2
Métodos Tradicionais e de OR para Valoração de Investimento

O tema análise de investimentos sempre foi considerado fundamental no estudo de Finanças Corporativas. A tomada de decisões por parte de agentes econômicos, em geral, e as estratégias formuladas ao longo do processo de escolha, em particular, são alvo de interesse de pesquisadores do ramo. Isto pode ser explicado pelo fato de a tomada de decisões ser um processo que demanda muita cautela, já que, análises mal feitas podem resultar em enormes prejuízos.

Existem diversas discussões entre correntes distintas que versam sobre o assunto de tomada de decisões. O interesse por análise de investimentos vem crescendo cada vez mais, dado que o mundo atual globalizado tem sido cenário de uma gama de situações envolvendo decisões em ambientes caracterizados por vários tipos de incerteza: incerteza quanto às condições futuras de mercado, ao ambiente, aos custos de oportunidades envolvidos nas escolhas e muitos outros. É preciso, portanto, avaliar com cuidado as características específicas do empreendimento em questão, analisando tanto questões qualitativas como quantitativas para decidir qual é o melhor momento de se tomar determinada decisão e, principalmente, qual será a melhor decisão a ser tomada.

De acordo com Dixit e Pindyck (1994), a maior parte das decisões envolve três características importantes em graus diferentes. O objetivo de detalhar estes três tópicos é atingir o investimento ótimo, tal como colocado também pelos mesmos autores.

Em primeiro lugar, o investimento é avaliado como parcial ou completamente irreversível. Isto porque o custo inicial do investimento é no mínimo parcialmente afundado, ou seja, um *sunk cost*[1].

O segundo ponto em questão é a incerteza a respeito, dos fluxos de caixa futuros esperados do projeto. Isto porque não é fácil prever a remuneração do projeto de investimento para períodos futuros e a possibilidade de se cometer erros é grande. O melhor que se pode fazer nesse sentido é avaliar as probabilidades de ocorrência dos resultados possíveis e verificar qual é a probabilidade de se tomar a decisão que maximizará seus ganhos.

Finalmente, em terceiro lugar, é preciso inferir sobre o melhor momento da tomada de decisão, a questão de *timing* do seu investimento, isto é, a escolha do melhor momento para se efetuar o investimento. Esta questão está diretamente ligada à decisão de investir imediatamente ou adiar o projeto por um determinado período ou para quando for possível reunir mais informações a respeito, e, portanto, está ligada à opção de espera, que será discutida mais adiante. A definição de *timing* é de extrema importância para o entendimento de OR.

Deve-se ressaltar, no entanto, que é impossível obter-se certeza absoluta ou completa a respeito de determinado assunto quando se considera o futuro, pois certas vaiáveis podem ser alteradas fora do controle do agente tomador de decisão.

[1] O conceito "s*unk cost*" pode ser definido como um custo que não pode ser recuperado caso o agente mude de idéia a respeito da realização de um projeto de forma que se decidir por abandoná-lo, não poderá recuperar quantia que gastou inicialmente em sua execução. Corresponde a fatores irrecuperáveis ou sem alternativa de uso, com custo de oportunidade igual a zero. Segundo Rocha (2002), *sunk cost* é o investimento em plantas e capacitação específica para determinadas atividades têm por conseqüência a aquisição de ativos (físicos ou humanos) que não podem ser transacionados sem perda total ou parcial de seu valor. Esta é a idéia relacionada a custos irrecuperáveis, que são despesas realizadas cujo custo de oportunidade de sua utilização é igual ou próximo de zero.

2.1
A Tradicional Metodologia de Avaliação de Projetos

A avaliação realizada pelo método do fluxo de caixa descontado (FCD) se baseia no princípio de que o valor de um negócio é medido pelo valor dos benefícios futuros que será obtido ao longo do tempo. Estes fluxos futuros são descontados para um valor presente por meio da utilização de uma taxa de desconto apropriada que reflita os riscos inerentes aos fluxos estimados. Os modelos de orçamentação de capital mais comumente usados pelas corporações (FCD) se utilizam basicamente do critério do VPL, juntamente com a TIR (Taxa Interna de Retorno). Nesta seção serão abordadas, portanto, questões importantes acerca do modelo FCD.

2.1.1
Avaliação por Fluxo de Caixa Descontado (FCD)

O modelo conhecido como fluxo de caixa descontado parte da premissa de trazer a valor presente os fluxos de caixa esperados de um dado projeto no futuro. Para tanto, é necessário descontar cada um dos fluxos gerados ao longo do tempo, por uma taxa de juros compatível ao risco de tal projeto. Contudo, para a análise deste método, faz-se necessária a abordagem de alguns critérios.

2.1.1.1
Critério do Valor Presente Líquido (VPL)

Este critério consiste na soma dos fluxos de caixa líquidos proporcionados pelo investimento em determinado projeto, trazidos a valor presente a um taxa de desconto predeterminada e subtraí-lo do valor do investimento inicial, conforme visto pela fórmula a seguir:

$$VPL = \frac{\sum_{i=1}^{T} E(CF_t)}{(1+k)^t} - I_0 \qquad (2.1)$$

- $E(CF)$ é o valor esperado dos fluxos de caixa de cada período;

- T é o período de tempo esperado de duração do projeto;

- I_0 é o investimento inicial;

- k é a taxa de desconto.

O cálculo de k exige um conhecimento prévio do risco do projeto em questão. Isso, entretanto, nem sempre é fácil de calcular. Em princípio, cada projeto possui seu próprio custo de capital. As firmas em geral, costumam agrupar projetos similares em classes de risco, e usam o mesmo custo de capital para projetos de uma mesma classe. Assim, podem-se abordar dois procedimentos para se determinar esta taxa de desconto (custo de capital):

1. Capital Asset Pricing Model (CAPM)

Segundo Brealey & Myers (1992), o CAPM é o modelo mais recomendado para precificação de ativos. Seu cálculo fundamenta-se em uma equação que demonstra a relação entre retorno esperado e beta (β), visto pela fórmula:

$$Ri = Rf + \beta\,(Rm - Rf) \tag{2.2}$$

Como se pode observar, o retorno esperado depende de três componentes:

- Retorno exigido sem risco assumido, medido pela taxa livre de risco (Rf);

- Recompensa por se assumir risco sistemático, ou seja, corresponde à recompensa do mercado por se assumir um risco. Tal recompensa é medida pelo prêmio pelo risco de mercado: $E(Rm)$ - Rf, onde $E(Rm)$ representa o valor esperado do retorno de mercado;

- Nível de risco sistemático. Medido pelo beta, representa o nível de risco sistemático presente em um determinado ativo.

2. Custo Médio Ponderado do Capital (WACC – Weighted Average Cost of Capital)

O fato de a grande maioria das empresas utilizarem-se de capital próprio e de terceiros para financiamento de suas atividades operacionais faz com que a taxa de desconto a ser utilizada represente o custo global de capital, ou o custo médio do capital ponderado. Este é o WACC que é obtido mediante o cálculo da média ponderada de todos os custos de financiamentos de curto e longo prazo, utilizados por uma empresa para financiar suas atividades. Desta forma, consideram-se o custo do patrimônio líquido (capital próprio), o custo da dívida (capital de terceiros) e os custos de títulos híbridos. Por considerar as diferentes fontes de capital, esta taxa de desconto deve representar diferentes custos de capital associados. Nesse sentido, a taxa de desconto deve representar o ganho projetado pelos investidores, levando em consideração o risco associado ao negócio[2]. Assim, seu cálculo é definido pela seguinte forma:

$$K\ (WACC) = K_{CP}\ (CP/V) + K_d\ (1 - T)\ (D/V) \qquad (2.3)$$

- K_{CP} – custo do capital próprio;
- CP – valor de mercado do capital próprio;
- D – valor de mercado da dívida;
- V – valor de mercado da empresa. $V = CP + D$;
- K_d – custo marginal da dívida;
- T – alíquota marginal do imposto de renda.

