

## 5 Previsões

A análise de previsões é concentrada nos quatro últimos anos da amostra, abrangendo 983 dias úteis entre 3 de janeiro de 2000 e 31 de dezembro de 2003. Cada modelo é reestimado diariamente a partir de todos os dados até aquela data e utilizado para gerar previsões pontuais e valores em risco nos horizontes de um, cinco, dez e vinte dias adiante. As especificações dos modelos de regressão em árvore são revisadas mensalmente. O apêndice B descreve o procedimento para geração de previsões a partir das estimações com efeitos de assimetria, baseado em simulações condicionais. Como referência, também são incluídas previsões fornecidas por um modelo GARCH(1,1) e por um modelo de médias móveis exponencialmente amortecidas (EWMA) –diferentemente da abordagem tradicional, entretanto, são calculadas médias móveis da própria volatilidade, as quais geram previsões mais relevantes o modelo para os quadrados dos retornos. O parâmetro de amortecimento é calibrado dentro da amostra para 0,7 em previsões de um e cinco dias e 0,8 (mais suave) para os demais prazos.

### 5.1 Previsões Pontuais

O cálculo de previsões pontuais gera os resultados da Tabela 5.1. A avaliação das previsões é baseada no critério de erro absoluto médio e na estimação de regressões de Mincer-Zarnowitz:

$$RV_t = \alpha + \beta f_{t,i} + \varepsilon_{t,i}$$

onde  $RV_t$  é volatilidade observada no dia  $t$  (Hansen e Lunde, 2006a, mostram que embora menos sensível a *outliers*, uma possível comparação através do logaritmo da variável não atende condições necessárias para consistência), e  $f_{t,i}$  é a previsão do modelo  $i$  para a volatilidade no dia  $t$ .<sup>1</sup> Se o modelo  $i$  está corretamente especificado, então  $\alpha = 0$  e  $\beta = 1$ . O p-valor do teste F robusto para essa hipótese é computado para previsões um passo adiante (a

<sup>1</sup>Verificou-se que a combinação sistemática de previsões pouco contribui para análise, tendo os resultados omitidos.

presença de heterocedasticidade prejudica o cálculo de estatísticas adequadas para horizontes maiores). O  $R^2$  corrigido da regressão é reportado como medida da precisão dos modelos.

Dois testes estatísticos para contraposição entre os modelos são reportados. O teste de Harvey, Leybourne e Newbold (1997) é aplicado para comparação das previsões geradas pelos modelos em contraste com o modelo com integração fracional, onde a qualidade das previsões é medida através dos erros absolutos e dos resíduos da regressão de Mincer-Zarnowitz. Sejam  $g(e_{1t})$  e  $g(e_{2t})$  as funções de perda para os erros de previsão  $(e_{1t}, e_{2t})$  dos modelos 1 e 2 no dia  $t$ . A hipótese nula é dada por  $E[g(e_{1t}) - g(e_{2t})] = 0$ , onde  $g(e_{it}) = |RV_t - f_{t,i}|$  para o critério de erro absoluto e  $g(e_{it}) = (RV_t - \hat{\alpha} + \hat{\beta}f_{t,i})^2$  para o critério de  $R^2$ . O teste de habilidade preditiva superior (HPS), derivado por Hansen (2005), examina para cada modelo a hipótese nula de que o mesmo não é inferior a nenhuma outra alternativa em termos da função de perda admitida.

Para previsões de um dia, o modelo com efeitos de assimetria é superlativo tanto em termos de EAM quanto  $R^2$ , significativamente superando o modelo FI pelo teste HLN (através de erros absolutos 5% menores em média) e sendo o único para o qual a hipótese nula do teste HPS não é rejeitada a 5% nos dois critérios, à exceção das médias móveis em  $R^2$ . A superioridade do modelo em árvore com efeitos de assimetria se repete em todas as ações analisadas em termos de erros absolutos (Tabela D.4) e para onze delas em  $R^2$  (Tabela D.6), contra quatro das médias móveis; paralelamente, os modelos FI, EWMA e HAR se alternam como os segundos melhores em  $R^2$  na demais ações, enquanto o modelo HAR leva vantagem em EAMs. Na seqüência das previsões para IBM de um dia, há pouca distinção entre os modelos FI, EWMA, AR e HAR no ajuste medido pelo  $R^2$  (as diferenças não são significantes), embora os dois últimos sejam levemente superiores em EAM (as variações em relação ao FI são significantes a 10%). O modelo com quebras estruturais é significativamente inferior a essas alternativas, padrão repetido em cinco, dez e vinte dias.

