

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA
DO RIO DE JANEIRO



Walter Menezes Guimarães Júnior

Flambagem de Estruturas Viscoelásticas

Tese de Doutorado

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Doutor pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio. Área de Concentração: Estruturas.

Orientador: Raul Rosas e Silva

Rio de Janeiro, 28 de abril de 2006



Walter Menezes Guimarães Júnior

Flambagem de Estruturas Viscoelásticas

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Doutor pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Raul Rosas e Silva

Orientador

Departamento de Engenharia Civil - PUC-Rio

Prof^a. Deane de Mesquita Roehl

Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

Prof. Paulo Batista Gonçalves

Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

Prof. Pedro Colmar Gonçalves da Silva Vellasco

UERJ

Prof. Luiz Eloy Vaz

UFRJ

Prof. José Eugênio Leal

Coordenador Setorial
do Centro Técnico Científico - PUC-Rio

Rio de Janeiro, 28 de abril de 2006

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Walter Menezes Guimarães Júnior

Graduou-se em Engenharia Civil pela Universidade Federal da Bahia. Obteve o grau de Mestre em Engenharia Civil pela PUC-Rio.

Ficha catalográfica

Guimarães Júnior, Walter Menezes

Flambagem de Estruturas Viscoelásticas / Walter Menezes Guimarães Júnior; orientador: Raul Rosas e Silva. Rio de Janeiro: PUC-Rio, Departamento de Engenharia Civil, 2006.

v., 114 f.: il. ;29,7 cm

Tese (doutorado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil.

Inclui referências bibliográficas.

1. Engenharia Civil – Teses. 2. Instabilidade. 3. Viscoelasticidade. 4. Elementos finitos. I. Silva, Raul Rosas e. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil. III. Título.

CDD: 624

Agradecimentos

Ao meu orientador professor Raul Rosas, pelo apoio e estímulo.

Ao CNPq e à PUC-Rio, pelos auxílios concedidos.

Aos professores participantes da Banca Examinadora e ao professor Creus.

Aos funcionários do DEC.

A todos que de forma direta ou indireta contribuíram para a finalização deste trabalho.

Resumo

Guimarães, Walter Menezes; Silva, Raul Rosas e (Orientador). **Flambagem de Estruturas Viscoelásticas**. Rio de Janeiro, 2006. 114p. Tese de Doutorado - Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Este trabalho apresenta um modelo computacional aplicável à análise de sistemas estruturais viscoelásticos submetidos a grandes deslocamentos, com particular atenção ao fenômeno da instabilidade. A discretização dos modelos é obtida através de elementos finitos isoparamétricos bidimensionais que podem ser empregados na análise de colunas, pórticos, arcos e cascas axissimétricas. A estabilidade elástica do sistema é verificada ao longo de trajetórias de equilíbrio definidas no espaço carga-deslocamentos, onde a ocorrência de pontos de bifurcação ou de pontos-limite é indicada através da troca de sinal do pivô da matriz de rigidez tangente. A inclusão de um modelo viscoelástico linear para o material possibilita a avaliação do efeito do tempo de carregamento sobre a carga de flambagem da estrutura. O mecanismo de instabilidade correspondente à flambagem viscoelástica envolve duas variáveis básicas: a magnitude da carga (carga crítica) e a duração da carga (tempo crítico). Os exemplos apresentados ilustram esses conceitos e fornecem resultados interessantes a respeito dos efeitos da viscoelasticidade sobre a flambagem em diferentes sistemas estruturais.

Palavras-chave

Instabilidade; viscoelasticidade; elementos finitos.

Abstract

Guimarães, Walter Menezes; Silva, Raul Rosas e (Advisor). **Buckling of Viscoelastic Structures**. Rio de Janeiro, 2006. 114p. D.Sc. Thesis - Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

This thesis presents a computational model for the analysis of viscoelastic structures undergoing large displacements, with particular attention to unstable phenomena. The discrete model utilizes two-dimensional isoparametric finite elements in the analysis of columns, frames, arches and axially symmetric shells. The elastic stability of the system is verified along the equilibrium paths in the multidimensional load-displacements space, with bifurcation or limit points indicated by sign changes of the pivot of the tangent stiffness at every incremental step. A linear viscoelastic model for the material is included, allowing for the consideration of the effect of loading time on the buckling load for the structure. Thus, the mechanism leading to loss of stability, corresponding to viscoelastic buckling, involves two basic variables: load magnitude and duration of the load, designated as critical load and critical time. The examples presented herein enlighten such concepts and provide interesting results about viscoelastic effects on buckling of different structural systems.