[2] A taxa de desconto apropriada para ser utilizada é a taxa mínima de retorno esperada que uma empresa ou investimento precisa oferecer para ser atraente. A grande subjetividade intrínseca a essa taxa e a falta de informações seguras constituem fatores que podem levar a erros no cálculo de avaliação da empresa. Nesse sentido, deve-se tomar cuidado ao utilizar o WACC para avaliar uma empresa, pois se a taxa de risco não estiver corretamente avaliada, poderá induzir a erros de julgamento, devido a dificuldades em estabelecê-la de forma objetiva.

Portanto, definidos os determinantes da taxa de desconto, a análise do VPL baseia-se na aceitação do projeto, caso o valor calculado for positivo, pois significa que os acionistas do mesmo estão recebendo um retorno pelo investimento, e, rejeição do mesmo, caso o VPL seja negativo, visto que, neste caso, o custo de oportunidade seria elevado demais, de forma que o projeto não aufere possibilidades de ganhos aos acionistas.

2.1.1.2
Critério da Taxa Interna de Retorno (TIR)

A Taxa Interna de Retorno segue a mesma metodologia que o critério do VPL utiliza, pois consiste na taxa de desconto que leva o VPL do projeto a zero. O seu método de análise consiste em comparar a taxa interna com o custo de oportunidade do capital. Caso a TIR seja maior do que o custo de oportunidade do capital, o projeto é considerado viável. Apesar de ser muito útil nas decisões de investimento, este critério apresenta alguns problemas:

1. Hipótese de reinvestimento: O cálculo da TIR assume implicitamente que todos os fluxos de caixa gerados pelo projeto podem ser reinvestidos à TIR;

2. Violação do princípio da aditividade: a escolha entre projetos mutuamente exclusivos muda, caso eles sejam combinados a um terceiro projeto e a ocorrência de múltiplas TIRs, caso ocorra mais de uma mudança de sinal nos fluxos de caixa estimados;

3. Projetos de longa duração e intensivos em capital tendem a ser descartados pelo critério da TIR, mesmo apresentando um VPL substancial, ou seja, se o volume de capital a ser investido é pequeno, e a vida útil do projeto é curta, torna-se mais fácil obter maiores TIRs.

Segundo Moskowitz (2003), apesar de todas as críticas e das dificuldades em sua utilização, a vantagem do critério da TIR é que quando utilizado corretamente fornece resultados equivalentes ao VPL e proporciona mais fácil compreensão dos mesmos, já que os gerentes e as pessoas em geral, estão acostumadas a utilizar percentuais de retorno na vida cotidiana.

2.1.1.3
Método da Taxa de Retorno Contábil Média (TRCM)

Este método compara os lucros líquidos retirados dos balanços financeiros com os custos iniciais de um projeto, visto sua aplicação através da fórmula:

TRCM = Lucros Líquidos Anuais Futuros Médios/ Investimento Inicial Médio

Porém, destaca-se por ser um método desvantajoso e não eficiente para se avaliar um projeto, na medida em que, usualmente, as demonstrações contábeis sofrem ajustes típicos como depreciação, estoques, ativos intangíveis e outros itens patrimoniais lucros para aproximar-se do que seria a situação econômica financeira (valor econômico) da entidade. Além disso, outros aspectos como a exclusão de requerimentos do projeto, a não consideração do valor do dinheiro no tempo, distorções inflacionárias, efeitos decorrentes da sazonalidade e outros, prejudicam a avaliação do investimento por este tipo de método.

2.1.1.4
Taxa de Recuperação (Payback)

A análise de um projeto pela regra do *Payback* tornou-se muito difundido devido ao seu cálculo rápido e simples definido pelo número de períodos necessários para que o investimento inicial seja recuperado. Assim, quanto menor o tempo de recuperação (menor *payback*), mais viável é um projeto.

Tal como o método da Taxa de Retorno Contábil Média, este método também não leva em consideração o valor da moeda no tempo por tratar igualmente todos os fluxos de caixas no seu cálculo, além de ignorar os fluxos de caixas de períodos posteriores ao de recuperação do investimento inicial.

Contudo, o método de *Payback* Descontado resolve a questão do valor da moeda no tempo na medida em que os fluxos de caixas descontados por uma taxa de desconto igualam o valor presente do investimento inicial, ou seja, o período em que o VPL se torna maior ou igual a zero. Todavia, este método ainda persiste em não considerar os fluxos de caixas posteriores a data de *payback*.

É necessário colocar que existem muitas formas de se chegar ao critério conhecido como FCD. Além das aqui mencionadas, existem ainda algumas outras. Entretanto, como o objetivo central da tese não é realizar uma discussão sobre esse assunto, não serão detalhados todos os modelos rigorosamente.

2.1.2
Limitações Observadas Quanto ao Critério FCD

É importante perceber que, apesar da aparente simplicidade do critério clássico (FCD), ele demanda um conhecimento profundo acerca do estado da economia e sobre o ramo ou indústria em questão, para a determinação dos fluxos de caixa e para a correta determinação da taxa de juros a ser utilizada para o desconto. Observa-se por esta abordagem que a incerteza dos fluxos de caixa não é considerada. Apenas se descontam os fluxos de caixa esperados. Todavia, há muitas trajetórias para a realização dos fluxos de caixa, desde o início do empreendimento até a sua conclusão. E nenhuma delas está mapeada ao se utilizar o critério do VPL.

A análise tradicional desconsidera o fato de que o nível de risco do projeto é afetado pela flexibilidade que as decisões gerenciais proporcionam. Projetos que podem ser alterados, ou mesmo abandonados diante de condições adversas, oferecem menos risco, especialmente se parte do investimento inicial puder ser recuperada. A única maneira de considerar este efeito na abordagem tradicional é através de ajustamentos arbitrários na taxa de desconto. A explicação para o uso de taxas de desconto muito elevada, que prejudicam a avaliação de oportunidade de investimento, pode ser o uso impróprio das taxas de desconto como fator de ajustamento dos valores estimados do projeto a riscos não bem determinados.

Outra crítica feita a esta metodologia tradicional é que ela é mais facilmente utilizada em empresas que apresentem fluxos de caixa positivos, os quais possam ser confiavelmente estimados para períodos futuros, e onde exista um substituto para o risco que possa ser utilizado para a obtenção de taxas de desconto. Entretanto, sabe-se que dificilmente encontra-se um projeto com tais características.

Como uma última questão a ser levantada como entrave ao uso do método do FCD tem-se o fato de que em situações de elevada incerteza, os métodos abordados anteriormente, tais como VPL e TIR, são insuficientes e nem sempre geram resultados compatíveis com os obtidos quando as decisões de investimento são realizadas.

Devido à grande quantidade de problemas apontados por autores no que diz respeito à utilização do FCD, desde a década de 1980, têm-se considerado outras questões importantes na avaliação de investimentos além da previsão de fluxos de caixa. A dinamicidade do mundo atual considera essencial a inclusão de flexibilidade para a análise de investimento. Entre a decisão de dar início a um projeto e a sua conclusão, algumas situações podem se modificar e insumos novos podem ser descobertos bem como se desenvolvem tecnologias mais avançadas. Cada vez mais as empresas observam a necessidade de serem flexíveis e saberem se adaptar às necessidades tecnológicas e de mudanças de padrões e gostos dos consumidores.

O método ortodoxo de análise anteriormente descrito assume um comprometimento prévio com os planos futuros e define a decisão de investimento como “agora ou nunca”. A abordagem do VPL ou FCD está restrita a um compromisso antecipado, aceito hoje, de ir adiante ou não, utilizando-se apenas informações disponíveis no momento. Matematicamente, é o equivalente à obtenção do máximo de um conjunto de alternativas que se excluem mutuamente:

$$Regra\ VPL: Max(t = 0)[0, E_0 V_T - I_0] \qquad (2.4)$$

Onde, E_0V_T é o valor estimado do projeto trazido a valor presente e I_0 é o investimento requerido.