A superioridade do modelo com efeitos de assimetria se mantém em cinco dias; o modelo EWMA, entretanto, torna-se adjacente, significativamente superando o modelo FI e não sendo rejeitado pelo teste HPS nos dois critérios. Os modelos FI, AR e HAR permanecem relativamente próximos. Para dez e vinte dias, os resultados são similares entre si: o modelo AE ainda é o melhor em EAM (significativamente superior ao FI no teste HLN), sendo quase idêntico (embora dois décimos inferior) ao EWMA em  $R^2$ . A hipótese nula do teste HPS deixa de ser rejeitada a 5% nos modelos FI e EWMA em EAM e  $R^2$  e no modelo AR em EAM. No geral, o modelo HAR fica atrás por uma diferença diminuta.

De volta aos demais papéis, no horizonte de dez dias o modelo AE é o

melhor em EAM 60% para das ações analisadas (Tabela D.7), sendo transposto quatro vezes pelo EWMA, uma vez pelo HAR e uma vez pelo FI. À exemplo do que ocorre em previsões de um dia, os modelos FI, HAR e EWMA não se destacam consistentemente como segundos melhores, embora o último leve alguma vantagem. Por outro lado, um padrão divergente surge pelo  $R^2$  (Tabela D.9): o modelos EWMA e AE são melhores treze e duas vezes, respectivamente.

Tabela 5.1: Previsões: Um e Cinco dias

1 dia	EAM	HLN	HPS	$R^2$	HLN	HPS	F
FI	0,338	-	0,000	0,619	-	0,025	0,158
GARCH	0,489	0,000	0,000	0,370	0,000	0,000	0,002
AR	0,333	0,091	0,001	0,619	0,498	0,005	0,001
EWMA	0,337	0,347	0,033	0,614	0,223	0,059	0,228
AE	0,321	0,000	0,903	0,643	0,004	0,855	0,009
SB	0,365	0,000	0,000	0,593	0,017	0,000	0,000
HAR	0,331	0,026	0,015	0,620	0,416	0,006	0,000

  

5 Dias	EAM	HLN	HPS	$R^2$	HLN	HPS
FI	0,413	-	0,026	0,479	-	0,203
GARCH	0,527	0,000	0,000	0,289	0,000	0,000
AR	0,410	0,206	0,015	0,468	0,068	0,022
EWMA	0,406	0,097	0,397	0,493	0,032	0,647
AE	0,396	0,000	0,917	0,500	0,012	0,862
SB	0,474	0,000	0,000	0,425	0,000	0,000
HAR	0,411	0,329	0,026	0,468	0,069	0,026

A tabela reporta previsões fora da amostra para a volatilidade da IBM no período 2000-2003 (983 dias úteis, excluindo datas afetadas por feriados), onde cada modelo é reestimado diariamente e utilizado para gerar previsões para a volatilidade realizada 1, 5, 10 e 20 dias adiante. EAM indica o erro absoluto médio. O  $R^2$  (corrigido) reportado é o da regressão  $RV_t = \alpha + \beta f_{t,i} + \varepsilon_{t,i}$ , onde  $f_{t,i}$  é a previsão do modelo  $i$  para a volatilidade realizada do dia  $t$  e  $RV_t$  é a volatilidade realizada observada naquele dia. A coluna F mostra os p-valores dos testes F robustos para a hipótese conjunta que  $\alpha = 0$  e  $\beta = 1$ . HLN e HPS exibem os p-valores dos testes de Harvey, Leybourne and Newbold (1997) –em comparação com o modelo FI– e Hansen (2005) respectivamente.

