Guilherme Pinto Guimarães

Uma Formulação de Elementos Finitos Axissimétricos para Análise de Tubos Laminados em Materiais Compósitos

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para
obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-
Graduação em Engenharia Mecânica da PUC-Rio.

Orientador: Prof. Carlos Alberto de Almeida

Rio de Janeiro,
Abril de 2006

Guilherme Pinto Guimarães

Uma Formulação de Elementos Finitos Axissimétricos para Análise de Tubos Laminados em Materiais Compósitos

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Carlos Alberto de Almeida

Orientador

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

Arthur Martins Barbosa Braga

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

Paulo Roberto Rocha Aguiar

Centro Tecnológico do Exército

José Eugenio Leal

Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico - PUC-Rio

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da Universidade, do Autor e do Orientador.

Guilherme Pinto Guimarães

Graduou-se em Engenharia Mecânica e de Armamento no IME – Instituto Militar de Engenharia, em 1997. Trabalha desde 1998 no CTEEx – Centro Tecnológico do Exército, como pesquisador em projetos de materiais de emprego militar e como analista estrutural em modelagens e simulações por elementos finitos.

Ficha Catalográfica

Guimarães, Guilherme Pinto

Uma Formulação de Elementos Finitos Axissimétricos para Análise de Tubos Laminados em Materiais Compósitos / Guilherme Pinto Guimarães; Orientador: Carlos Alberto de Almeida – Rio de Janeiro : PUC-Rio, Departamento de Engenharia Mecânica, 2006.

120 f. : il. ; 30 cm

1. Dissertação (mestrado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Mecânica.

Inclui referências bibliográficas.

1. Engenharia Mecânica – Teses. 2. Elementos Finitos. 3. Materiais Compósitos. 4. Estrutura Laminada. 5. Modelo Axissimétrico. I. de Almeida, Carlos Alberto. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Mecânica. III. Título.

CDD: 621

A Deus,
a Roberta,
e a meus pais, Roney e José Custódio.

Agradecimentos

À minha mulher, Roberta, por tudo.

Aos meus pais, Roney e José Custódio, pelo incentivo e pelo apoio.

Ao professor, orientador e amigo Carlos Alberto de Almeida, pela confiança em mim depositada, pela atenção, pelo trabalho ao longo destes anos, e, sobretudo, por ser um exemplo de profissional dedicado.

Ao colega de trabalho e amigo, Paulo Roberto, pelo incentivo, pelo apoio e por discussões técnicas de valor.

Ao colega de trabalho e amigo, Marcelo Brisola, pelo incentivo, pelo apoio e pela realização dos desenhos técnicos em *CAD*, neste trabalho.

Aos colegas do programa de pós-graduação em engenharia mecânica da PUC-Rio e amigos, Abel Andrews e Anderson Pereira, pelo apoio, incentivo e colaborações em discussões técnicas.

Aos demais professores e funcionários do Departamento de Engenharia Mecânica da PUC-Rio, pelos ensinamentos e apoio.

Resumo

Guimarães, Guilherme Pinto. **Uma Formulação de Elementos Finitos Axissimétricos para Análise de Tubos Laminados em Materiais Compósitos**. Rio de Janeiro, 2006. 120p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

O emprego de materiais compósitos em estruturas tem ganhado importância na prática da engenharia devido às suas características de alta resistência mecânica, baixa densidade e boa estabilidade a efeitos térmicos. Uma das classes de compósitos, a de laminados fibrosos, pode ser utilizada em tubulações sujeitas às diversas formas de carregamentos, como pressão interna e/ou externa, tração longitudinal, torção, temperatura, etc. O presente Trabalho tem por objetivo propor, implementar e testar a formulação de um modelo de elemento finito axissimétrico, para a representação do comportamento de um tubo laminado por camadas de materiais compósitos fibrosos. A modelagem consiste em representar a seção geratriz de um tubo cilíndrico por um elemento quadrilateral de quatro nós, com três graus de liberdade por nó, com os deslocamentos nodais tomados em relação aos eixos de um sistema cilíndrico de coordenadas. Considera-se a perfeita adesão das camadas, garantindo a continuidade do campo de deslocamentos. Modelos constitutivos de materiais com o comportamento ortotrópico e/ou o transversalmente isotrópico foram implementados, obtendo-se respostas para os campos de deslocamentos, de deformações e de tensões atuantes. Na validação do modelo numérico, considerou-se a comparação de seus resultados com os de soluções analíticas, disponíveis na literatura, e aqueles fornecidos por um programa comercial de elementos finitos, empregando o modelo com elementos sólidos. Foram propostos, para os testes em ambos os casos, exemplos de laminados com uma a quatro camadas, com fibras orientadas em diferentes ângulos. Destas comparações, verifica-se uma boa convergência das soluções numéricas obtidas com o presente modelo, representativo das principais características cinemáticas da classe de problemas representada.