Desta forma, não avalia a relevante possibilidade de se postergar uma decisão para um período à frente, em situações de incerteza. O método do VPL, tal como descrito, contém algumas falhas, podendo inclusive subestimar as oportunidades de investimento. Assim, este não é considerado o melhor método na avaliação de investimentos, sendo necessário serem levados em consideração alguns fatores tais como a flexibilidade no tempo do investimento.

Trigeorgis (1996) critica o modelo tradicional por este caráter estático que apresenta ao ser usado para análise de um projeto. Segundo o autor, o modelo tradicional de fluxo de caixa descontado (VPL tradicional) assume implicitamente um "cenário esperado" de fluxos de caixa, presumindo um comportamento de comprometimento da gerência com uma determinada estratégia operacional. Entretanto, quando se está inserido num cenário onde são observadas mudanças, incertezas e interações competitivas, é impossível, ou pelo menos, inadequado se pautar neste tipo de comportamento. Conforme as incertezas sobre o mercado forem se revelando, com a chegada de novas e úteis informações, a gerência deve ter a flexibilidade para alterar a estratégia de operação inicial, podendo capitalizar oportunidades a fim de evitar perdas.

2.2
Teoria das Opções Reais (TOR)

Conforme já mencionado, existem diversas técnicas de análise de investimentos. A mais tradicional delas, o FCD, tem sido atualmente considerada ultrapassada por grande parte dos gerentes de projetos. Estas técnicas têm sido responsáveis por certos erros de análise, justamente por serem baseadas somente no retorno financeiro dos projetos. São utilizados apenas fatores tangíveis e não são levados em consideração certos fatores intangíveis e igualmente importantes, quais sejam: futura vantagem comparativa, futuras oportunidades e, principalmente, uma margem de flexibilidade gerencial.

Para corrigir possíveis erros de análise e tornar a tomada de decisões um processo mais confiável, a sugestão de Trigeorgis (1996) é a utilização de uma metodologia que não seja totalmente inédita e revolucionária, mas uma adaptação do critério de VPL tradicional (também chamado de estático ou passivo).

Stewart Myers em 1977 cunhou o termo "*real option*s"' e desde então, a Teoria das Opções Reais (TOR) vem se mostrando muito importante em um mundo de incertezas para valorar a flexibilidade para expandir, estender, contrair, abandonar ou adiar um projeto de investimento em resposta aos eventos ocorridos no mercado que podem alterar o valor do projeto ao longo do tempo.

O método tradicional, representado pelo VPL ou por qualquer outro critério do FCD tradicional, não considera o valor da ação gerencial. A teoria de opções reais permite ao gerente maximizar os ganhos em situações favoráveis e minimizar as perdas em situações desfavoráveis. (Brealey & Myers, 1992)

A TOR surgiu a partir de uma analogia com opções financeiras, dado que o conceito de opções foi desenvolvido originalmente no mercado financeiro. Por meio desta analogia, é possível então, a utilização deste conceito para avaliação de ativos fixos como edifícios e equipamentos, além de projetos incertos, tais como investimentos em pesquisa.

2.2.1
Introdução a Opções Financeiras

Uma opção financeira é na realidade um derivativo, ou seja, é um ativo cujo fluxo de caixa depende funcionalmente de um outro ativo, que é chamado de ativo básico. A existência de derivativos se justifica pela imprevisibilidade dos preços de ativos em uma economia. Se fosse possível prever o preço dos ativos no futuro, não existiria risco nesse sentido e, portanto, não seria necessário se proteger contra possíveis oscilações. Assim, não haveria a necessidade de se especular sobre os preços futuros. As operações envolvendo derivativos existem justamente por esta imprevisibilidade dos preços e, principalmente pelo caráter aleatório dos preços e retorno de ativos. [3]

Os contratos de opções, negociados no mercado financeiro atraem participantes de vários estilos, como os *hedgers*, especuladores e arbitradores. Segundo Hull (1994), enquanto os *hedgers* procuram proteção com relação a movimentos adversos nos preços de determinados ativos, os especuladores procuram abrir posições apostando na alta ou queda dos preços e os arbitradores direcionam-se em travar um lucro sem risco, realizando transações simultâneas de um mesmo ativo em dois ou mais mercados.

No mercado financeiro, são negociadas opções de ações, de futuros, de commodities, de índices, de taxas de câmbio, entre outros. Há várias estratégias operacionais envolvendo a combinação de duas ou mais opções, resultando nas chamadas travas, que protegem a administração do risco de variações desfavoráveis nos preços de determinados ativos. Porém, estas questões específicas de mercado financeiro não serão abordados nesta dissertação.

O mercado de opções compreende as operações relativas à negociação de direitos outorgados aos titulares em relação a dois tipos de opção:

- Opção de compra (*call*): é o direito que o titular (comprador) da opção tem de, se o desejar, comprar do lançador (vendedor), exigindo que este lhe venda, até uma data prefixada, uma quantidade determinada do ativo em questão a um preço previamente estipulado (preço de exercício). Contudo, para que o titular detenha o direito de obter a opção, ele deve pagar um valor (prêmio) pela mesma ao lançador.

[3] Dentre os tipos mais comuns de derivativos estão os contratos a termo, contratos futuros, *swaps* e opções, foco de análise desta seção. É importante destacar uma diferença fundamental entre um contrato futuro e uma opção, já que esta é uma freqüente causa de dificuldade de entendimento: o titular de uma opção tem o direito de fazer algo, direito este que não necessariamente deve ser exercido. No caso de um contrato futuro, o comprador (vendedor) assume um compromisso de comprar (vender) um bem por determinado preço em data futura. Neste tipo de contrato não há custos para o investidor. Já no caso de opção, o investidor paga um preço antecipado por um contrato de opções, o chamado prêmio da opção. É extremamente importante se colocar que a precificação de um contrato de opção requer o conhecimento do preço ou pelo menos a distribuição de probabilidade dos preços do ativo objeto na data de vencimento. Dado que o preço futuro é desconhecido, é necessário construir um modelo que apresente a dinâmica dos preços ou retornos do ativo-objeto na data de exercício.

- Opção de venda (*put*): é o direito que o titular (comprador) da opção tem de, se o desejar, vender ao lançador (vendedor), exigindo que este lhe compre, até uma data prefixada, uma quantidade do ativo em questão a um preço previamente estipulado (preço de exercício). Da mesma forma da opção de compra, o titular também deve pagar ao lançador um prêmio para que tenha o direito de adquirir a opção.

Entretanto, na determinação do valor de ambos os tipos de opção, é necessário que sejam determinados os mesmos tipos de variáveis básicas:

- Preço do ativo subjacente (S): é o preço de mercado do ativo sobre o qual a opção de compra ou venda é baseada em um dado momento.

- Preço de exercício, ou *strike price* (K): É o preço pelo qual o titular terá o direito de comprar (no caso de um opção de compra) ou de vender (no caso de uma opção de venda) o ativo objeto da opção.

- Tempo até o vencimento (T): Fração anual até o vencimento da ação. Deve-se deixar claro que a opção pode ser de dois tipos: se for uma opção de estilo americano, a opção poderá ser exercida a partir do dia útil seguinte ($D+1$) à sua aquisição até a data de vencimento; se for uma opção de estilo europeu, a opção somente poderá ser exercida na data de vencimento.

- Volatilidade (σ): é o movimento que sofre o ativo subjacente com o passar do tempo. Indica a incerteza ou risco proporcionado pelo retorno deste ativo.[4]

- Taxa de juros (r): É a taxa de juros que influi na determinação do preço da opção.