Diante das fortes evidências de quebra estrutural em 2003 –ano em que a volatilidade realizada da ação decresceu consistente e fortemente de forma sem precedentes na amostra, induzindo autocorrelações nos resíduos de todos os modelos–, além de variações na persistência da série ao longo do tempo, a Tabela 5.3 abaixo (restrita aos modelos FI e com efeitos de assimetria) examina o impacto dos resultados ano a ano (2000-2002) na análise. No quadro, um, dois ou três asteriscos adjacentes aos números nas colunas EAM e/ou  $R^2$  indicam que o modelo tem EAM/ $R^2$  inferior em relação à alternativa de forma

Tabela 5.2: Previsões: Dez e Vinte dias

10 dias	EAM	HLN	HPS	$R^2$	HLN	HPS
FI	0,463	-	0,211	0,371	-	0,477
GARCH	0,555	0,000	0,000	0,230	0,000	0,001
AR	0,458	0,237	0,107	0,359	0,094	0,041
EWMA	0,463	0,461	0,291	0,390	0,029	0,845
AE	0,447	0,003	0,929	0,388	0,047	0,796
SB	0,532	0,000	0,000	0,314	0,000	0,001
HAR	0,466	0,324	0,028	0,354	0,026	0,037
20 Dias	EAM	HLN	HPS	$R^2$	HLN	HPS
FI	0,524	-	0,435	0,238	-	0,578
GARCH	0,591	0,000	0,000	0,149	0,000	0,005
AR	0,517	0,243	0,223	0,230	0,235	0,089
EWMA	0,535	0,091	0,188	0,253	0,107	0,836
AE	0,507	0,011	0,958	0,251	0,146	0,794
SB	0,604	0,000	0,000	0,172	0,000	0,002
HAR	0,534	0,168	0,001	0,227	0,154	0,088

estatisticamente significante (teste de Harvey, Leybourne e Newbold, 1997) a 10%, 5% e 1% respectivamente.

Em 2000, o modelo com efeitos de assimetria é superior em previsões de um dia pelos dois critérios (significante a 5% no caso do  $R^2$ ), enquanto as duas estatísticas divergem para cinco, dez e vinte dias: o modelo FI supera o modelo em árvore pelo critério de EAM (significante a 1% em dez e vinte dias) e o contrário ocorre com o  $R^2$ . A contradição sugere um nível de volatilidade não capturado pelas estimações do modelo com efeitos de assimetria, que de outra forma exibiu capacidade superior de responder a variações na volatilidade. Em 2001 e 2002, o modelo com efeitos de assimetria supera consistente e fortemente o modelo FI em todos os horizontes e critérios.

As estatísticas para 2003 são dadas pela Tabela 5.4 e respaldam amplamente a hipótese de quebra estrutural. Todos os modelos são rejeitados nos testes F. Para previsões de um dia, os modelos HAR e AE levam vantagem sobre os demais, embora as diferenças não sejam grandes em relação aos modelos AR e EWMA –o modelo FI fica um pouco atrás, sendo significativamente inferior. Em vinte dias, os modelos EWMA e HAR são significativamente superiores aos outros em erros absolutos, enquanto o modelo FI é significante superior em  $R^2$ .

A tabela revela que os erros absolutos médios em 2003 foram consideravelmente inferiores aos dos anos anteriores, sugerindo uma variância encolhida para a própria volatilidade realizada no período –de fato, as previsões de 20

Tabela 5.3: Previsões por Anos: 2000-2002

	2000		2001		2002	
	EAM	$R^2$	EAM	$R^2$	EAM	$R^2$
1 dia						
FI	0,459	0,309	0,373	0,504	0,352	0,618
AE	0,451	0,336**	0,350***	0,550***	0,328***	0,644***
5 dias						
FI	0,536	0,129	0,465	0,390	0,454	0,357
AE	0,547	0,153*	0,420***	0,405	0,428***	0,432***
10 dias						
FI	0,567***	0,082	0,537	0,233	0,525	0,190
AE	0,608	0,095	0,485***	0,250	0,479***	0,288***
20 dias						
FI	0,605***	0,016	0,634	0,097	0,583	0,062
AE	0,633	0,024	0,567***	0,114	0,529***	0,148***

