



**Adriana da Costa Ferreira Chaves**

**Extração de Regras Fuzzy para Máquinas de Vetor Suporte  
(SVM) para Classificação em Múltiplas Classes**

**Tese de Doutorado**

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Doutor pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da PUC-Rio.

Orientadores: Marley M. B. R. Vellasco  
Ricardo Tanscheit

Rio de Janeiro, abril de 2006



**Adriana da Costa Ferreira Chaves**

**Extração de Regras Fuzzy para Máquinas de Vetores  
Suporte (SVM) para Classificação em Múltiplas Classes**

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Doutor pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Departamento de Engenharia Elétrica do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

**Prof<sup>a</sup>. Marley Maria Bernardes Rebuszy Vellasco**

**Orientador, DEE/PUC-Rio**

**Prof. Ricardo Tanscheit**

**Co-Orientador, DEE/PUC-Rio**

**Prof<sup>a</sup>. Maria Luiza Fernandes Velloso, UERJ**

**Prof. Valmir Carneiro Barbosa, UFRJ**

**Prof. Flávio Joaquim de Souza, UERJ**

**Prof<sup>a</sup>. Karla Tereza Figueiredo Leite, UERJ**

**Prof. José Eugenio Leal**

**Coordenador Setorial do Centro**

**Técnico Científico - PUC-Rio**

Rio de Janeiro, 18 de abril de 2006

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

### **Adriana da Costa Ferreira Chaves**

Graduou-se como Bacharel em Matemática na PUC-Rio em 1988. Obteve o título de Mestre em Matemática, na PUC-Rio em 1999, tendo como área de concentração Topologia Algébrica. Além disso, também é graduada como Bacharel em Letras - Tradução Português/Francês, em 1994, na PUC-Rio e obteve sua especialização em Língua Francesa - Tradução, na UERJ, em 1999.

#### Ficha Catalográfica

Chaves, Adriana da Costa Ferreira

Extração de regras fuzzy para máquinas de vetor suporte (SVM) para classificação em múltiplas classes / Adriana da Costa Ferreira Chaves ; orientadores: Marley M. B. R. Vellasco, Ricardo Tanscheit. – Rio de Janeiro : PUC, Departamento de Engenharia Elétrica, 2006.

225 f. : il. ; 30 cm

Tese (doutorado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Elétrica.

Inclui referências bibliográficas.

1. Engenharia Elétrica – Teses. 2. SVM. 3. Extração de regras. 4. Regras fuzzy. 5. Classificação em múltiplas classes. I. Vellasco, Marley M. B. R. II. Tanscheit, Ricardo. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Elétrica. IV. Título

CDD: 621.3

A meus pais, irmãos e ao amigo  
Emmanuel Piseces Lopes Passos

## **Agradecimentos**

Aos meus orientadores Marley M. B. R. Vellasco e Ricardo Tanscheit.

Ao ICA.

Ao meu amigo Domingos José da Silva.

Aos funcionários do Departamento de Engenharia Elétrica pela ajuda e paciência.

Aos membros da banca de exame de proposta de tese pelas valiosas orientações.

A meus professores Álvaro Veiga, Cristiano A. C. Fernandes, Marco Aurélio C. Pacheco, Raul Queiroz Feitosa e Ruy Milidiù.

Aos meus orientadores de mestrado Suely Druck e Paul Schweiter.

A Pierre Guisan.

Ao Departamento de Informática, por ter facilitado a execução do meu trabalho.

