).

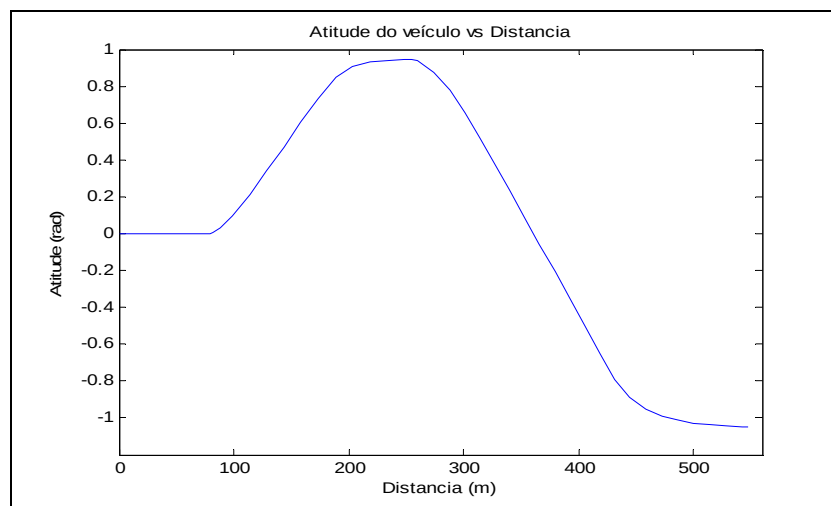


Figura 4.70. Atitude do veículo (ângulo de yaw) em função da distância, caso final.

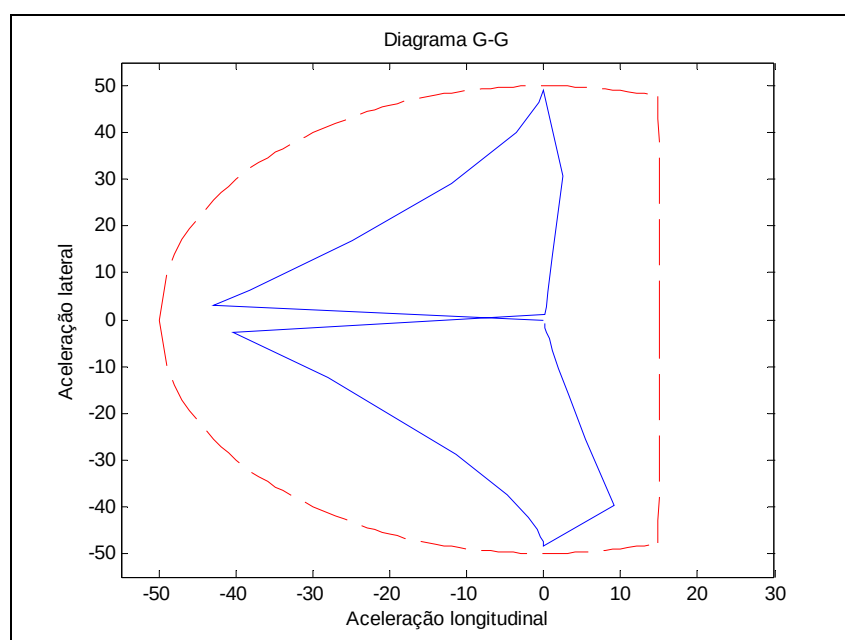


Figura 4.71. Diagrama GG (azul) sobre o Círculo de Aderência (vermelho), caso final.

Na saída da curva vai-se priorizar a aceleração longitudinal, já que ela acrescenta diretamente a velocidade e minimiza o tempo, submetendo à aceleração lateral pois seu valor máximo já foi definido na entrada da curva. No centro da curva onde a velocidade e a aceleração angular são constantes, útil para conservar esta variação da atitude do veículo até se aplicar a saída da curva; o tamanho deste movimento permanente depende da envergadura da curva, mas nas pistas dos veículos de competição onde se têm curvas rápidas este tipo de movimento é mínimo e até pode ser nulo.

Finalmente, explicou-se o comportamento dinâmico dos veículos de corridas, e como resumo do capítulo faça-se os seguintes comentários:

Os resultados obtidos nos casos 1 e 2 são totalmente coerentes com processo de otimização, dando uma maior confiabilidade no tratamento do problema, facilitando a compreensão do comportamento do veículo, apesar de considerar apenas a aceleração longitudinal.

Nos casos 3 e 4 podem-se ver os efeitos de acrescentar a dinâmica lateral no modelo matemático e como isto incrementa o nível de complexidade da otimização. Para mudar a atitude do veículo o movimento mais relevante é a entrada na curva, já que nela se estabelece uma maior mudança na direção do veículo, o que pode ser visto através da variação do raio instantâneo de curvatura, que é mais pronunciada na entrada da curva do que na saída. Durante a saída da curva o veículo tende a manter a direção final e a variação da atitude é pequena em relação à entrada. Isto leva a uma conclusão muito importante que o piloto deve levar em consideração: para fazer uma trajetória ótima a entrada da curva requer sua maior concentração, já que durante este movimento se define completamente a atitude do veículo durante toda a curva.

No caso 5 apenas a aceleração lateral é tratada, uma vez que o veículo se movimenta com velocidade constante, mostrando apenas o comportamento da dinâmica lateral dos veículos. Este caso foi utilizado para simular o modelo dinâmico não linear dentro de um malha de controle e comparar com o comportamento do modelo de massa pontual empregado para a solução do problema de otimização. Os resultados da simulação do modelo dinâmico ao tentar percorrer a trajetória ótima definida pelo modelo massa pontual, ambos “dirigidos” por uma malha de controle, possibilita entender as diferenças que existem nos comportamentos das diferentes representações. Utilizando os mesmos ajustes para a malha de controle, o modelo massa pontual consegue seguir a trajetória ótima, mas o modelo dinâmico, que é mais complexo e mais realista, não acompanha de forma tão adequada. Isto não indica uma deficiência do modelo dinâmico, mas provavelmente do ajuste dado à malha de controle, que não permite “controlar” a dinâmica do veículo. Nota-se que os ângulos de deriva

permanecem dentro da faixa válida dos 15° , e a aceleração lateral máxima fica próxima aos $5g$. O processo de otimização gera resultados aceitáveis, e o controle utilizado mostra a diferença entre os comportamentos dos modelos do veículo. A dinâmica veicular está muito bem representada pelo modelo desenvolvido no Capítulo 2.

O caso 6 utiliza a mesma pista do caso de velocidade constante, só que em uma situação geral na qual está se considerando tanto a dinâmica longitudinal quanto a dinâmica lateral. Os resultados obtidos, em termos de tempo de percurso, foram melhores do que no caso da velocidade constante, mostrando que ao se empregar as duas dinâmicas, o comportamento do veículo é caracterizado de forma mais adequada, e obtêm-se resultados mais favoráveis.

No caso 7 os resultados não são fáceis de prever, já que o problema é mais complexo do que nos anteriores, mas todos os resultados satisfazem os limites e as considerações impostas, como pode ser visto diretamente no Diagrama GG. Além disso os perfis de aceleração e velocidade são muito próximos àqueles obtidos da telemetria dos veículos de competição reais.