Keywords

Instability; viscoelasticity; finite elements.

Sumário

Lista de Figuras	9
1 Introdução	14
1.1 Revisão Bibliográfica	14
1.2 Objetivo	16
1.3 Organização do Texto	16
2 Flambagem Viscoelástica	17
2.1 Modelo Constitutivo Viscoelástico	17
2.2 Exemplos de Flambagem Viscoelástica	19
2.3 Critérios de Estabilidade	23
3 Solução Numérica	25
3.1 Equação de Equilíbrio	26
3.2 Formulação por Elementos Finitos	26
3.3 Método de Newton-Raphson e Matriz de Rigidez Tangente	29
3.4 Solução Numérica Incremental	31
3.4.1 Implementação Computacional	32
3.4.2 Controle de Carga	35
3.4.3 Incremento de Tempo	36
3.4.4 Validação do Programa Computacional	36
3.5 Elemento Finito	37
3.5.1 Descrição cinemática	37
3.5.2 Matriz de Rigidez Tangente	42
3.5.2.1 Estado Plano de Tensões	42
3.5.2.2 Estado Axissimétrico	44
3.5.3 Vetores de Forças	47
3.5.4 Integração numérica	48
3.6 Modelagem do Comportamento Viscoelástico	51

4 Exemplos	54
4.1 Trajetórias de Equilíbrio de Modelos Elásticos	54
4.1.1 Coluna Engastada	54
4.1.2 Pórtico de Williams	56
4.1.3 Arco Abatido	57
4.1.4 Arco Elevado	60
4.1.5 Calota Esférica Axissimétrica	61
4.1.6 Cilindro Circular Axissimétrico	62
4.2 Modelos Viscoelásticos	67
4.2.1 Deformação por Fluência	67
4.2.2 Relaxação	69
4.2.3 Colunas Viscoelásticas	71
4.2.4 Pórtico Viscoelástico	74
4.2.5 Arco Abatido Viscoelástico	77
4.2.6 Arco Elevado Viscoelástico	82
4.2.7 Calota Esférica Viscoelástica	85
4.2.8 Cilindro Viscoelástico	87
4.3 Observações	90
5 Conclusões e Sugestões	94
Referências Bibliográficas	97
Anexo A - Definição da Matriz tangente e do Vetor de Forças Incrementais de um Elemento de Treliça	101
Anexo B - Algoritmo Computacional Baseado no Elemento de Treliça	104

Lista de figuras

Figura 2.1 – Flambagem da coluna viscoelástica (Bazant & Cedolin, 1991).	20
Figura 2.2 – Resposta típica de sistemas viscoelásticos que possuem tempo crítico.	22
Figura 3.1. – Elemento finito e funções de interpolação (Bathe, 1995).	37
Figura 3.2. – Modelo viscoelástico.	52
Figura 4.1. – Exemplo 4.1.1.: Coluna engastada.	54
Figura 4.2. – Exemplo 4.1.1.: Trajetória de equilíbrio ($P \times U$), para o caso de carga da Fig. 4.1.a.	55
Figura 4.3. – Exemplo 4.1.1.: Trajetória de equilíbrio ($P \times U$), para o caso de carga da Fig. 4.1.b.	55
Figura 4.4. – Exemplo 4.1.2.: Pórtico de Williams.	56
Figura 4.5. – Exemplo 4.1.2.: Curvas ($P \times V$) e ($P \times R$).	56
Figura 4.6. – Exemplo 4.1.3.: Arco abatido.	57
Figura 4.7. – Exemplo 4.1.3.: Trajetórias de equilíbrio.	58
Figura 4.8. – Exemplo 4.1.3.: Curva carga vs reação de apoio ($P \times H$).	58
Figura 4.9. – Procedimento de controle de carga utilizado para o exemplo 4.1.3, baseado na imposição de sinais positivos e negativos ao fator de carga $\Delta\lambda$ ao longo das trajetórias de equilíbrio.	59
Figura 4.10. – Exemplo 4.1.4.: Modelo do arco elevado.	60
Figura 4.11. – Exemplo 4.1.4.: Trajetórias de equilíbrio do arco elevado.	60
Figura 4.12. – Exemplo 4.1.5.: Calota esférica.	61
Figura 4.13. – Exemplo 4.1.5.: Trajetórias de equilíbrio para diferentes valores de r/R .	62
Figura 4.14. – Configurações pós-críticas de cilindros, associadas a diferentes geometrias (Chajes, 1985).	63
Figura 4.15. – Configuração crítica aproximada (Allen & Bulson, 2001).	63
Figura 4.16. – Exemplo 4.1.6: Discretização do cilindro circular: geometria, condições de apoio e carregamento.	64
Figura 4.17. – Exemplo 4.1.6.: (a) e (b): Condições de apoio. (c) Valores	