Palavras-chave

Elementos finitos; Materiais compósitos; Estrutura laminada; Modelo Axissimétrico.

Abstract

Guimarães, Guilherme Pinto. **Uma Formulação de Elementos Finitos Axissimétricos para Análise de Tubos Laminados em Materiais Compósitos**. Rio de Janeiro, 2006. 120p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

The use of composite materials in structures has grown in the engineering practice due to its characteristics, of high strength, low density and a good stability to thermal effects. A class of composites, the fibrous laminates, is generally used in tubes subjected to many types of loadings as internal and/or external pressure, traction, torsion, temperatures, etc. This work has the objectives to propose, implement and test an axisymmetric finite element model formulation that represents the mechanical behavior of a fibrous laminated composite tube. Modeling consists in representing the cylindrical tube generating section by a quadrilateral element with four nodes and three degrees-of-freedom per node, with three nodal displacements defined in a cylindrical coordinate system. Layers are considered perfectly bonded together, assuring continuity between elements on the displacement fields. Orthotropic and/or transverse isotropic constitutive material models were implemented, allowing solutions for displacement, strain and stress fields. In the element numerical model validation, result comparisons with those from analytical solutions available on literature and those from the use of layered solid elements in a commercial finite element program were considered. Some examples, considering one to four layers, with different fiber angles, were proposed for model testing. It is noted a good numerical convergence for the presenting model solutions which represent the main kinematic characteristics for this class of problems.

Keywords

Finite Elements; Composite Materials; Laminated Structure; Axisymmetric Model.

Sumário

1. Introdução	17
2. Materiais Compósitos	21
2.1. Classificação de Materiais Compósitos	22
2.2. Compósitos Fibrosos	24
2.3. Comportamento Mecânico de Materiais Compósitos Laminados – Análise Macromecânica	25
2.3.1. Modelos de Material	25
2.3.2. Constantes de Engenharia	28
2.3.3. Relações Constitutivas em Coordenadas Cilíndricas	30
2.3.4. Propriedades de Compósitos Fibrosos Laminados Comerciais	33
3. Implementação do Método de Elementos Finitos	35
3.1. Formulação Variacional e Princípio dos Trabalhos Virtuais	35
3.2. Definição do Problema de Tubos Cilíndricos	42
3.3. Proposta de Elemento Finito	42
3.4. Malha de Elementos Finitos	48
3.5. Definição de Condições de Contorno – Carregamentos e Restrições de Graus de Liberdade	50
3.6. Implementação em Ferramenta Computacional	51
4. Soluções Analíticas	52
4.1. Desenvolvimento	52
4.2. Implementação para Cálculo das Soluções Analíticas	62
5. Testes Numéricos	64
5.1. Considerações Iniciais	64
5.2. Definições Preliminares para os Testes	66
5.3. Propostas de Exemplos para Testes Numéricos – Condições de Contorno e Empilhamentos de Laminados	68
5.3.1. Condições de Contorno	68

5.3.2. Empilhamentos dos Laminados	72
5.4. Testes de Comparação com a Solução Analítica	72
5.4.1. Laminado $[0^\circ]$	73
5.4.2. Laminado $[+90^\circ]$	80
5.4.3. Laminado $[+45^\circ]$	84
5.4.4. Laminado $[+45^\circ/-45^\circ]$	89
5.4.4. Laminado $[0^\circ/+90^\circ/+90^\circ/0^\circ]$	94
5.4.6. Laminado $[+45^\circ/-45^\circ/-45^\circ/+45^\circ]$	98
5.5. Testes de Comparação com Modelagens Sólidas no Programa ANSYS®	101
5.5.1. Laminado $[+45^\circ]$	102
5.5.2. Laminado $[+45^\circ/-45^\circ]$	109
6. Conclusões	117
7. Referências Bibliográficas	120

