

5

Modelo de Vasicek

Para precificar commodities e taxa de juros o modelo de Vasicek (1977) possui uma melhor explicação econômica que o modelo geométrico browniano (MGB).

O processo pode ser representado da forma abaixo:

$$dP = \eta (M - P(t)) dt + \sigma dz$$

Onde M é o nível de equilíbrio de longo prazo (média no longo prazo que tende a reverter); η é o índice de reversão (velocidade) à média e σ é a volatilidade do ativo objeto.

Esse modelo incorpora a tendência de retorno à média. A taxa de curto prazo é direcionada para um nível M pelo fator η . O termo estocástico, σdz distribuído normalmente, está sobreposto a esta tendência.

De forma mais realista que o MGB, no modelo de Vasicek a taxa de juros de curto prazo não mais possui uma tendência de crescimento ilimitada. O parâmetro M representa a taxa de juros de curto prazo esperada no longo prazo. Sempre que $r(t)$ estiver acima de M , o termo $\eta (M - P(t))$ será negativo e "puxará" a taxa para baixo. Por outro lado, sempre que $r(t)$ estiver abaixo de q , ocorrerá exatamente o oposto.

A especificação proposta por Vasicek soluciona apenas parte dos problemas encontrados no MGB. O processo proposto para a taxa de curto prazo continua a permitir taxas nominais de juros negativas, uma vez que, conforme veremos, a distribuição condicional $r(t)$ é normal. Em contrapartida o modelo possui grande tratabilidade analítica e flexibilidade para experimentos em simulação.

A diferença entre um processo de reversão à media e o MGB é o *drift*. Caso ele seja positivo, o valor corrente do preço P é menor que o nível de equilíbrio M e de modo análogo quando ele é negativo. Por conseguinte o nível de

equilíbrio M atrai o preço em uma direção. Quanto maior a distancia dos preços ao equilíbrio maior é a tendência de reversão (η).

5.1

Cálculo do parâmetro de reversão à média

Para calcular o índice de reversão à média é utilizado um processo de regressão linear a partir de uma série histórica.

A equação anterior que descreve o processo de dP será discretizado para estimar o parâmetro η .

$$x_t - x_{t-1} = m(1 - e^{-\eta \Delta t}) + (e^{-\eta \Delta t} - 1) x_{t-1} + e_t$$

Onde e_t tem distribuição normal com média zero e desvio padrão σ_e

$$\sigma_e^2 = [1 - \exp(-2\eta)] \sigma^2 / 2\eta$$

Para estimar o parâmetro de reversão a media é necessário gerar uma regressão baseada numa amostra com esta equação:

$$x_t - x_{t-1} = a + b x_{t-1} + e_t$$

Os valores a e b calculados na regressão correspondem aos seguintes parâmetros.

$$m = -a/b;$$

$$\eta = -\ln(1 + b);$$

O parâmetro m é o equilíbrio de longo prazo e pode ser usado para um modelo analítico. No presente trabalho o equilíbrio será dado pela taxa básica de juros definidos pelo COPOM.

A inclinação da reta de regressão deve apresentar um valor negativo para fortalecer a hipótese de reversão. A inclinação negativa do valor b representa a eficácia de reversão ao ponto de equilíbrio.