



Walter Gomide do Nascimento Júnior

O INFINITO CONTADO POR DEUS

**Uma Interpretação Dedekindiana do Conceito de Número Ordinal
Transfinito de Cantor**

Tese de Doutorado

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação
em Filosofia da PUC-Rio como requisito parcial
para obtenção do título de Doutor em Filosofia

Orientador: Oswaldo Chateaubriand Filho

Rio de Janeiro, março de 2006



Walter Gomide do Nascimento Junior

“O infinito contado por Deus. Uma interpretação Dedekindiana do Conceito de Número Ordinal Transfinito de Cantor.”

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Doutor pelo Programa de Pós-Graduação em Filosofia do Departamento de Filosofia do Centro de Teologia e Ciências Humanas da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Oswaldo Chateaubriand Filho
Orientador
Departamento de Filosofia da PUC – Rio

Prof. Luiz Carlos Pinheiro Dias Pereira
Departamento de Filosofia da PUC – Rio

Prof. Danilo Marcondes de Souza Filho
Departamento de Filosofia da PUC – Rio

Prof. Guilherme Louis Wylle Médici
Universidade Federal de Mato Grosso – UFMT

Prof. Paulo Alcoforado Natividade Filho
Universidade Federal Fluminense – UFF

Prof. Paulo Fernando Carneiro de Andrade
Coordenador Setorial do Centro
De Teologia e Ciências Humanas – PUC – Rio

Rio de Janeiro, 31 de março de 2006.

Todos os direitos reservados.É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Walter Gomide do Nascimento Júnior

Graduou-se em Filosofia na UFSJ,em 1997. É mestre em Filosofia pela PUC-Rio, ano de 2006.

Ficha Catalográfica

Gomide, Walter

O infinito contado por Deus: uma interpretação Dedekindiana do conceito de número ordinal transfinito de Cantor / Walter Gomide do Nascimento Júnior; orientador: Oswaldo Chateaubriand Filho. – Rio de Janeiro : PUC, Departamento de Filosofia, 2006.

168f. ; 30 cm

Tese (doutorado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Filosofia.

Inclui referências bibliográficas.

1. Filosofia – Teses. 2. Dedekind. 3. Cantor. 4. Ordinal. 5. Infinito. I. Chateaubriand Filho, Oswaldo. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Filosofia. III. Título.

CDD: 100

Agradecimentos

Ao meu orientador Professor Oswaldo Chateaubriand Filho pelo inestimável apoio intelectual a mim oferecido durante a confecção deste trabalho.

Ao CNPQ e à PUC-Rio, pelos auxílios concedidos, sem os quais este trabalho não poderia ter sido realizado.

Aos meus pais, pela atenção e carinho com que acompanharam a feitura deste trabalho.

Resumo

Nascimento Jr., Walter Gomide do; Chateaubriand Filho, Oswaldo. **O infinito contado por Deus. Uma interpretação dedekindiana do conceito de número ordinal transfinito de Cantor.** Rio de Janeiro, 2006, 168 p. Tese de Doutorado – Departamento de Filosofia, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Subjacente à teoria dos números ordinais transfinitos de Cantor, há uma perspectiva *finitista*. Segundo tal perspectiva, Deus pode bem ordenar o infinito usando, para tanto, de procedimentos similares ao ato de contar, entendido como o ato de bem ordenar o finito. Desta maneira, um diálogo natural entre Cantor e Dedekind torna-se possível, dado que Dedekind foi o primeiro a tratar o ato de contar como sendo, em sua essência, uma forma de bem ordenar o mundo espaço-temporal pelos números naturais. Nesta tese, o conceito de número ordinal transfinito, de Cantor, é entendido como uma extensão do conceito dedekindiano de número natural.

Palavras-chave

Dedekind; Cantor; Deus; ordinal; infinito.

Abstract

Nascimento Jr., Walter Gomide do; Chateaubriand Filho, Oswaldo (Advisor). **The Infinite counted by God. A Dedekindian Interpretation of Cantor's Transfinite Ordinal Number Concept.** Rio de Janeiro, 2006. 168 p. Doctoral. Thesis – Departamento de Filosofia, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Underlying Cantor's transfinite ordinal numbers theory, there is a *finistic* perspective. Accordingly that perspective, God can well order the infinite using, for that, similar procedures to the act of counting, understood as the act of well order the finite. That's why a natural dialog between Cantor and Dedekind becomes possible, since Dedekind was the first to consider the act of counting as being, in its essence, a way of well order the spatial-temporal world by natural numbers. In this thesis, the concept of Cantor's transfinite ordinal number is understood as an extension of dedekindian concept of natural number.

Keywords

Dedekind; Cantor; God; ordinal; infinite.

Sumário

1	Introdução	8
2	Os “Grundlagen” de Cantor - sua origem histórica e conceitos fundamentais	15
2.1	Os primórdios da teoria dos conjuntos: a tese de Fourier	15
2.2	A não-enumerabilidade dos números reais e a invariância da “potência” de espaços R^n em relação a transformações bijetivas discretas	21
2.3	As razões que levaram Cantor a uma extensão dos números naturais	27
2.4	A inteligência humana e a sua capacidade de entender o infinito	35
2.5	O conceito de contínuo nos “Grundlagen”	40
3	Sobre os pressupostos conjuntísticos subjacentes nos “Grundlagen”	45
3.1	Noção combinatória “versus” noção lógica de conjunto	45
3.2	O conceito de número cardinal em Cantor: um todo homogêneo e uniforme	56
3.3	Os segmentos próprios da totalidade W e sua relação com os cardinais transfinitos	66
3.4	Sobre a hipótese do contínuo e a natureza conjuntística dos números reais	73
4	Sobre a boa ordenação do infinito enumerável no pensamento de Deus	79
4.1	O problema da contagem do infinito	79
4.2	A passagem do enumerável para o não-enumerável: o teorema de 1891 e a perfeita intuição divina dos cardinais finitos	88
4.3	Os tipos e números ordinais em Cantor	97
4.4	O enumerável na mente de Deus: o infinito atual intuído perfeitamente	108
5	Os números ordinais transfinitos como uma extensão dos números naturais para o infinito	116
5.1	Os axiomas de Lavine: Cantor interpretado sem a “hipótese teológica”	116
5.2	O primado dos conjuntos no pensamento de Cantor	137
5.3	A tradução do conceito de ordinal transfinito de Cantor para noções dedekindianas	143
5.4	O caráter incompletável da seqüência W e o paradoxo de Burali-Forti	148
6	Conclusão	156
7	Referências bibliográficas	163