---

[4] A volatilidade merece um comentário especial, já que não é observada e precisa e, portanto, é mais difícil de ser estimadas do que as demais variáveis em questão. A volatilidade histórica é medida normalmente pelo desvio padrão dos movimentos no preço do ativo subjacente no passado, expressa em percentual, e, calculada, na maioria das vezes, para períodos pequenos e recentes. Na prática, todavia, há investidoras que utilizam períodos mais longos ou até mesmo a análise gráfica. Um ativo com volatilidade muito baixa não deverá sofrer grandes alterações no preço futuro, o que significa um pequeno risco na negociação do ativo. Da mesma forma, um ativo subjacente com grande volatilidade, ou muito volátil, deverá sofrer grandes mudanças nos preços.

Pode ser considerada ainda uma sexta variável que engloba os dividendos que podem ser pagos pelo ativo subjacente: as saídas e entradas de caixa ao longo de sua vida.

É possível fazer uma relação entre as variáveis acima descritas e o prêmio da opção, mostrando os efeitos que as primeiras podem provocar sobre este:

Tabela 1: Efeito de modificações nas variáveis sobre opção de compra e venda.

FATOR \ EFEITO SOBRE:	**Valor da Opção de Compra**	**Valor da Opção de Venda**
Aumento no preço do ativo-objeto	Aumenta	Diminui
Aumento no preço de exercício	Diminui	Aumenta
Aumento na volatilidade	Aumenta	Aumenta
Aumento no prazo até vencimento	Aumenta	Aumenta
Aumento nas taxas de juros	Aumenta	Diminui
Aumento no dividendos pagos	Diminui	Aumenta

Fonte: Meireles, Rebelatto e Matias, 2003.

Com relação à probabilidade de exercício da opção, elas podem ainda ser classificadas como "*in the money*" ou "no dinheiro" ou seja, quando o preço de exercício da opção é maior do que o preço do ativo no caso de uma *put* e o contrário no caso de uma *call*, isto é quando o preço de exercício é menor do que o preço do ativo. Neste caso, a opção deve ser exercida de imediato. Considera-se aí que a opção é de boa qualidade. É possível dizer ainda que uma opção está "*deep in the money*", que é quando ela tem uma ótima qualidade e deve-se também investir de imediato. A opção pode ainda ser classificada como "*at the money*" ou no dinheiro, que é quando a opção de compra ou de venda (*call* ou *put*) tem o preço de exercício igual ao preço da ação. Diz-se que a opção está fora do dinheiro ou "*out of the money*" quando temos uma opção de compra cujo preço de exercício é maior do que o preço à vista ou uma opção de venda cujo preço de exercício é menor do que o preço à vista.

2.2.2
Opções Reais

A TOR é utilizada para a avaliação de ativos reais, ou seja, aqueles que não são negociados no mercado financeiro, por exemplo, projetos de investimento de capital, avaliação de propriedades intelectuais, de terras, de fontes de recursos naturais (minas, poços de petróleo, etc) e avaliação de projetos de P&D[5].

Segundo Copeland e Antikarov (2001), uma opção real é o direito, mas não a obrigação de empreender uma ação (por exemplo, deferir, expandir, contrair ou abandonar) a um custo predeterminado que se denomina preço de exercício, por um período preestabelecido - a vida da opção. O valor da opção, ou também chamada oportunidade do investimento é o valor econômico de um projeto considerando a liberdade gerencial embutida nesta opção.

Copeland e Antikarov (2001) apresentam estas variáveis e fazem um estudo de como a variação de cada uma delas gera impacto na valoração de opções reais. De acordo com eles, em um ambiente com flexibilidade gerencial, um aumento da incerteza aumentará o valor da opção real. Além disto, um aumento na taxa de juros livre de risco também poderá levar a um aumento do valor da opção real, uma vez que elevará o valor temporal da vantagem monetária do deferimento do custo de investimento.

O grau de importância de uma opção real com relação à outra depende das características do projeto a ser analisado bem como do ambiente em que a empresa atua. Para alguns projetos, a opção de adiar o investimento pode ser a mais importante, como no caso de exploração de recursos naturais. Para outros projetos, a capacidade de alterar usos pode ser mais relevantes, como é o caso de um equipamento que se utiliza tanto de energia elétrica como de gás natural. (Meirelles, Rebelatto e Matias, 2003).

---

[5] Investimentos em P&D não são feitos na expectativa de resultados mas sim na esperança de criar oportunidades de investimentos futuros que serão rentáveis. Desta forma, os projetos de P&D deveriam ser vistos como séries de decisões seqüenciais envolvendo a fase de P&D e a fase de comercialização com diferentes riscos e incertezas. Santos e Pamplona (2003).

A adoção de opções reais muda o processo organizacional em diferentes maneiras. Em primeiro lugar, reforça a visão multidisciplinar das equipes, que trabalham nos estágios de formulação, coleta de informações, análise e apresentação de resultados. Além disto, aumentam a ênfase no valor do acionista e também da ênfase ao processo de dinâmica e aprendizagem.

2.2.2.1
Comparações entre Opções Financeiras e Reais

Como as opções reais derivam das opções financeiras, o valor das OR também dependem das mesmas 5 variáveis já mencionadas, além de uma sexta variável igualmente importante, que são os dividendos. Contudo, tais variáveis se diferem em certos aspectos, em especial, no que diz respeito à forma como impactam no valor da OR[6]:

- Um aumento do valor presente do projeto aumentará o VPL (sem flexibilidade) e assim, o valor da opção real também aumentará;

- Um custo do investimento mais alto reduzirá o VPL (sem flexibilidade) e assim, fará com que o valor da opção real também se reduza;

- Um maior prazo de expiração permitirá maior conhecimento das incertezas, fazendo o valor da opção aumentar;

- Em um ambiente com flexibilidade gerencial uma maior incerteza gera maior valor da opção real;

- Uma elevação da taxa de juros livre de risco aumentará o valor da opção real, uma vez que elevará o valor temporal da vantagem monetária do deferimento do custo do investimento;

- Os fluxos de caixa perdidos para os concorrentes reduzirão claramente o valor da opção real.

[6] Copeland e Antikarov (2001), p. 8.

Conforme já foi dito, na concepção das OR, a oportunidade de investir em um projeto é análoga a uma *call*. Se não houver custo de oportunidade de espera ou dividendos, o detentor pode adiar a decisão de investir até a data de expiração. Diz-se que o investidor racional só exerce a opção se o preço do ativo básico evoluir favoravelmente ao seu exercício. No caso da *call*, ele só exerce se V for maior do que K.

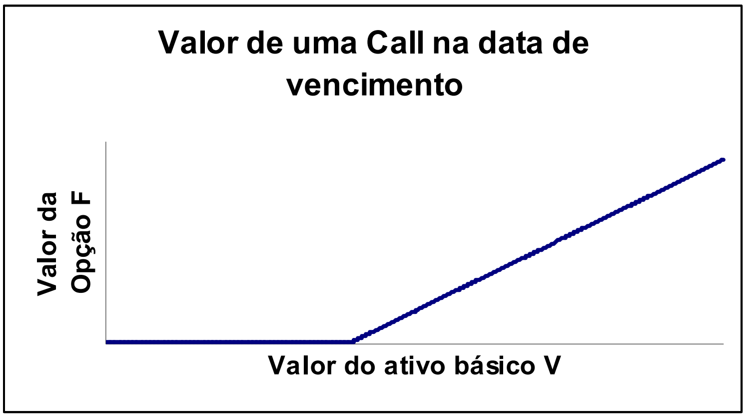


Figura 1 – Valor de uma *Call* na data de vencimento

Fazendo a analogia com uma opção real, $(V - K)$ é o valor correspondente ao VPL. De acordo come esta figura e seguindo esta linha de raciocínio, o valor da opção como é determinado por:

$$F(t = T) = Max\ (VPL,\ 0) \qquad (2.5)$$

Diz-se que no vencimento da opção (prazo de expiração), ela só deve ser exercida se V (valor do projeto no caso da opção real) for maior do que K (investimento, no caso de opção real). Antes da expiração, contudo, a opção tem valor positivo mesmo que o preço do ativo básico seja menor do que K. Isto pode ser explicado devido à presença de incerteza do valor V na data de vencimento: valor positivo reflete a chance de esta opção se tornar valiosa. Desta maneira, o gráfico da *call* antes da expiração é mais flexível. [7]

[7] Não foi apresentado aqui o gráfico da *put* porque este realmente não interessa no estudo de opções reais. A analogia é feita em relação à *call*.