## Resumo

Chaves, Adriana. **Extração de Regras Fuzzy para Máquinas de Vetor Suporte (SVM) para Classificação em Múltiplas Classes.** Rio de Janeiro, 2006. 225p. Tese de Doutorado - Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Este trabalho apresenta a proposta de um novo método para a extração de regras fuzzy de máquinas de vetor suporte (SVMs) treinadas para problemas de classificação. SVMs são sistemas de aprendizado baseados na teoria estatística do aprendizado e apresentam boa habilidade de generalização em conjuntos de dados reais. Estes sistemas obtiveram sucesso em vários tipos de problemas. Entretanto, as SVMs, da mesma forma que redes neurais (RN), geram um "modelo caixa preta", isto é, um modelo que não explica o processo pelo qual sua saída é obtida. Alguns métodos propostos para reduzir ou eliminar essa limitação já foram desenvolvidos para o caso de classificação binária, embora sejam restritos à extração de regras simbólicas, isto é, contêm funções ou intervalos nos antecedentes das regras. No entanto, a interpretabilidade de regras simbólicas ainda é reduzida. Deste modo, propõe-se, neste trabalho, uma técnica para a extração de regras fuzzy de SVMs treinadas, com o objetivo de aumentar a interpretabilidade do conhecimento gerado. Além disso, o modelo proposto foi desenvolvido para classificação em múltiplas classes, o que ainda não havia sido abordado até agora. As regras fuzzy obtidas são do tipo "se  $x_1$  pertence ao conjunto fuzzy  $C_1$ ,  $x_2$  pertence ao conjunto fuzzy  $C_2, \dots$ ,  $x_n$  pertence ao conjunto fuzzy  $C_n$ , então o ponto  $x = (x_1, \dots, x_n)$  é da classe A". Para testar o modelo foram realizados estudos de caso detalhados com quatro bancos de dados: Íris, Wine, Bupa Liver Disorders e Winconsin Breast Cancer. A cobertura das regras resultantes da aplicação desse modelo nos testes realizados mostrou-se muito boa, atingindo 100% no caso da Íris. Após a geração das regras, foi feita uma avaliação das mesmas, usando dois critérios, a abrangência e a acurácia fuzzy. Além dos testes acima mencionados foi comparado o desempenho dos métodos de classificação em múltiplas classes usados no trabalho.

## **Palavras-chave**

SVM; extração de regras; regras fuzzy; classificação em múltiplas classes.

## Abstract

Chaves, Adriana. **Fuzzy Rules Extraction from Support Vector Machines (SVM) for Multi-class Classification**. Rio de Janeiro, 2006. 225p. PhD Thesis - Electrical Engineering Department, Pontifical Catholic University of Rio de Janeiro.

This text proposes a new method for fuzzy rule extraction from support vector machines (SVMs) trained to solve classification problems. SVMs are learning systems based on statistical learning theory and present good ability of generalization in real data base sets. These systems have been successfully applied to a wide variety of application. However SVMs, as well as neural networks, generates a "black box model", i.e., a model which does not explain the process used in order to obtain its result. Some considered methods to reduce this limitation already has been proposed for the binary classification case, although they are restricted to symbolic rules extraction, and they have, in their antecedents, functions or intervals. However, the interpretability of the symbolic generated rules is small. Hence, to increase the linguistic interpretability of the generating rules, we propose a new technique for extracting fuzzy rules of a trained SVM. Moreover, the proposed model was developed for classification in multiple classes, which was not introduced till now. Fuzzy rules obtained are presented in the format "if  $x_1$  belongs to the fuzzy set  $C_1$ ,  $x_2$  belongs to the fuzzy set  $C_2$ , ...,  $x_n$  belongs to the fuzzy set  $C_n$ , then the point  $x=(x_1, x_2, \dots, x_n)$  belongs to class A. For testing this new model, we performed detailed researches on four data bases: Iris, Wine, Bupa Liver Disorders and Wisconsin Breast Cancer. The rules' coverage resultant of the application of this method was quite good, reaching 100% in Iris case. After the rules generation, its evaluation was performed using two criteria: coverage and accuracy. Besides the testing above, the performance of the methods for multi-class SVM described in this work was evaluated.

## Key-words

SVM; rule extraction; fuzzy rules; multi-class classification.



# Sumário

1	Introdução	16
1.1	Motivação	16
1.2	Objetivos	18
1.3	Contribuições da Tese	19
1.4	Descrição da Tese	20
1.5	Estrutura da Tese	22
2	Máquinas de Vetores Suporte (SVM)	23
2.1	Introdução	23
2.2	Classificação Binária	25
2.2.1	SVMs com margens maximais	27
2.2.2	SVMs com margens suaves	29
2.2.3	SVMs não lineares	32
2.2.4	Mapeamento Implícito usando funções Kernel	33
2.3	Classificação em Múltiplas Classes	35
2.3.1	Introdução	35
2.3.2	Decomposição um por classe	37
2.3.3	Separação das classes duas a duas	38
2.3.4	Método de Crammer e Singer	40
3	Extração de Regras Simbólicas a partir de Máquinas de Vetor Suporte	41
3.1	Introdução	41
3.2	Algoritmo RuExSVM	42
3.3	Algoritmo SVM+Prototypes	46
3.4	Comentário sobre as deficiências dos métodos	50
4	Modelo para Extração de Regras Fuzzy a partir de Máquinas de Vetor Suporte - FReX_SVM	51
4.1	Introdução	51
4.2	Extração de Regras - Caso Binário	53
4.2.1	Etapa 1 Obtenção das projeções dos vetores suporte	53
4.2.2	Etapa 2 Definição dos conjuntos fuzzy	55