Lista de Tabelas

Tabela 2.1: Algumas Propriedades Mecânicas de Materiais Compósitos 34
Fibrosos

Tabela 5.1: Dados Numéricos de Entrada – Compósito T300/5208 67

Tabela 5.2: Empilhamentos Propostos e Condições de Contorno Impostas 72

Lista de Figuras

Figura 2.1: Exemplo de Arranjo de Fibras em Matriz para Compósito Fibroso	23
Figura 2.2: Definição de Planos de Simetria para o Comportamento Mecânico de um Corpo no Espaço	27
Figura 2.3: Definição da Estrutura e Sistemas de Coordenadas	31
Figura 3.1: Corpo Volumétrico Sujeito a Carregamentos e a Restrições de Movimento	38
Figura 3.2: Proposta de Elemento Finito Axissimétrico de 04 Nós	43
Figura 3.3: Exemplo de Malha de Elementos Finitos Representando a Seção do Tubo Cilíndrico – Discretização Radial	49
Figura 5.1: Esquemas de Algumas Orientações de Fibras	67
Figura 5.2: Condições de Contorno Adotadas – Tipos (1) e (2)	70
Figura 5.3: Exemplo de Vinculação de Graus de Liberdade Circunferenciais	71
Figura 5.4: Convergência do Deslocamento Radial / Raio Interno – $[0^\circ]$	74
Figura 5.5: Comparação de Deslocamentos Radiais – $[0^\circ]$	74
Figura 5.6: Comparação de Deformações Circunferenciais ($\epsilon_{\theta\theta}$) – $[0^\circ]$	75
Figura 5.7: Convergência de Deformações Radiais (ϵ_{RR}) – $[0^\circ]$	76
Figura 5.8: Comparação de Deformações Radiais (ϵ_{RR}) – $[0^\circ]$	76
Figura 5.9: Tensões Axiais ao Longo da Espessura – $[0^\circ]$	77
Figura 5.10: Tensões Circunferenciais ao Longo da Espessura – $[0^\circ]$	77
Figura 5.11: Tensões Radiais ao Longo da Espessura – $[0^\circ]$	77
Figura 5.12: Comparação de Deformações Radiais (16 Elementos) – $[0^\circ]$	79
Figura 5.13: Comparação de Tensões Radiais (16 Elementos) – $[0^\circ]$	79
Figura 5.14: Convergência para Deslocamentos Axiais (u) – $[+90^\circ]$	80
Figura 5.15: Comparação de Deslocamentos Radiais (w) – $[+90^\circ]$	80
Figura 5.16: Deformações Circunferenciais – $[+90^\circ]$	82
Figura 5.17: Deformações Radiais – $[+90^\circ]$	82
Figura 5.18: Tensões Axiais – $[+90^\circ]$	83

Figura 5.19: Tensões Circunferenciais – $[+90^\circ]$	83
Figura 5.20: Tensões Radiais – $[+90^\circ]$	83
Figura 5.21: Convergência de Deslocamentos Axiais – $[+45^\circ]$	85
Figura 5.22: Deslocamentos Circunferenciais – $[+45^\circ]$	85
Figura 5.23: Deslocamentos Radiais – $[+45^\circ]$	85
Figura 5.24: Deformações Circunferenciais – $[+45^\circ]$	86
Figura 5.25: Deformações Radiais – $[+45^\circ]$	86
Figura 5.26: Deformações Angulares ($\gamma_{x\theta}$) – $[+45^\circ]$	86
Figura 5.27: Tensões Axiais – $[+45^\circ]$	87
Figura 5.28: Tensões Circunferenciais – $[+45^\circ]$	88
Figura 5.29: Tensões Radiais – $[+45^\circ]$	88
Figura 5.30: Tensões Cisalhantes ($\tau_{x\theta}$) – $[+45^\circ]$	88
Figura 5.31: Deformações Radiais – $[+45^\circ]$ – Modelo com 08 Elementos	89
Figura 5.32: Tensões Radiais – $[+45^\circ]$ – Modelo com 08 Elementos	89
Figura 5.33: Convergência de Deslocamentos Axiais – $[+45^\circ/-45^\circ]$	90
Figura 5.34: Deslocamentos Circunferenciais – $[+45^\circ/-45^\circ]$	90
Figura 5.35: Deslocamentos Radiais – $[+45^\circ/-45^\circ]$	91
Figura 5.36: Deformações Circunferenciais – $[+45^\circ/-45^\circ]$	91
Figura 5.37: Deformações Radiais – $[+45^\circ/-45^\circ]$	92
Figura 5.38: Deformações Angulares ($\gamma_{x\theta}$) – $[+45^\circ/-45^\circ]$	92
Figura 5.39: Tensões Axiais – $[+45^\circ/-45^\circ]$	93
Figura 5.40: Tensões Circunferenciais – $[+45^\circ/-45^\circ]$	93
Figura 5.41: Tensões Radiais – $[+45^\circ/-45^\circ]$	94
Figura 5.42: Tensões Cisalhantes ($\tau_{\theta R}$) – $[+45^\circ/-45^\circ]$	94
Figura 5.43: Deslocamentos Radiais – $[0^\circ/+90^\circ/+90^\circ/0^\circ]$	95
Figura 5.44: Deformações Circunferenciais – $[0^\circ/+90^\circ/+90^\circ/0^\circ]$	96
Figura 5.45: Deformações Radiais – $[0^\circ/+90^\circ/+90^\circ/0^\circ]$	96
Figura 5.46: Tensões Axiais – $[0^\circ/+90^\circ/+90^\circ/0^\circ]$	97
Figura 5.47: Tensões Circunferenciais – $[0^\circ/+90^\circ/+90^\circ/0^\circ]$	97
Figura 5.48: Tensões Radiais – $[0^\circ/+90^\circ/+90^\circ/0^\circ]$	97
Figura 5.49: Deslocamentos Radiais – $[+45^\circ/-45^\circ/-45^\circ/+45^\circ]$	98
Figura 5.50: Deformações Circunferenciais – $[+45^\circ/-45^\circ/-45^\circ/+45^\circ]$	99
Figura 5.51: Deformações Radiais – $[+45^\circ/-45^\circ/-45^\circ/+45^\circ]$	99
Figura 5.52: Tensões Axiais – $[+45^\circ/-45^\circ/-45^\circ/+45^\circ]$	100
Figura 5.53: Tensões Circunferenciais – $[+45^\circ/-45^\circ/-45^\circ/+45^\circ]$	100
Figura 5.54: Tensões Radiais – $[+45^\circ/-45^\circ/-45^\circ/+45^\circ]$	101