de carga crítica analítica e numérica.	65
Figura 4.18. – Exemplo 4.1.6.: Curva $N \times U$, associada à condição de apoio da Fig. 4.17.a.	65
Figura 4.19. – Exemplo 4.1.6.: Configurações deformadas da parede do cilindro, associadas aos pontos A-F sobre a trajetória de equilíbrio da Fig. 4.18.	66
Figura 4.20. – Exemplo 4.1.6.: Deformações da parede do cilindro relacionadas à condição de apoio da Figura 4.17.b: (a) e (b) Configurações anteriores à flambagem; (c) Configuração crítica.	67
Figura 4.21. – Exemplo 4.2.1.: Barra viscoelástica.	68
Figura 4.22. – Exemplo 4.2.1.: Solução analítica (Mathcad).	68
Figura 4.23. – Exemplo 4.2.1.: Comparação entre as soluções numérica e analítica.	69
Figura 4.24. – Exemplo 4.2.2.: Barra indeslocável submetida a uma variação de temperatura constante.	70
Figura 4.25. - Exemplo 4.2.2.: Relaxação da tensão em uma barra submetida a uma variação de temperatura constante.	70
Figura 4.26. – Exemplos 4.2.3.: Modelagem de uma coluna viscoelástica simplesmente apoiada, submetida a uma deflexão inicial e a uma carga axial constante P_0 .	72
Figura 4.27. – Exemplos 4.2.3.: Comparação entre os resultados numérico e analítico.	72
Figura 4.28. – Exemplos 4.2.3.: Modelagem de uma coluna viscoelástica engastada e submetida a carregamentos iniciais distintos.	73
Figura 4.29. – Exemplos 4.2.3.: Resposta viscoelástica ($v \times t$) para o caso de carga da Fig. 4.28.a.	73
Figura 4.30. – Exemplos 4.2.3.: Resposta viscoelástica ($v \times t$) para o caso de carga da Fig. 4.28.b.	74
Figura 4.31. – Exemplo 4.2.4.: Pórtico viscoelástico.	74
Figura 4.32. – Exemplo 4.2.4: Curva ($v \times t$) para diferentes valores de β .	75
Figura 4.33. – Exemplo 4.2.4.: Mecanismo de flambagem do pórtico viscoelástico para situações onde ocorre tempo crítico.	76
Figura 4.34. – Exemplo 4.2.4.: Curvas ($v \times \text{Log}_{10}(t)$).	76

