

## 4

### Modelo de Oscilação de Neutrinos em (3+1) Gerações

Existem atualmente três assinaturas para oscilações de neutrinos. Duas dessas assinaturas correspondem às anomalias atmosférica e solar, tendo sido verificadas por vários experimentos, incluindo os que utilizam fontes terrestres (reatores e aceleradores). Os resultados de neutrinos atmosféricos podem ser explicados pelo desaparecimento de  $\nu_\mu$  devido às oscilações, enquanto que oscilações de  $\nu_e$  explicam os resultados solares. A terceira assinatura é proporcionada pela Colaboração LSND, como um sinal de aparecimento de  $\bar{\nu}_e$  ( $\nu_e$ ) em um feixe de  $\bar{\nu}_\mu$  ( $\nu_\mu$ ). Ao contrário das evidências anteriores, esta não foi confirmada independentemente. Sob o ponto de vista estatístico, contudo, ela corresponde a um excesso de  $3.8 \sigma$ . O experimento MiniBooNE (36) que encontra-se tomando dados, está habilitado a confirmar ou refutar os resultados do LSND.

As três assinaturas envolvem três diferenças de massa quadradas independentes e parece não ser possível acomodá-las com os três auto-estados de massas tradicionais. Um modo de resolver esse enigma é adicionar uma ou mais gerações extras, sem qualquer acoplamento fraco padrão, geralmente chamadas de neutrinos estéreis.

No modelo (3+1) gerações um quarto neutrino estéril é adicionado às três gerações ativas tradicionais, o que exige a adição de um quarto auto-estado de massa. O quarto auto-estado de massa é responsável pelo alto  $\Delta m^2$  devido ao LSND. Os três auto-estados mais baixos explicam as oscilações atmosférica e solar, como mostra a Figura 4.1. Esse esquema constitui a menor extensão do modelo com três gerações e é motivado por um critério de simplicidade: incluir a menor extensão ao Modelo Padrão para explicar a evidência experimental. De fato, um modelo com três neutrinos estéreis adicionais seria mais natural. Contudo, as complicações oriundas do número de parâmetros desconhecidos, tornam um modelo (3+3) praticamente impossível de ser tratado analiticamente e computacionalmente exigente (17).

Neste capítulo abordaremos o modelo (3+1) gerações. Admitiremos que não haja qualquer violação de CP, de forma que poderemos ignorar as fases de Dirac e Majorana, por simplicidade.

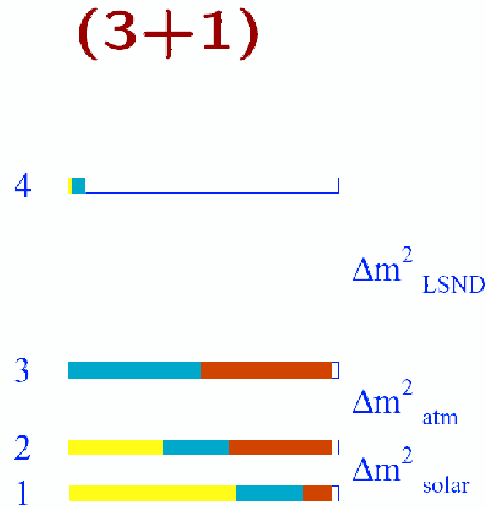


Figura 4.1: Composição de sabor dos auto-estados de massa do neutrino no esquema (3 + 1).

#### 4.1

#### Matriz de Mistura Leptônica Estendida

Para descrever o modelo (3+1) gerações é preciso estender a matriz MNS para incorporar um neutrino estéril. Nossa representação será do seguinte tipo:

$$\begin{bmatrix} |\nu_e\rangle \\ |\nu_\mu\rangle \\ |\nu_\tau\rangle \\ |\nu_s\rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{e_1} & U_{e_2} & U_{e_3} & U_{e_4} \\ U_{\mu_1} & U_{\mu_2} & U_{\mu_3} & U_{\mu_4} \\ U_{\tau_1} & U_{\tau_2} & U_{\tau_3} & U_{\tau_4} \\ U_{s_1} & U_{s_2} & U_{s_3} & U_{s_4} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} |\nu_1\rangle \\ |\nu_2\rangle \\ |\nu_3\rangle \\ |\nu_4\rangle \end{bmatrix}. \quad (4-1)$$