A tabela reporta os resultados para previsões fora da amostra geradas pelos modelos com efeito de assimetria e FI para a volatilidade da IBM em cada ano entre 2000-2002. EAM indica o erro absoluto médio. O  $R^2$  (corrigido) reportado é o da regressão  $RV_t = \alpha + \beta f_{t,i} + \varepsilon_{t,i}$ , onde  $f_{t,i}$  é a previsão do modelo  $i$  para a volatilidade realizada do dia  $t$  e  $RV_t$  é a volatilidade realizada observada naquele dia. A coluna F mostra os p-valores dos testes F robustos para a hipótese conjunta que  $\alpha = 0$  e  $\beta = 1$ . HLN e HPS exibem os p-valores dos testes de Harvey, Leybourne and Newbold (1997) –em comparação com o modelo FI– e Hansen (2005) respectivamente.

dias para o modelo FI apresentam menores erros absolutos do que as previsões um passo à frente em todos os anos prévios. Finalmente, cabe ressaltar o desempenho inferior do próprio modelo com quebras estruturais no período. A aparente contradição pode ser vista sob o prisma da análise de Granger e Hyung (2004), que mostram que a previsão de modelos com quebras estruturais tendem a ser inferiores mesmo quando o processo verdadeiro é desse tipo; como há dificuldades e atrasos na detecção das quebras, métodos com médias móveis se saem melhor, característica partilhada por estimações FI espúrias.

## 5.2

### Valor em Risco

A avaliação de previsões de valores em risco é centrada nos testes de razão de verossimilhanças para cobertura condicional e independência de Christoffersen (1998). A análise é similar à desenvolvida em Beltratti e Morana (2005), que estudam os benefícios de valor em risco proporcionados por modelos de memória longa. Embora abordagens com funções de perda também tenham

Tabela 5.4: Previsões: 2003

1 dia	EAM	HLN	HPS	$R^2$	HLN	HPS	F
FI	0,170		0,000	0,569		0,159	0,000
GARCH	0,322	0,000	0,000	0,413	0,001	0,000	0,000
AR	0,159	0,000	0,010	0,589	0,076	0,410	0,003
EWMA	0,158	0,001	0,668	0,583	0,119	0,521	0,006
AE	0,157	0,002	0,785	0,598	0,067	0,892	0,000
SB	0,201	0,000	0,000	0,573	0,418	0,282	0,000
HAR	0,156	0,000	0,937	0,593	0,032	0,882	0,010

  

20 Dias	EAM	HLN	HPS	$R^2$	HLN	HPS
FI	0,274		0,000	0,546		0,873
GARCH	0,527	0,000	0,000	0,276	0,000	0,005
AR	0,207	0,000	0,001	0,478	0,000	0,021
EWMA	0,200	0,000	0,524	0,479	0,000	0,002
AE	0,236	0,000	0,000	0,482	0,008	0,045
SB	0,524	0,000	0,000	0,456	0,002	0,007
HAR	0,191	0,000	0,826	0,478	0,000	0,022

A tabela reporta os resultados para previsões fora da amostra geradas por seis modelos para a volatilidade da IBM em 2003 (ano afetado por uma possível quebra estrutural). EAM indica o erro absoluto médio. O  $R^2$  (corrigido) reportado é o da regressão  $RV_t = \alpha + \beta f_{t,i} + \varepsilon_{t,i}$ , onde  $f_{t,i}$  é a previsão do modelo  $i$  para a volatilidade realizada do dia  $t$  e  $RV_t$  é a volatilidade realizada observada naquele dia. A coluna F mostra os p-valores dos testes F robustos para a hipótese conjunta que  $\alpha = 0$  e  $\beta = 1$ . HLN exibe os p-valores dos testes de Harvey, Leybourne and Newbold (1997) para igualdade de médias de funções de perda (na tabela, os erros absolutos e os resíduos da regressão acima), onde os modelos são comparados com o modelo fracionalmente integrado.

sendo implementadas na literatura, estas são descartadas por tenderem a ser viesadas em favor de modelos mais conservadores; diante da arbitrariedade na definição da função de perda, o método é considerado mais apropriado para aplicações específicas e checagens internas de modelos apenas.