4.2.3	Etapa 3 Extração de Regras Fuzzy	57
4.2.3.1	Acurácia Fuzzy	60
4.2.3.2	Abrangência Fuzzy	62
4.3	Extração de Regras - Caso de k classes, $k > 2$	63
5	Estudo de Casos	65
5.1	Extração de Regras para Classificação Binária	66
5.1.1	Bupa Liver Disorders	67
5.1.1.1	Apresentação dos Resultados	68
5.1.1.2	Extração de Regras Fuzzy	70
5.1.2	Wisconsin Breast Cancer	74
5.1.2.1	Apresentação dos Resultados	75
5.1.2.2	Extração de Regras Fuzzy	77
5.1.3	Discussão dos Resultados	80
5.2	Extração de Regras para Classificação em Múltiplas Classes	81
5.2.1	Classificação das Subespécies da planta Íris	82
5.2.1.1	Apresentação dos Resultados	83
5.2.1.2	Extração de Regras Fuzzy	86
5.2.2	Classificação dos tipos de Vinhos	92
5.2.2.1	Apresentação dos Resultados	93
5.2.2.2	Extração de Regras Fuzzy	96
5.2.3	Discussão dos Resultados	101
5.2.3.1	Métodos de Classificação	101
5.2.3.2	Extração de Regras	103
5.3	Comparação do Desempenho do FREx_SVM e do Método de Mendel	104
6	Conclusões e Trabalhos Futuros	107
6.1	Conclusões	107
6.2	Trabalhos Futuros	109
7	Referências Bibliográficas	110
Apêndice 1	Princípio de minimização do Risco Estrutural aplicado à Classificação Binária	116
Apêndice 2	Comparação do Desempenho dos Métodos de Classificação em Múltiplas Classes no Reconhecimento das Expressões Faciais	121
Apêndice 3	Regras geradas	129

## Lista de figuras

Figura 1	Hiperplano de Margem Maximal	26
Figura 2	Variáveis Soltas	30
Figura 3	Métodos para Classificação em Múltiplas Classes	35
Figura 4	DAGSVM	39
Figura 5	RuExSVM	45
Figura 6	Regras geradas pelo algoritmo SVM+Prototypes	46
Figura 7	Partições e 1 <sup>o</sup> eixo do elipsóide	47
Figura 8	Construção do 2 <sup>o</sup> eixo do elipsóide usando o vetor suporte v2	47
Figura 9	Construção do 2 <sup>o</sup> eixo do elipsóide usando o ponto mais distante do protótipo	48
Figura 10	Construção do hiper-retângulo	48
Figura 11	Geração e divisão de um elipsóide	49
Figura 12	Modelo de Extração de Conhecimento Explícito de SVM	53
Figura 13	Projeção do vetor suporte s	54
Figura 14	Definição dos conjuntos fuzzy	55
Figura 15	Obtenção dos conjuntos fuzzy com maior grau de pertinência	56
Figura 16	Conjuntos fuzzy definidos para os atributos peso e altura	58
Figura 17	Modelo de Extração de Regras para Classificação em Múltiplas Classes	63
Figura 18	3 Conjuntos Fuzzy - Bupa Liver Disorders	70
Figura 19	5 Conjuntos Fuzzy - Bupa Liver Disorders	70
Figura 20	7 Conjuntos Fuzzy - Bupa Liver Disorders	71
Figura 21	3 Conjuntos Fuzzy - Wisconsin Breast Cancer	77
Figura 22	5 Conjuntos Fuzzy - Wisconsin Breast Cancer	77
Figura 23	3 Conjuntos Fuzzy - Íris	86
Figura 24	5 Conjuntos Fuzzy - Íris	87
Figura 25	7 Conjuntos Fuzzy - Íris	87
Figura 26	3 Conjuntos Fuzzy - Vinho	96
Figura 27	5 Conjuntos Fuzzy - Vinho	96
Figura 28	As 8 separações possíveis para 3 pontos	118