Construiremos uma matriz de mistura  $4 \times 4$  a partir de uma rotação no plano 14 (42, 43) aplicada à matriz MNS [Eq.(2-34)] isenta das fases  $\delta$ ,  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$ .

$$U = \begin{bmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13} & 0 \\ (-s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}) & (c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}) & s_{23}c_{13} & 0 \\ (s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}) & (-c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}) & c_{23}c_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} c_{14} & 0 & 0 & s_{14} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -s_{14} & 0 & 0 & c_{14} \end{bmatrix} \quad (4-2)$$

Cada sabor ativo –  $\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$  – é formado por uma mistura dos quatro

auto-estados de massa -  $\nu_1, \nu_2, \nu_3, \nu_4$ . O sabor estéril -  $\nu_s$  - é composto por uma mistura dos auto-estados de massa  $\nu_1, \nu_4$ , ou seja,

$$|\nu_s\rangle = -s_{14}|\nu_1\rangle + c_{14}|\nu_4\rangle. \quad (4-3)$$

A fração de cada auto-estado de massa que cada sabor terá, é determinada pelos coeficientes da matriz de mistura estendida  $U_{\ell i} - \ell = \nu, \mu, \tau; i = 1, 2, 3, 4$  - que dependem ângulos de mistura envolvidos -  $\theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{23}, \theta_{14}$ .

Apesar dessa composição, o auto-estado estéril é predominantemente formado pelo auto-estado de massa  $\nu_4$ . Isso é apenas uma consequência da parametrização escolhida. Contudo, é importante ressaltar que a proposta do modelo é provocar uma perturbação na matriz de mistura em três gerações, para poder explicar o resultado anômalo do LSND, preservando a capacidade de se explicar as oscilações atmosférica e solar, com os três outros auto-estados de massa -  $\nu_1, \nu_2, \nu_3$ . Conseqüentemente,  $\theta_{14}$  precisa ser pequeno. Caso contrário, a contribuição do auto-estado de massa  $\nu_4$  para os sabores ativos seria significativa e essa perturbação já teria sido observada nas escalas solar e atmosférica.

Para antineutrinos, a matriz de mistura permanece a mesma, visto que desprezamos todas as fases complexas. Todos os seus elementos são agora reais, tal que  $U = U^*$ .

## 4.2

### Impacto do modelo sobre experimentos com reatores nucleares

Para aplicar o modelo desenvolvido na seção anterior, é preciso que se façam algumas considerações a respeito dos parâmetros de oscilação. Como admitimos que o autovalor do auto-estado de massa  $\nu_4$  é muito elevado, imediatamente conclui-se que

$$\Delta m_{41}^2 \gg \Delta m_{23}^2, \Delta m_{13}^2, \Delta m_{12}^2 \quad (4-4)$$

$$\Delta m_{41}^2 \approx \Delta m_{42}^2 \approx \Delta m_{43}^2. \quad (4-5)$$

$$\Delta m_{13}^2 \approx \Delta m_{23}^2 \gg \Delta m_{12}^2. \quad (4-6)$$

Apesar das diferenças de massa quadradas e dos ângulos de mistura que aparecem no modelo de três gerações tornarem-se grandezas efetivas no formalismo de quatro gerações, estabelecemos uma equivalência entre os dois modelos, de modo que, em quatro gerações

$$\Delta m_{41}^2 \equiv \Delta m_{LSND}^2 \quad (0.1 - 1.0 \text{ eV}^2) \quad (4-7)$$

$$\Delta m_{12}^2 \equiv \Delta m_{solar}^2 \quad (7.0 - 8.5 \times 10^{-5} \text{ eV}^2) \quad (4-8)$$

$$\Delta m_{23}^2 \equiv \Delta m_{atm}^2 \quad (1.9 - 3.2 \times 10^{-3} \text{ eV}^2) \quad (4-9)$$

$$\Delta m_{13}^2 \approx \Delta m_{23}^2. \quad (4-10)$$

Essa aproximação é justificada pelo fato de que estamos considerando que  $\theta_{14}$  é pequeno, da ordem de  $\theta_{13}$  ou menor.