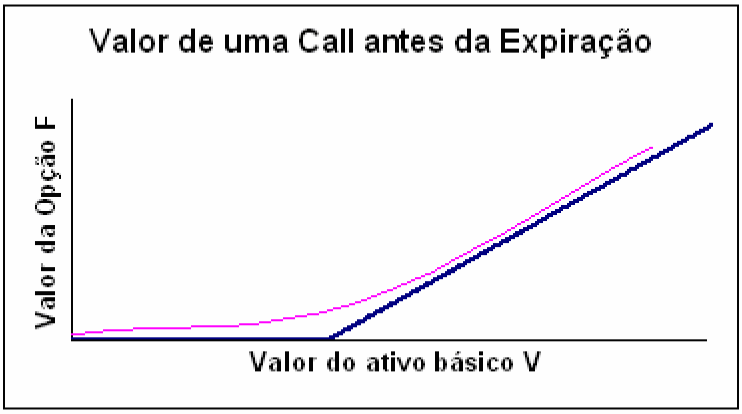


Figura 2: Valor de uma *Call* antes da Expiração

Apesar de ser possível fazer uma analogia entre opções reais e financeiras, é necessário destacar as diferenças entre as duas. Em primeiro lugar, as opções financeiras são de curto prazo, enquanto que as OR podem ser até perpétuas. Além disso, uma opção financeira deve ter valor superior a zero, enquanto uma opção real pode ter valor negativo. Outra diferença a ser considerada é que em geral, as opções reais são bem mais complexas do que as opções financeiras. As OR podem ser compostas, o valor de exercício pode ser incerto, as firmas podem interagir umas com as outras etc.

No caso de OR, devem-se destacar algumas características que descrevem uma decisão de investimento. Uma delas é a irreversibilidade, que já foi inclusive citada na parte introdutória do capítulo. Alguns recursos utilizados na execução de um produto são específicos da atividade em questão e, portanto, são intransferíveis. Isto quer dizer que caso tal projeto não possa ser implementado, haverá uma perda de recursos, que não poderão ser reaproveitados. Este fato justifica que a opção de espera seja tão valorizada. Antes de se tomar uma decisão considerada irreversível, é preciso ter muito cuidado e esperar o tempo que for necessário, isto porque a opção de espera é reversível.

A flexibilidade de produção embutida nas opções reais permite assim à administração escolher entre os insumos mais baratos, permitindo uma redução de custos de produção. Esta flexibilidade é importante quando a firma direciona a sua estratégia para uma linha larga de produtos.

2.2.2.2
Opções Reais e o Método Tradicional – Uma Breve Discussão

O uso de OR incentiva a realização de investimentos por fases e a aprendizagem entre estas fases, ao contrário do que era recomendado pelo modelo tradicional. O que for aprendido em uma fase é usado como insumo para decidir otimamente sobre o projeto da fase subseqüente. Esta maneira de avaliação inclui a existência de incerteza e valor de aprendizado, que são ignorados na metodologia tradicional de fluxo de caixa.

Em geral, os que apóiam a teoria das opções reais criticam a teoria ortodoxa por considerar alguns de seus pressupostos muitas vezes como irreais para a aplicação no mundo prático. A corrente ortodoxa assume, por exemplo, que em todos os casos as decisões são reversíveis, o que não é observado na prática, na grande maioria dos casos. A teoria clássica então, só seria interessante para projetos considerados reversíveis. Entretanto, no mundo real, estas situações são muito raras. Desta maneira, os teóricos das OR consideram a questão mais realista da irreversibilidade e também a possibilidade de postergar como essenciais para a decisão de investimento.

Uma questão bastante interessante e ao mesmo tempo controversa no estudo das opções reais é a forma como é avaliada a incerteza de acordo com a teoria das OR. No modelo, são considerados dois tipos de incerteza.

A primeira é a considerada no CAPM, ou seja, β[8] - o risco de mercado. A incerteza de mercado é considerada negativa para o projeto, pois quanto maior o β, menor o valor presente do projeto.

A segunda é uma incerteza que agrega valor ao projeto, sendo mensurada como positiva. Isto se explica pelo fato de o projeto ter uma incerteza embutida permite ao seu administrador desfrutar da possibilidade de adiar a decisão,

[8] De acordo com o modelo CAPM, o β entre uma empresa e o *portfolio* de mercado é definido como sendo a covariância entre a taxa de retorno da empresa e a do mercado, dividida pela variância do retorno do mercado. Assim: $\beta_j = \dfrac{COV(R_j, R_m)}{VAR(R_m)}$

abandonar, adicionando desta forma, muitas outras opções às suas possibilidades de decisão. Neste caso, incerteza é sinônimo de chance de obter novas informações relevantes ao longo do tempo e assim tomar decisões mais seguras.

Assim, empreendimentos com maior nível de incerteza ou risco têm maior probabilidade de apresentar valores extremos. É importante deixar claro que esta pode até parecer uma forma confusa de análise de investimento, já que avalia o risco financeiro (uma parte dele) como algo positivo, que agrega valor a um projeto, quando na realidade é de costume sempre considerar o risco como algo prejudicial, que afasta o investidor da decisão final de investir. Entretanto, o tomador de decisões deve saber administrar este risco de maneira correta, como um sinal de flexibilidade para o investimento.

Assim, é possível afirmar que os efeitos negativos resultantes de altas taxas de juros e investimentos de longo prazo podem ser compensados por um prêmio de opção proporcionado pela flexibilidade gerencial, de forma a não reduzir o valor de uma oportunidade de investimento.

O administrador do projeto deve estar ciente de que esta flexibilidade, a possibilidade de poder mudar suas escolhas, tem valor real e é isto que deve ser explorado por ele (Mc Comarck, Stewart & Leblanc, 2003).

De acordo com a teoria das OR, mais moderna, o período de tempo que é possível adiar uma decisão também pode tornar a opção de crescimento mais valorizada. Um investimento estratégico (ex. um projeto de P&D) freqüentemente dá origem a um outro projeto, com um intervalo de tempo entre eles.

Após esta explicação, percebe-se que a análise de decisões de investimento por meio do critério de opções reais é mais complexa do que o da visão tradicional. Este critério inclui além do cálculo considerado no método tradicional, que considera apenas o VPL estático, um componente de flexibilidade. Desta forma, o novo cálculo implementado pela teoria heterodoxa é baseado no conceito de VPL expandido, que não incorpora apenas a questão dos fluxos de caixa mensuráveis, mas também componentes relacionados à flexibilidade e comprometimento estratégico.

Isto porque a flexibilidade da administração em adaptar suas futuras ações em resposta às futuras alterações do mercado expande o valor da oportunidade do investimento pela melhoria do potencial de ganhos, enquanto limita as perdas relativas às expectativas iniciais da administração. Assim, conforme colocado por Trigeorgis (1995):

VPL expandido = VPL tradicional + valor de flexibilidade calcado nas possibilidades de crescimento da firma (decorrente da adaptabilidade estratégica)

Com esta nova abordagem de VPL, o que se está tentando trazer para dentro da análise financeira são as mudanças de planos das empresas em virtude das alterações nas condições de mercado.

Com a adição deste chamado "valor de flexibilidade" pode ser correto inclusive aceitar projetos cujo VPL estático é negativo, se o prêmio de opção existir e exceder este valor.