Figura 29	Uma separação de 4 pontos que não pode ser feita pelas funções binárias	118
Figura 30	Etapas do Reconhecimento de Expressões Faciais	121
Figura 31	Expressões Faciais	122
Figura 32	Simplificação	122

## Lista de tabelas

Tabela 1	Exemplos de Kernels	33
Tabela 2	Exemplo para ilustrar o funcionamento do FREx_SVM	57
Tabela 3	Grau de pertinência para o 1º atributo	58
Tabela 4	Grau de pertinência para o 2º atributo	59
Tabela 5	Características dos Bancos de Dados	65
Tabela 6	Resultado das SVMs - Bupa Liver Disorders	68
Tabela 7	Comparação do desempenho dos Kernels - Bupa Liver Disorders	69
Tabela 8	Comparação do desempenho da Classificação - Bupa Liver Disorders	69
Tabela 9	Desempenho do FREx_SVM - Bupa Liver Disorders	72
Tabela 10	Melhor Desempenho do FREx_SVM e da SVM - Bupa Liver Disorders	72
Tabela 11	Resultados das SVMs - Wisconsin Breast Cancer	75
Tabela 12	Comparação do desempenho dos Kernels - Wisconsin Breast Cancer	76
Tabela 13	Desempenho do FREx_SVM - Wisconsin Breast Cancer	78
Tabela 14	Melhor Desempenho do FREx_SVM e da SVM - Wisconsin Breast Cancer	79
Tabela 15	Resultado do método de decomposição um por classe - Íris	83
Tabela 16	Resultado do método de separação das classes duas a duas - Íris	84
Tabela 17	Resultado do método de Crammer e Singer - Íris	85
Tabela 18	Comparação do desempenho dos Kernels - Íris	85
Tabela 19	Comparação do desempenho dos métodos de classificação - Íris	85
Tabela 20	Desempenho do FREx_SVM - Decomposição um por classe - Íris	88
Tabela 21	Desempenho do FREx_SVM - Separação das classes duas a duas - Íris	89

Tabela 22	Desempenho do FREx_SVM - Método de Crammer e Singer - Íris	90
Tabela 23	Melhor Desempenho do FREx_SVM e da SVM - Íris	91
Tabela 24	Desempenho Médio do FREx_SVM - Íris	91
Tabela 25	Resultado do método de decomposição um por classe - Vinho	93
Tabela 26	Resultado do método de separação das classes duas a duas - Vinho	94
Tabela 27	Resultado do método de Crammer e Singer - Vinho	94
Tabela 28	Comparação do desempenho dos Kernels - Vinho	95
Tabela 29	Comparação do desempenho dos métodos de classificação - Vinho	95
Tabela 30	Desempenho do FREx_SVM - Decomposição um por classe - Vinho	97
Tabela 31	Desempenho do FREx_SVM - Separação das classes duas a duas - Vinho	98
Tabela 32	Desempenho do FREx_SVM - Método de Crammer e Singer - Vinho	99
Tabela 33	Melhor Desempenho do FREx_SVM e da SVM - Vinho	99
Tabela 34	Desempenho Médio do FREx_SVM - Vinho	100
Tabela 35	Comparação do desempenho dos métodos de classificação para Kernel linear	101
Tabela 36	Comparação do desempenho dos métodos de classificação para Kernel RBF	102
Tabela 37	Comparação entre FREx_SVM e Método de Mendel - Bupa Liver Disorders	104
Tabela 38	Comparação entre FREx_SVM e Método de Mendel - Wisconsin Breast Cancer	104
Tabela 39	Comparação entre FREx_SVM e Método de Mendel - Íris	105
Tabela 40	Comparação entre FREx_SVM e Método de Mendel - Vinho	105
Tabela 41	Resultado do método de decomposição um por classe - Reconhecimento das Expressões Faciais	124
Tabela 42	Resultado do método de separação das classes duas a duas com decisão por voto - Reconhecimento das Expressões Faciais	125

Tabela 43	Resultado do método de separação das classes duas a duas com decisão por DAGSVM - Reconhecimento das Expressões Faciais	126
Tabela 44	Resultado do método de Crammer e Singer - Reconhecimento das Expressões Faciais	127
Tabela 45	Comparação do desempenho dos Kernels - Reconhecimento das Expressões Faciais	127
Tabela 45	Comparação do desempenho dos métodos de classificação - Reconhecimento das Expressões Faciais	128