Figura 5.55: Tensões Cisalhantes ($\tau_{x\theta}$) – [+45°/-45°/-45°/+45°]	101
Figura 5.56: Malha Sólida para Modelagem do Laminado [+45°/-45°]	102
Figura 5.57: Deslocamentos Axiais -[+45°]- Cond. de Contorno (1) e (2)	103
Figura 5.58: Deslocamentos Circunferenciais - [+45°] - Cond. de Cont. (1) e (2)	103
Figura 5.59: Deslocamentos Radiais - [+45°] - Cond. de Contorno (1) e (2)	104
Figura 5.60: Comparação de Deslocamentos Axiais - [+45°] - Modelo Axissimétrico com 08 Elementos Radiais – Cond. de Contorno (1) e (2)	105
Figura 5.61: Deformações Axiais -[+45°]- Condições de Contorno (1) e (2)	105
Figura 5.62: Deformações Circunferenciais -[+45°]- Cond. de Cont. (1) e (2)	105
Figura 5.63: Deformações Radiais -[+45°]- Condições de Contorno (1) e (2)	106
Figura 5.64: Deformações Angulares($\gamma_{x\theta}$) -[+45°]- Cond. de Cont. (1) e (2)	106
Figura 5.65: Tensões Axiais – [+45°] – Condições de Contorno (1) e (2)	107
Figura 5.66: Tensões Circunferenciais -[+45°]- Cond. de Contorno (1) e (2)	107
Figura 5.67: Tensões Radiais – [+45°] – Condições de Contorno (1) e (2)	108
Figura 5.68: Tensões Cisalhantes ($\tau_{\theta R}$) -[+45°]- Cond. de Contorno (1) e (2)	108
Figura 5.69: Deslocamentos Axiais -[+45°/-45°]- Cond de Contorno (1) e (2)	109
Figura 5.70: Desl. Circunferenciais – [+45°/-45°] – Cond. de Cont. (1) e (2)	110
Figura 5.71: Deslocamentos Radiais - [+45°/-45°] - Cond. de Cont. (1) e (2)	110
Figura 5.72: Deformações Axiais - [+45°/-45°] - Cond. de Contorno (1) e (2)	111
Figura 5.73: Def. Circunferenciais – [+45°/-45°] – Cond. de Cont. (1) e (2)	112
Figura 5.74: Deformações Radiais – [+45°/-45°] – Cond. de Cont. (1) e (2)	112
Figura 5.75: Deformações Angulares ($\gamma_{x\theta}$) – [+45°/-45°] – Cond. de Cont. (1) e (2)	112
Figura 5.76: Def. Angulares (γ_{xR}) – [+45°/-45°] – Cond. de Cont. (1) e (2)	113
Figura 5.77: Deformações Angulares ($\gamma_{\theta R}$) – [+45°/-45°] – Cond. de Cont. (1) e (2)	113
Figura 5.78: Tensão Axial – [+45°/-45°] – Condições de Contorno (1) e (2)	114
Figura 5.79: Tensão Circunferencial - [+45°/-45°] - Cond. de Cont. (1) e (2)	114
Figura 5.80: Tensão Radial - [+45°/-45°] - Condições de Contorno (1) e (2)	115
Figura 5.81: Tensão Cisalhante ($\tau_{x\theta}$) - [+45°/-45°] - Cond. de Cont. (1) e (2)	115
Figura 5.82: Tensão Cisalhante (τ_{xR}) - [+45°/-45°] - Cond. de Cont. (1) e (2)	116
Figura 5.83: Tensão Cisalhante ($\tau_{\theta R}$) - [+45°/-45°] - Cond. de Cont. (1) e (2)	116