A valoração de um investimento pelo método de OR considera as incertezas e dá duas respostas: o valor de oportunidade de investimento (o valor da opção) e a regra de decisão ótima, também chamada de “gatilho”. O conceito de gatilho está associado ao conceito de *timing* e também será bastante importante ao longo do desenvolvimento desta dissertação. O gatilho é determinado pela regra de decisão de investimento podendo ser, por exemplo, o valor do projeto que justifica o seu exercício imediato. Para um melhor entendimento: quando o se atinge um determinado valor considerado aceitável a decisão de adiar passa a ser menos valorizada e passa a ser interessante investir imediatamente. Este valor limite a partir do qual se deve investir de imediato é o chamado gatilho.

O procedimento usado para valorar opções reais pode ser visto como um problema de otimização, conforme mostra Dias (2005) em seu site:

$MaxVPL$, através das opções relevantes (que são flexibilidades gerenciais)

s.a. Incertezas de Mercado (ex. questões de demanda);

Incertezas Técnicas;

Incerteza no que diz respeito a ações de outros *players*.

Isto é, um problema em que se busca como objetivo principal maximizar o VPL do empreendimento em questão, estando sujeito, porém, a certas restrições. Es restrições são relativas a incertezas de mercado e incertezas técnicas (tópico desenvolvido no capítulo 3) e ainda à ação de outras empresas presentes no mercado, que podem ser concorrentes, podem ser fabricantes de produtos complementares etc. Num mercado competitivo, estas empresas são chamadas de *players*, ou jogadores, termo este usado em teoria dos jogos, por envolver estratégias, ações. Esta última restrição, entretanto, não será abarcada no escopo da dissertação.

2.2.3
Tipos de Opções Reais

No contexto de OR, é de extrema importância que se faça uma descrição de todos os tipos de opção dos quais uma firma desfruta. Na teoria das opções reais, estas podem ser classificadas pelo grau de flexibilidade que as detém. As principais são:

2.2.3.1
Opção de Adiamento ou Opção de Deferimento

É uma opção de compra americana encontrada na maioria dos projetos nos quais é possível postergar (ou deferir) o início do projeto. Esta opção está ligada ao conceito de timing do *investimento*. Considera-se que, com o passar do tempo, é possível adicionar mais informações a respeito de um dado empreendimento, de forma que seja possível agregar valor a ele. Conforme o tempo passa, novas informações vão sendo incorporadas de forma que é possível se tomar a decisão de investimento com maior margem de segurança. Esta opção está diretamente associada à opção de espera, pois o detentor do projeto, ao adiar a sua execução, irá na realidade aguardar o melhor momento para executá-la, aproveitando-se assim, de uma opção de espera.

Este tipo de opção pode ser melhor compreendida por meio da observação da figura abaixo que mostra um projeto avaliado mediante a teoria do VPL tradicional (representado pela reta) e o VPL expandido (representado pela curva). No ponto A em destaque, tem-se o momento a partir do qual a opção de espera perde o valor e tanto faz investir agora ou esperar mais um tempo. Antes deste ponto, no entanto, observa-se um adicional ao valor do VPL tradicional (já que a curva está acima da reta) sendo este adicional justamente o valor da opção de espera. A parte localizada entre a linha preta e a linha vermelha, que é a área sombreada, representa o valor da opção de espera (indicado pela seta), portanto.

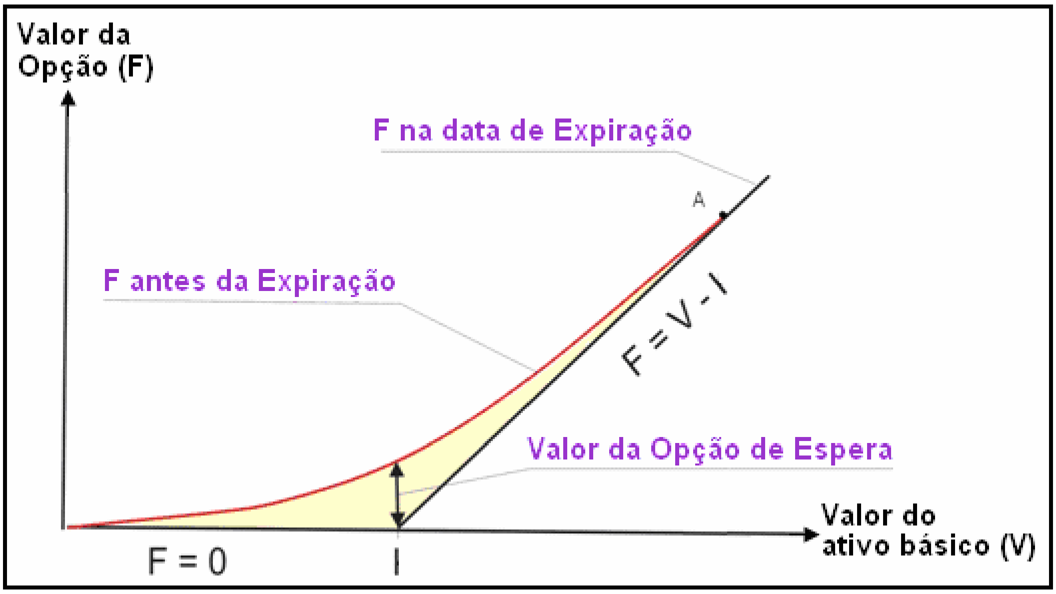


Figura 3: Sobre a opção de Espera

É importante observar que a opção de se adiar o projeto não é sempre a mesma. Quando o valor do projeto (*V*) é menor do que o valor de investimento (*I*), ainda se tem o direito de adiar o investimento, que tem um valor menor, considerando-se a possibilidade de se inserir esta flexibilidade e contando com o fato de que este possa ser valorizado em um intervalo de tempo maior. Neste caso, não se deve desistir simplesmente de investir, mas sim esperar por uma melhor oportunidade e adiar este investimento para um melhor momento. Contudo, conforme V vai aumentando em relação a I, a oportunidade de se esperar para investir vai ficando cada vez menos valorizada e quando ela se iguala ao valor de $(V - I)$, a oportunidade de deferir torna-se nula, logo, a partir deste ponto é melhor optar pelo investimento imediato.

Quando uma firma, por exemplo, toma uma decisão de investir num projeto irreversível, o exercício desta opção, acabará com a opção de investir, de forma que é abandonada a possibilidade de esperar pela chegada de novas informações que poderiam afetar o tempo ideal na tomada de decisões. Logicamente, não será possível "desinvestir", dado que a decisão já foi tomada, e o gasto (que é irreversível) já foi incorrido. Observa-se, portanto, que a opção de espera é capaz de dar certa margem de flexibilidade gerencial à administração de determinado empreendimento.

2.2.3.2
Opção de Abandono

É uma opção de venda americana, na qual se pode abandonar o projeto permanentemente e realizar o valor de liquidação dos ativos investidos. A opção de abandono, ao contrário da opção de espera, consiste na desistência imediata de um determinado empreendimento, realizando o valor de liquidação dos ativos investidos.

Existe ainda a opção de abandono temporário. Em algumas circunstâncias, é desejável suspender a produção por um determinado período de tempo. Se os fluxos de caixa gerados não são capazes de cobrir os custos variáveis de operação nem os custos de troca *(switching costs)*, então se faz a opção pela suspensão temporária das operações da firma.

2.2.3.3
Opção de Expansão e de Contração

A opção de expansão, o contrário da opção de redução (ou contração), é uma opção de compra americana que permite o aumento do investimento ou projeto, mediante novos investimentos num ambiente favorável (quando as condições são melhores do que as esperadas). A opção de contração é o direito que se tem de vender parte d capacidade produtiva, de forma a reduzir a escala de operação.