Figura 4.35. – Exemplo 4.2.5.: Arco abatido viscoelástico.	77
Figura 4.36. – Exemplo 4.2.5.: Curvas ($U \times t$).	78
Figura 4.37. – Exemplo 4.2.5.: Curvas ($U \times \text{Log}_{10}(t)$).	78
Figura 4.38. – Exemplo 4.2.5.: Curvas ($V \times t$).	79
Figura 4.39. – Exemplo 4.2.5.: Curvas ($V \times \text{Log}_{10}(t)$).	79
Figura 4.40. – Exemplo 4.2.5.: Valores de tempo crítico (em segundos), considerando $Q \neq 0$, $Q = 0$ e diferentes valores de β .	80
Figura 4.41. – Exemplo 4.2.5.: Configurações críticas do arco viscoelástico para $\beta = 0.8$: (a) $Q = 0$; (b) $Q \neq 0$.	81
Figura 4.42. – Exemplo 4.2.5.: Configurações críticas do arco viscoelástico para $\beta = 0.9$: (a) $Q = 0$; (b) $Q \neq 0$.	81
Figura 4.43. – Exemplo 4.2.6.: Arco elevado viscoelástico.	82
Figura 4.44. – Deslocamentos críticos para os arcos elástico e viscoelástico.	83
Figura 4.45. – Exemplo 4.2.6.: Curvas ($U \times t$).	83
Figura 4.46. – Exemplo 4.2.6.: Curvas ($U \times \text{Log}_{10}(t)$).	83
Figura 4.47. – Exemplo 4.2.6.: Curvas ($V \times t$).	84
Figura 4.48. – Exemplo 4.2.6.: Curvas ($V \times \text{Log}_{10}(t)$).	84
Figura 4.49. – Exemplo 4.2.7.: Calota axissimétrica viscoelástica.	85
Figura 4.50. – Exemplo 4.2.7.: Curvas ($V \times t$).	86
Figura 4.51. – Exemplo 4.2.7.: Curvas ($V \times \text{Log}_{10}(t)$).	86
Figura 4.52. – Exemplo 4.2.8.: Cilindro viscoelástico.	87
Figura 4.53. – Exemplo 4.2.8.: Curvas ($U \times \text{Log}_{10}(t)$).	87
Figura 4.54. – Exemplo 4.2.8.: Curvas ($H_2 \times \text{Log}_{10}(t)$).	88
Figura 4.55. – Exemplo 4.2.8.: Curvas ($H_1 \times t$).	89
Figura 4.56. – Exemplo 4.2.8.: Comparação entre as respostas ($H_1 \times t$) linear e não-linear (geométrica) para $\beta = 0.44$.	89
Figura 4.57. – Exemplo 4.2.8.: Três padrões distintos de resposta ($H_1 \times t$), relacionados ao tipo de análise (linear ou não-linear geométrica) e ao valor de β .	90
Figura 4.58 – Efeito da ordem de integração sobre os resultados	

numéricos para a coluna elástica.	91
Figura 4.59 – Efeito da ordem de integração sobre os resultados numéricos para o arco abatido.	91
Figura 4.60 – Efeito da ordem de integração sobre os resultados numéricos para o arco elevado.	92
Figura 4.61 – Efeito da ordem de integração sobre os resultados numéricos para o pórtico de Williams.	92
Figura 4.62 – Efeito da ordem de integração sobre os resultados numéricos para a calota esférica.	93
Figura A.1 – Elemento de treliça.	101
Figura A.2 – Deslocamentos de referência e incrementais.	101
Figura B.1. – Matriz de rotação do elemento de treliça.	105
Figura B.2. – Exemplo da barra elástica.	105
Figura B.3. – Exemplo da barra viscoelástica.	105
Figura B.4. – Dados utilizados para determinar o caminho de equilíbrio da barra elástica.	106
Figura B.5. – Dados utilizados para a solução da barra viscoelástica.	106
Figura B.6. – Esquema computacional utilizado para determinar o caminho de equilíbrio da barra elástica.	107
Figura B.7. – Esquema computacional utilizado para determinar a solução elástica inicial que antecede a resposta viscoelástica.	108
Figura B.8. – Esquema computacional utilizado na solução do problema viscoelástico.	109
Figura B.8 – (Continuação)	110
Figura B.9. – Caminho de equilíbrio para uma carga de referência $P = 0.10$ obtido com a inclusão do vetor de forças internas no vetor de forças incrementais.	111
Figura B.10. – Caminho de equilíbrio para uma carga de referência $P = 0.10$ obtido sem a inclusão do vetor de forças internas no vetor de forças incrementais.	111
Figura B.11. – Caminho de equilíbrio para uma carga de referência $P = 0.12$ obtido com a inclusão do vetor de forças internas no vetor de forças incrementais.	112

Figura B.12. – Caminho de equilíbrio para uma carga de referência $P = 0.12$ obtido sem a inclusão do vetor de forças internas no vetor de forças incrementais. 112

Figura B.13 – Resposta viscoelástica: Deslocamento (V) x tempo (t) para $P_o = 0.48 P_E$. 113

Figura B.14 – Resposta viscoelástica: Deslocamento (V) x tempo (t) para $P_o = 0.50 P_E$. 113

Figura B.15 – Resposta viscoelástica: Deslocamento (V) x tempo (t) para $P_o = 0.54 P_E$. 114