Lista de Símbolos

$A_1, A_2, E, F, F_1, G_1, K_1, K_2$	Constantes de integração
B	Matriz de deformação-deslocamento
C	Matriz constitutiva do material
C_{Am}	Matriz de amortecimento
C_{ij}	Componente da matriz constitutiva
esp	Espessura do cilindro
E_{ij}	Módulo de elasticidade segundo a direção i
f^{cp}	Forças de corpo
f^s	Forças de superfície
F_c	Forças concentradas
G_{ij}	Módulos de cisalhamento
h_i	Funções de forma
$H^{(i)}$	Matriz de interpolação para o elemento (i)
J	Matriz jacobiana de transformação
K	Matriz de rigidez
M	Matriz de massa
M_i	Matrizes de transformação
m	$\cos(\phi)$
n	$\sin(\phi)$
P_i	Pressão Interna
r, s	Coordenadas cartesianas locais elementares
R_i	Raio interno do cilindro
R_e	Raio externo do cilindro
R	Vetor de carregamentos globais
dS	Elemento diferencial de área
S	Matriz de complacência
S_{Ap}	Superfície de apoio com restrição de graus de liberdade
S_{ij}	Coeficientes da matriz de complacência
T	Matriz de transformação de rotação
$u^{(i)}$	Vetor de deslocamentos para o elemento (i)
U	Vetor de deslocamentos

$\hat{U}$	Vetor de deslocamentos nodais
u	Deslocamento na direção axial X
v	Deslocamento na direção circunferencial θ
w	Deslocamento na direção radial R
dV	Elemento diferencial de volume
$X - Y - Z$	Coordenadas cartesianas locais
$X - \theta - R$	Coordenadas cilíndricas

Símbolos gregos

ε	Matriz de deformações infinitesimais
ε_{ij}	Componente de deformação infinitesimal
ε_i	Componente de tensão em notação reduzida
ε^0_{xx}	Deformação uniforme
ε_{xx}	Componente de tensão na direção X
$\varepsilon_{\theta\theta}$	Componente de tensão na direção θ
ε_{RR}	Componente de tensão na direção R
ϕ	Ângulo de bobinamento da fibra em relação ao eixo axial
γ^0	Ângulo de torção do tubo
γ_{ij}	Componente de deformação angular
$\gamma_{X\theta}$	Componente de deformação angular segundo as direções X e θ
γ_{XR}	Componente de deformação angular segundo as direções X e R
$\gamma_{\theta R}$	Componente de deformação angular segundo as direções θ e R
κ	Parâmetro de amortecimento
λ, Γ, Ω	Parâmetros definidos a partir de coeficientes da matriz constitutiva
ν_{ij}	Coeficientes de poisson
Π	Funcional da energia potencial total
ρ	Densidade
σ	Matriz tensorial
σ_i	Componente de tensão em notação reduzida
σ_{ij}	Componente de tensão

σ_{XX}	Componente de tensão na direção X
$\sigma_{\theta\theta}$	Componente de tensão na direção θ
σ_{RR}	Componente de tensão na direção R
σ_{ij}	Componente de tensão normal na direção ij
τ_{ij}	Componente de tensão de cisalhamento
$\tau_{X\theta}$	Componente de tensão cisalhante segundo as direções X e θ
τ_{XR}	Componente de tensão cisalhante segundo as direções X e R
$\tau_{\theta R}$	Componente de tensão cisalhante segundo as direções θ e R
τ_{ini}	Matriz de tensões iniciais