Estes dois tipos estão diretamente relacionados com as condições atuais do mercado e o valor esperado dos fluxos de caixa gerados. Por exemplo, se a demanda está superando as expectativas do mercado, a tendência é expandir a capacidade produtiva. Já se está abaixo do esperado, a tendência é reduzir a escala de produção. Em suma, se as condições são exatamente iguais às esperadas no mercado, a administração do empreendimento em questão deveria manter a capacidade básica de operação do projeto. Se as condições de mercado no próximo período estiverem desfavoráveis, a administração vai achar vantajoso exercer a opção de contrair. Já se as condições estiverem melhores do que o esperado, a administração deveria exercer a opção de expandir. Na maturidade, a administração deve analisar estas três possibilidades em conjunto.

2.2.3.4
Opção de crescimento

É uma opção americana de compra de várias outras opções. Normalmente tem-se este tipo de opção quando, por exemplo, opta-se por um determinado tipo de tecnologia que pode levar a mais de uma linha de produto, ou a mais de um mercado cujos retornos financeiros e estratégicos de potencial importância.

O investimento inicial é o elo de ligação para diversos novos investimentos, tal como um investimento numa nova tecnologia que pode levar a diversos novos produtos, mercados e outras descobertas científicas, contendo um potencial de retornos financeiros e estratégicos de elevada importância, mesmo que com um VPL inicial negativo.

Segundo Pasin, Martelanc e Sousa (2003), a melhor forma de se abordar uma avaliação de um projeto de investimento é ver a oportunidade como uma sucessão de opções de crescimento. Ao se fazer uma avaliação, o cálculo do retorno a ser obtido no investimento ($VPL_{\text{estático}}$ e TIR) pode ser complementado com o cálculo do valor da opção real que será criada pelo investimento sucessivo na empresa e/ou da opção de adiamento ou ainda de retração.

2.2.3.5
Opção de switch inputs ou outputs

De acordo com Trigeorgis (1996), quando os preços ou quantidades dos *inputs* ou *outputs* são incertos, a flexibilidade na produção pode ter bastante valor. A flexibilidade no processo de produção pode ser atingida por tecnologia, pela manutenção de uma relação com os fornecedores ou pela garantia de facilidades locacionais, ou seja, manter facilidades em vários locais de produção. Logo, procuram-se lugares onde se tenham facilidades (custos mais baixos) para produzir produtos. Por exemplo, procura-se manter a produção em locais com custos relativos mais baixos e desenvolver a produção em diversas plantas (construindo fábricas em lugares que ofereçam facilidades de produção).

2.2.3.6
Opção de prorrogação

É uma opção americana de compra que permite a prorrogação ou extensão do tempo de vida do projeto contra o pagamento de um preço de exercício. Isto é, esta opção permite que seja alongado o prazo previsto para a conclusão do projeto, permitindo que ele dure mais do que o planejado inicialmente.

Além destes tipos acima citados, que são as opções mais básicas, ainda são comuns as opções de alternância, que, como o próprio nome diz, permitem a alternância entre duas ou mais modalidades de operação, por exemplo, entrar e sair de um setor de mercado, ou iniciar e interromper uma determinada linha de produção devido a mudanças na demanda ou nos preços. Além dessa, tem-se ainda, as opções compostas ou múltiplas, que envolvem uma coleção de várias opções, cujo valor combinado é diferente da soma das opções individuais. Normalmente, a interatividade entre opções reais presentes em uma combinação (dentro de um projeto) faz com que as opções analisadas individualmente tenham seus valores não aditivos (não podem ser avaliados individualmente e simplesmente somados).

As interações entre as opções dependem basicamente do tipo de opção, da separação entre elas, do grau de "estar no dinheiro", da ordem das opções envolvidas. Analisando-se estas questões e também o tipo de interatividade entre as opções, será possível ver que o valor incremental de uma opção adicional, na presença de outras opções é normalmente menor do que o seu valor quando considerada isoladamente (seu valor individual) e isso fica mais explícito quanto mais opções são consideradas.

2.2.4
Tipos de Abordagens de Precificação em Opções Reais

De acordo com Smit e Trigeorgis (2001), a oportunidade de investir é análoga a uma *call* no valor do projeto desenvolvido (V), conforme explicado na seção anterior, com preço de exercício igual ao investimento requerido (I). A idéia básica para fazer esta comparação e determinar o preço da *call* é que se pode construir um *portfolio* consistindo na compra de um número N de unidades do ativo-base, V, ou de um título correspondente, S, e pegar emprestado uma quantia $B, à taxa sem risco, de forma que replique os retornos futuros da opção em qualquer estado da natureza no período seguinte. Desde que a opção e o *portfolio* equivalente tenham os mesmos retornos futuros, eles devem ser vendidos pelo mesmo preço corrente. Então, é possível avaliar a opção construindo um *portfolio* equivalente, ou *portfolio* replicado.

$$N = (C^{+} - C^{-}) / (S^{+} - S^{-}) \tag{2.6}$$

$$B = (NS^{-} - C^{-}) / (1 + r) \tag{2.7}$$

Isto é, é possível replicar o retorno para uma *call* comprando N ações e um título equivalente ao projeto, que tenha as mesmas características de risco ao preço corrente S, e pegando emprestado a quantia $B à taxa sem risco *r*. O custo deste *portfolio* e o valor da opção deve ser portanto $C = NS - B$. Nota-se que a opção é avaliada como se o mundo fosse indiferente ao risco. Para avaliar a oportunidade de investimento desta maneira é necessário determinar as probabilidades neutras ao risco. Estas são as probabilidades obtidas:

$$p = \frac{(1+r)V - V^-}{V^+ - V^-} \tag{2.8}$$

Onde V^+ e V^- são os valores do projeto no próximo período em um cenário positivo e um cenário negativo respectivamente. Se não há assimetrias, o valor do projeto pode ser calculado da seguinte maneira:

$$V_0 = \frac{p \times V^+ + (1-p)V^-}{1+r} \tag{2.9}$$

Este resultado seria o mesmo resultado obtido calculando-se desta maneira:

$$V_0 = \frac{q \times V^+ + (1-q)V^-}{1+k} \tag{2.10}$$

Onde: q é a probabilidade objetiva, k é o custo de oportunidade do capital ajustado ao risco, p é a probabilidade neutra ao risco e r é a taxa livre de risco.

É importante notar que estas são as fórmulas necessárias para se calcular o VPL expandido do projeto. Se fossemos calcular o VPL padrão, não iríamos chegar a um resultado correto. Neste caso, estar-se-ia superestimando o valor da opção por usar uma taxa r errada, que seria aquela usada para projetos inflexíveis, normalmente uma taxa maior. A presença de flexibilidade altera totalmente os *payoffs*.

As 3 próximas seções constituem-se descrições detalhadas de algumas abordagens específicas de opções reais (clássica, subjetiva e MAD). Estas abordagens são estudadas em certos livros, como por exemplo, o de Copeland e Antikarov (2001). Cada uma delas foi criticada por Borison (2001), tanto no que diz respeito à sua abordagem teórica (pressupostos) com na sua aplicabilidade (ou seja, sua abordagem prática). Após as 3 seções descritivas, é apresentada então uma seção que contém a crítica de Borison a cada uma das abordagens.

2.2.4.1
Abordagem Clássica

Esta é a forma mais direta de aplicação da precificação tanto financeiras quanto reais. Conforme se sabe, o núcleo das OR é o cálculo do valor da opção. A abordagem clássica busca exatamente fazer uma associação do projeto em questão com o seu valor no mercado financeiro. O valor calculado representa uma estimativa do incremento de valor que o investimento pode gerar para o acionista.

É preciso passar a questão para o enfoque de uma decisão estratégica: a firma deve avaliar a sua decisão como uma decisão individual, além disso, a decisão deve ser de aceitação caso o acionista da firma seja diversificado[9] e se o tal projeto for avaliado no mercado por um valor acima da sua estimativa. Sob este aspecto, a abordagem clássica é aplicável para decisões em que os investimentos que são feitos por acionistas diversificados. Vale ressaltar que a TOR considera que a opção de espera é benéfica tanto para o acionista (mesmo que diversificado) quanto para o gerente, já que, por ser uma opção, agrega valor.