Considere inicialmente as previsões de um dia. Seja  $\hat{q}_{t|t-1}^i(\alpha)$  a previsão de cobertura para o percentil  $\alpha$  do modelo  $i$  para o dia  $t + 1$ , condicional na informação do dia  $t$ . Na aplicação, são computados valores em risco de 95% e 99%, isto é,  $\alpha = 0.05$  e  $\alpha = 0.01$ . A sequência de falhas de cobertura na cauda inferior  $\alpha$  é definida por:

$$F_{t|t-1} = \begin{cases} 1 & \text{if } r_{t+1} < \hat{q}_{t+1|t}^i(\alpha) \\ 0 & \text{if } r_{t+1} > \hat{q}_{t+1|t}^i(\alpha) \end{cases}$$

(5-1)

onde  $r_t$  é retorno observado no dia  $t$ . O teste de cobertura incondicional (UC) tem como hipótese nula  $E(F_{t+1|t}) = \alpha$  contra  $E(F_{t+1|t}) \neq \alpha$ , enquanto o teste de independência é construído contra uma alternativa Markoviana de primeira ordem.

As previsões de valor em risco para cinco, dez e vinte dias também são computados em bases diárias, mas como os retornos superpostos tornam os eventos correlacionados, são aplicados, à exemplo de Beltratti e Morana (2005), testes baseados em limites de Bonferroni sugeridos por Diebold, Gunther e Tay (1998). Para previsões de  $k$  passos, um teste de tamanho limitado por  $\theta$  pode ser implementado através de testes individuais de tamanho  $\theta/k$  em cada uma das  $k$  subséries

$$\{F_{1+k|1}, F_{1+2k|1+k}, F_{1+3k|1+2k\dots}\}, \{F_{2+k|2}, F_{2+2k|2+k}, F_{2+3k|2+2k\dots}\}, \dots, \\ \{F_{k-1+k|k-1}, F_{k-1+2k|k-1+k}, F_{k-1+3k|k-1+2k\dots}\},$$

onde a hipótese nula é rejeitada se há uma rejeição em qualquer um delas.

A comparação de valores em risco dos modelos com integração fracional, efeitos de assimetria e quebras estruturais está organizada na Tabela 5.5, mostrando que todos os modelos geram previsões adequadas em todos os horizontes.

Tabela 5.5: Análise de Valor em Risco

	1%				5%			
	Falhas	UC	R	IND	Falhas	UC	R	IND
1 Dia								
FI	0,006	0,186	0	0,786	0,043	0,284	0	0,134
SB	0,009	0,787	0	0,683	0,043	0,284	0	0,388
AE	0,010	0,957	0	0,650	0,054	0,578	0	0,931
5 Dias								
FI	0,011	1,000	0	1,000	0,058	1,000	0	1,000
SB	0,010	1,000	0	1,000	0,048	1,000	0	0,423
AE	0,010	1,000	0	1,000	0,059	1,000	0	1,000
10 Dias								
FI	0,021	0,994	0	0,576	0,082	0,154	2	0,630
SB	0,017	1,000	0	0,576	0,070	0,370	1	0,327
AE	0,015	0,994	0	1,000	0,079	0,395	1	0,697
20 Dias								
FI	0,032	0,289	1	1,000	0,102	0,277	8	1,000
SB	0,028	0,289	2	1,000	0,082	0,311	2	1,000
AE	0,027	1,000	0	1,000	0,111	0,134	8	1,000

A tabela reporta os resultados para previsões de valor em risco fora da amostra geradas pelos modelos com efeitos de assimetria, integração fracional e quebras estruturais dentro do período 2000-2003 (983 observações), onde cada modelo é reestimado diariamente e utilizado para o cálculo de valores em risco de 95% e 99% por simulação condicional. As colunas *Falhas* indicam a proporção de dias onde os retornos nos próximos 1, 5, 10 ou 20 dias se situaram abaixo da cauda inferior  $\alpha$  da distribuição prevista. Note que as porcentagens de falhas em 5, 10 e 20 são afetadas por sequências superpostas de retornos. UC e IND indicam os p-valores dos testes de razão de verossimilhanças para cobertura incondicional e independência (contra uma série de Markov de primeira ordem) desenvolvida por Christoffersen (1998). Para 5, 10 e 20 dias, são usados testes baseados em limites de Bonferroni sugeridos por Diebold, Gunter and Tay (1998). R é o número de subséries rejeitadas a 5% (dentre 1, 5, 10 ou 20 apropriadamente).