Com estas considerações podemos determinar as probabilidades de sobrevivência para antineutrinos de reatores nucleares. Em uma estrutura com uma escala de massa dominante, a probabilidade de conversão de sabor na aproximação de dois neutrinos ou "quase dois neutrinos" resulta da aplicação Eq.(2-25) e pode ser escrita de uma forma mais conveniente (17)

$$P(\bar{\nu}_\ell \rightarrow \bar{\nu}_{\ell'}) = \delta_{\ell\ell'} - 4U_{\ell 4}U_{\ell' 4}(\delta_{\ell\ell'} - U_{\ell 4}U_{\ell' 4})\text{sen}^2\left(\frac{\Delta m_{41}^2 L}{4E}\right). \quad (4-11)$$

Então obtemos

$$P(\bar{\nu}_\ell \rightarrow \bar{\nu}_{\ell'}) = \text{sen}^2 2\theta_{\ell\ell'} \text{sen}^2\left(\frac{\Delta m_{41}^2 L}{4E}\right) \quad (4-12)$$

e

$$P(\bar{\nu}_\ell \rightarrow \bar{\nu}_\ell) = 1 - \text{sen}^2 2\theta_{\ell\ell} \text{sen}^2\left(\frac{\Delta m_{41}^2 L}{4E}\right). \quad (4-13)$$

A Eq.(4-12) aplica-se às medidas de aparecimento, enquanto a Eq.(4-13) ao desaparecimento.

Ao invés de admitirmos oscilações em apenas dois sabores, pode ser mais interessante explorar todo o espaço de parâmetros de acordo com a razão  $L/E$  do experimento. Em experimentos de como Gösgen e Bugey, onde a distância entre a fonte e o detector é pequena (da ordem de 100 m), apenas  $\Delta m_{41}^2$  é relevante. Nesse caso, a probabilidade de sobrevivência, calculada pela Eq.(4-13), reduz-se a

$$P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e) \approx 1 - 4U_{e4}^2(1 - U_{e4}^2)\text{sen}^2\left(\frac{\Delta m_{41}^2 L}{4E}\right), \quad (4-14)$$

onde a amplitude de oscilação é calculada em função do elemento da matriz leptônica estendida [Eq.(4-2)],

$$U_{e4}^2 = \cos_{12}^2 \cos_{13}^2 \text{sen}_{14}^2. \quad (4-15)$$

Para experimentos como Chooz e Palo Verde, nos quais a distância entre a fonte e o detector é da ordem de 1 km, além da diferença de massa quadrada,  $\Delta m_{41}^2$ , existe mais um termo oscilatório dependente de  $\Delta m_{13}^2$ . A sobrevivência de antineutrinos é calculada com a seguinte probabilidade

$$P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e) \approx 1 - 4[U_{e3}^2(U_{e1}^2 + U_{e2}^2)\text{sen}^2\left(\frac{\Delta m_{13}^2 L}{4E}\right) + U_{e4}^2(U_{e1}^2 + U_{e2}^2 + U_{e3}^2)\text{sen}^2\left(\frac{\Delta m_{41}^2 L}{4E}\right)], \quad (4-16)$$

onde

$$U_{e1}^2 = \cos_{12}^2 \cos_{13}^2 \cos_{14}^2, \quad (4-17)$$

$$U_{e2}^2 = \sin_{12}^2 \cos_{13}^2, \quad (4-18)$$

$$U_{e3}^2 = \sin_{13}^2. \quad (4-19)$$

Levando em consideração que

$$U_{e1}^2 + U_{e2}^2 + U_{e3}^2 + U_{e4}^2 = 1, \quad (4-20)$$

a Eq.(4-16) pode ser reescrita como

$$\begin{aligned} P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e) &\approx 1 - 4[U_{e3}^2(1 - U_{e3}^2 - U_{e4}^2)\text{sen}^2\left(\frac{\Delta m_{13}^2 L}{4E}\right) \\ &+ U_{e4}^2(1 - U_{e4}^2)\text{sen}^2\left(\frac{\Delta m_{41}^2 L}{4E}\right)], \end{aligned} \quad (4-21)$$

ou ainda

$$\begin{aligned} P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e) &\approx 1 - 4[U_{e3}^2(1 - U_{e3}^2)\text{sen}^2\left(\frac{\Delta m_{13}^2 L}{4E}\right) \\ &- U_{e3}^2 U_{e4}^2 \text{sen}^2\left(\frac{\Delta m_{13}^2 L}{4E}\right) \\ &+ U_{e4}^2(1 - U_{e4}^2)\text{sen}^2\left(\frac{\Delta m_{41}^2 L}{4E}\right)]. \end{aligned} \quad (4-22)$$

