

8

Conclusões e trabalhos futuros

Nesta tese foram propostos modelos e heurísticas para o problema da Árvore Geradora de Custo Mínimo com Restrição de Diâmetro (AGMD). Foram resolvidas de forma exata instâncias de grafos com até 60 nós. A partir das heurísticas propostas, limites superiores a menos de 2% do ótimo foram obtidos para as classes de instâncias utilizadas em [30, 60]. Foram alcançados melhores resultados do que os conhecidos na literatura para algumas instâncias usadas em [42, 43, 56].

Os modelos pioneiros para AGMD de Achuthan e Caccetta [3] foram reforçados através de *lifting* e restrições válidas. Limites inferiores e superiores generalizados também foram desenvolvidos. Os modelos reforçados resolveram instâncias da literatura em tempos de processamento menores do que as versões originais destes modelos.

Uma formulação alternativa para o caso D ímpar também foi proposta. Através desta formulação alternativa, reforçada com as desigualdades válidas e os limites generalizados, foi possível provar a otimalidade da maioria das instâncias testadas em tempos de processamento inferiores aos dos outros modelos avaliados.

Uma relaxação lagrangeana foi desenvolvida para o modelo de multifluxo básico apresentado em [28]. As restrições de diâmetro foram dualizadas e as variáveis de fluxo foram tratadas implicitamente. A partir dessa relaxação, foram obtidos limites inferiores, para instâncias com até 60 nós, melhores que os gerados a partir dos modelos de Achuthan e Caccetta reforçados. A estratégia empregada para inferir as variáveis de fluxo pode ser utilizada em outros modelos de fluxo em redes.

Algoritmos heurísticos também foram propostos para a resolução do AGMD. Foram desenvolvidas variantes das heurísticas OTT e RGH apresentadas respectivamente em [20] e [56], estratégias de busca local e perturbações. Essas técnicas foram utilizadas para o desenvolvimento de algoritmos mais sofisticados como heurísticas lagrangeanas e metaheurísticas.

As variantes das heurísticas OTT e RGH se caracterizam por utilizarem um critério de seleção semi-guloso baseado na construção da LRC. A estratégia de ajuste automático do parâmetro α proposto por Prais e Ribeiro em [55]

também é utilizada. As variantes desenvolvidas para as heurísticas OTT e RGH melhoraram os resultados obtidos pelas heurísticas originais. RGH é descrita na literatura [56] como a heurística que obtém os melhores resultados para as instâncias do Grupo 3. Nesta tese, dentre todas as heurísticas avaliadas, OTT-M2 foi a que apresentou os melhores resultados para os três grupos de instâncias.

Entre as heurísticas lagrangeanas propostas, HL2 encontrou melhores resultados que as demais. Esta heurística utiliza OTT-M2 para construção de soluções viáveis, custos lagrangeanos e uma busca local que explora as vizinhanças 1-opt, 2-opt, Adoção de sub-árvore e Substituição de caminhos, nesta ordem. Os altos tempos de processamento consumidos para a execução das heurísticas lagrangeanas são decorrentes do tempo requerido para resolução da relaxação lagrangeana.

Foi proposta uma heurística GRASP que utiliza na fase construtiva a heurística OTT-M2 e a mesma busca local citada acima. Finalmente, foi proposto um algoritmo híbrido que utiliza idéias das metaheurísticas GRASP e ILS. Neste algoritmo, empregam-se as mesmas componentes das fases construtiva e de busca local da heurística GRASP, além de mecanismos para perturbar e filtrar soluções. As perturbações DCV e SAR foram desenvolvidas e realizam movimentos na parte central da árvore. Resultados para três classes de instâncias foram apresentados e indicam que estas estratégias constituem uma boa ferramenta de resolução aproximada para AGMD. Os resultados obtidos pelo algoritmo híbrido para os Grupos 1 e 2 estão a no máximo 2% dos valores das soluções ótimas. No Grupo 3, soluções melhores do que as relatadas na literatura foram encontradas pelos dois métodos. O algoritmo GRASP obteve melhores resultados para sete instâncias, enquanto que o algoritmo híbrido as encontrou para 11. A partir dos resultados obtidos nos experimentos realizados, constatou-se ainda que, para os grupos de instâncias avaliados, o algoritmo híbrido obtém melhores resultados do que a heurística GRASP.

Dentre os algoritmos heurísticos propostos, as metaheurísticas apresentaram melhores resultados e consumiram menor tempo de processamento que as heurísticas lagrangeanas. O desempenho inferior das heurísticas lagrangeanas ocorreu porque, neste tipo de estratégia, os limites superiores gerados dependem da qualidade dos limites inferiores produzidos. Além disto, o tempo para calcular os limites inferiores depende da quantidade de variáveis e restrições do modelo. Os modelos conhecidos para o AGMD são tais que, ou geram bons limites inferiores, mas possuem uma grande quantidade de variáveis e restrições, ou geram limites inferiores de menor qualidade, mas possuem uma quantidade menor de variáveis e restrições. Embora as heurísticas lagrangeanas tenham apresentado um desempenho inferior ao das metaheurísticas aqui pro-

postas, uma característica importante de algoritmos baseados nesta estratégia é a geração de limites inferiores e superiores ao longo das execuções do algoritmo, possibilitando uma avaliação da qualidade das soluções produzidas.

Apesar de existirem diversas formulações para AGMD, o desenvolvimento de modelos e a investigação de novas desigualdades válidas para esse problema são campos potenciais de pesquisa. As formulações descritas em [2, 3] possuem um pequeno número de variáveis e restrições, mas não produzem bons limites inferiores. Os modelos que produzem os melhores limites inferiores são os encontrados em [28, 30]. Entretanto, esses modelos possuem um grande número de variáveis e restrições. As formulações alternativas descritas em [32, 60] correspondem a tentativas importantes no desenvolvimento de modelos com uma quantidade menor de variáveis e restrições.

O desenvolvimento de algoritmos de solução para AGMD também é um campo vasto e promissor. Os modelos propostos nesta tese podem ser explorados através de métodos dos tipos *branch-and-cut* e *local branching*. Pode-se ainda explorar os modelos existentes na literatura [30] que são favoráveis a utilização de métodos de decomposição como Dantzig-Wolfe e Benders. Para o caso em que o diâmetro requerido é pequeno, é pertinente investigar o desempenho prático de um algoritmo de enumeração explícita.

Outras heurísticas e estratégias podem ser desenvolvidas. Outra linha de pesquisa interessante é a integração de algoritmos exatos e heurísticos, que podem levar, eventualmente, à resolução exata de instâncias de maior porte. Também é interessante o estudo de extensões e variantes do problema e sua aplicação em situações práticas.