A primeira linha da Eq.(4-22) corresponde à probabilidade no formalismo de três gerações. Definindo a diferença entre a probabilidade em quatro gerações e a probabilidade em três gerações como

$$\delta P \equiv P^{(3+1)} - P^{(3)} \quad (4-23)$$

concluimos que

$$\delta P = 4U_{e4}^2 \left[ (1 - U_{e4}^2)\text{sen}^2\left(\frac{\Delta m_{41}^2 L}{4E}\right) - U_{e3}^2 \text{sen}^2\left(\frac{\Delta m_{13}^2 L}{4E}\right) \right]. \quad (4-24)$$

Como o elemento de matriz  $U_{e4}$  é proporcional ao  $\text{sen}\theta_{14}$ , que consideramos ser pequeno, podemos desprezar os termos proporcionais a  $\text{sen}^4\theta_{14}$ . Além disso, como  $L/E \sim 300$ , podemos usar o fato que  $\langle \text{sen}^2(\frac{\Delta m_{41}^2 L}{4E}) \rangle = \frac{1}{2}$ . Dessa forma, obtemos

$$\delta P \approx 4U_{e4}^2 \left[ \frac{1}{2} - U_{e3}^2 \text{sen}^2\left(\frac{\Delta m_{13}^2 L}{4E}\right) \right]. \quad (4-25)$$

Em KamLAND, os reatores encontram-se a uma distância média de 180 km do alvo. Essa distância permite que as amplitudes relacionadas às três fases oscilatórias contribuam com a probabilidade de sobrevivência. Encontramos,

então,

$$\begin{aligned}
 P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e) &\approx 1 - 4[U_{e1}^2 U_{e2}^2 \text{sen}^2(\frac{\Delta m_{12}^2 L}{4E}) \\
 &+ U_{e3}^2 (U_{e1}^2 + U_{e2}^2) \text{sen}^2(\frac{\Delta m_{13}^2 L}{4E}) \\
 &+ U_{e4}^2 (U_{e1}^2 + U_{e2}^2 + U_{e3}^2) \text{sen}^2(\frac{\Delta m_{41}^2 L}{4E})], \quad (4-26)
 \end{aligned}$$

Usando a Eq.(4-20) e as aproximações

$$\langle \text{sen}^2(\frac{\Delta m_{12}^2 L}{4E}) \rangle = \frac{1}{2} \quad \text{e} \quad \langle \text{sen}^2(\frac{\Delta m_{41}^2 L}{4E}) \rangle = \frac{1}{2}, \quad (4-27)$$

a Eq.(2-25) pode ser escrita como

$$\begin{aligned}
 P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e) &\approx 1 - 4[U_{e1}^2 U_{e2}^2 \text{sen}^2(\frac{\Delta m_{12}^2 L}{4E}) \\
 &+ \frac{1}{2} U_{e3}^2 (1 - U_{e3}^2 - U_{e4}^2) \\
 &+ \frac{1}{2} U_{e4}^2 (1 - U_{e4}^2)]. \quad (4-28)
 \end{aligned}$$

Com as Eqs.(4-15), (4-17), (4-18) e (4-19) encontramos que

$$\begin{aligned}
 \delta P &= \cos^4 \theta_{13} \text{sen}^2 \theta_{14} [2 \cos \theta_{12} (1 - \cos^2 \theta_{12} \text{sen}^2 \theta_{14}) \\
 &+ \text{sen}^2 2\theta_{12} \text{sen}^2(\frac{\Delta m_{12}^2 L}{4E})] \quad (4-29)
 \end{aligned}$$

Nos três casos discutidos, observamos que a probabilidade ou a diferença entre os valores da probabilidade encontrada em três e quatro gerações é proporcional a  $\text{sen}^2 2\theta_{14}$  e que, dada a sua pequenez, torna-se improvável determinar qualquer diferença entre os resultados do formalismo de três para o de quatro gerações. Deve-se notar, entretanto, que para experimentos com reatores nucleares caracterizados por distâncias entre a fonte e o detector da ordem de dezenas (ou poucas centenas) de metros e energias médias inferiores a 10 MeV, a única possibilidade de se observar uma distorção no fluxo de antineutrinos requer que  $\Delta m^2$  seja muito maior que os limites atuais para  $\Delta m_{solar}^2$  e  $\Delta m_{atm}^2$ .