A avaliação clássica associa a cada projeto (a opção em questão) um *portfolio* de replicação, que seja correspondente a ele (que tenha as mesmas características de risco, por exemplo) e que, portanto, possa ser precificado da mesma maneira. Esta corrente afirma que o movimento dos preços dos ativos pode ser descrito por um movimento geométrico Browniano, de forma que possa ser aplicada a fórmula de Black and Scholes para a sua precificação. Esta idéia de

[9] Quando se diz que um acionista é diversificado, considera-se que além do projeto no qual ele está investindo, ele possui um conjunto de ativos financeiros. Pressupõe-se na verdade que qualquer combinação de risco e retorno vai ser encontrada em seu *portfolio* de modo que ele consiga fazer a comparação com seu projeto de maneira adequada. É como se o investidor possuísse em paralelo o projeto real e o ativo fixo financeiro. Vale lembrar que e o investidor que diversifica e não a firma: projeto em si, ele só investe em um. Este pressuposto também não corresponde à realidade.

precificação deve levar em conta características de VPL e de análise por árvore de decisões. Do conceito de VPL tira-se a idéia de que é preciso encontrar um ativo financeiro (perfeitamente correlacionado) e com o risco corretamente avaliado e da análise de árvore de decisões usa-se os nós de decisões para modelar a flexibilidade do processo.

2.2.4.2
Abordagem Subjetiva

Esta metodologia também leva em conta a precificação baseada em opções financeiras, mas não faz uma associação direta com *portfolios* de replicação. Ao invés disto, esta se baseia em estimativas subjetivas de fatores de produção. Para isto, é essencial a avaliação da alocação de recursos para o desempenho da firma, sendo o elemento mais importante na avaliação, o retorno dos acionistas. O que guia a decisão dos acionistas é, portanto a adoção de técnicas que prezem por uma alocação de recursos capaz de maximizar os seus lucros.

Esta metodologia se baseia nos mesmos pressupostos que a clássica, inclusive é feita uma comparação também com ativos financeiros. Entretanto, não há uma identificação explícita. Em geral, são feitas suposições a respeito da distribuição de probabilidade dos retornos dos projetos. São feitas suposições ainda a respeito da regularidade de comercialização dos ativos. De acordo com esta abordagem, utilizam-se dados subjetivos, inferidos pelos administradores. E, por exemplo, ao invés de calcularem o valor exato do investimento necessário, faz-se uma estimativa do fluxo de caixa descontado. A crítica inicial que se faz a este modelo reside no fato de que não é dada nenhuma justificativa para os dados subjetivos a que se chegam. A confiança excessiva no pressuposto de replicação somada a dados subjetivos pode gerar uma inconsistência na avaliação do projeto.

2.2.4.3
A abordagem MAD (*Marketed Asset Disclaimer*)

Proposta por Copeland e Antikarov (2001), esta abordagem consiste na utilização do valor presente do próprio projeto, sem flexibilidade, como ativo subjacente sujeito ao risco – o ativo gêmeo. Isto porque o valor presente dos fluxos de caixa sem flexibilidade (VPL tradicional) é de fato a melhor estimativa não tendenciosa do valor de mercado do projeto, se este fosse um ativo negociado. Esta hipótese é chamada hipótese MAD (***Marketed Asset Disclaim***[10]). As suposições do MAD não são mais fortes do que as empregadas na estimativa do VPL do projeto. Logo, se um tomador de decisões aplica correntemente o VPL para avaliar o seu valor sem flexibilidades não há razões para que aplique um conjunto diferente de premissas para a análise das OR.

A forma de análise desta abordagem está baseada na hipótese de equilíbrio e informações subjetivas. Considera-se também que o objetivo da firma é de maximizar seus ganhos e afirma-se que o critério de VPL pode ser incompleto para cumprir esta análise, já que não inclui questões como flexibilidade na avaliação. Entretanto, argumenta-se que pode ser útil para fazer estimativas. A abordagem MAD desconsidera a possibilidade de encontrar um *portfolio* de replicação. A forma considerada ideal é associar o empreendimento a ele mesmo, mas sem a questão da flexibilidade (isto é, a abordagem do VPL tradicional e "incompleta"). Então, estima-se o VPL deste projeto como uma idéia de preço caso este fosse colocado no mercado e é usado o VPL simples (considerado o melhor estimador não viesado para análise) apenas como uma estimativa deste projeto equivalente.

2.2.5
Críticas à Teoria das Opções Reais

O conceito de opções reais, apesar de atualmente estar sendo bastante discutido e utilizado tanto no meio acadêmico como no interior de muitas empresas, também é alvo de algumas críticas. De fato, a teoria é considerada uma excelente idéia na teoria; entretanto, a sua utilização prática ainda não é vista como totalmente confiável. Há críticas de alguns autores quanto à sua aplicabilidade.

[10] Expressões em inglês que não tenham tradução adequada em português são apresentadas em negrito, no original em inglês no corpo do texto.

Em primeiro lugar, as diferenças entre opções financeiras e OR podem levar a determinadas dificuldades na avaliação destas últimas e acarretar algumas limitações à sua aplicação. Por exemplo, o fato de não serem negociados no mercado financeiro gera dificuldades na obtenção de dados necessários à valoração das OR (Copeland e Antikarov, 2001).

Borison (2001), baseando-se nas várias abordagens existentes no estudo de OR, apresentou um conjunto de críticas de aplicação do modelo, fundamentando caso a caso. Segundo ele, por exemplo, a utilização de OR pode levar os potenciais usuários a decisões errôneas mediante uma aplicação incorreta. De acordo com ele, existe uma variedade de incoerências e contradições na concepção deste modelo, o que pode levar não apenas a análises teóricas confusas, mas a erros na tomada de decisões podendo inclusive gerar prejuízos no meio industrial.

Ao fazer uma análise crítica da teoria das opções reais, o autor enfatiza três elementos fundamentais a serem considerados:

- Aplicabilidade: o que o valor do cálculo de opções reais representa e onde é apropriado usar estes cálculos;

- Pressupostos: quais são os pressupostos levados em conta e qual a validade destes pressupostos na prática;

- Mecânica: quais passos estão envolvidos na aplicação da teoria e quais são as dificuldades associadas.

Para fundamentar suas críticas, Borison faz uso da descrição de algumas das principais abordagens do modelo já discutidas no item anterior, quais sejam: abordagem clássica, abordagem subjetiva e abordagem MAD.

A crítica que se coloca à aplicação de OR pela abordagem prática é que não são apresentadas justificativas baseadas em evidências empíricas de que seja possível encontrar um *portfolio* de replicação que seja correspondente a cada projeto real. Não é simples acreditar que um projeto real possa ser perfeitamente correlacionado[11] com um ativo financeiro de maneira que possam ser igualmente precificados. Isto é, dificilmente se encontra um ativo ou um conjunto de ativos financeiros com as mesmas características e que tenha as mesmas possibilidades de ganhos (*payoffs*) que o projeto em consideração.

Assumindo-se que os pressupostos da abordagem clássica são válidos, os passos necessários para se aplicar opções reais em um projeto específico e então precificá-lo para decidir entre sua aceitação ou rejeição são:

1. Identificar o *portfolio* de replicação;

2. Comparar (em termos de medida, valor) o projeto de investimento com o *portfolio* de replicação;

3. Aplicar alguma ferramenta financeira para então precificar a opção (Black & Scholes).

A crítica do autor está justamente na execução de cada uma das etapas: dado que não é possível no mundo real encontrar ativos financeiros que sejam exatamente equivalentes ao projeto real, mais difícil ainda deve ser compará-los (mensurá-los) e, portanto, a avaliação deles por meio da fórmula de Black & Scholes, provavelmente dará origem a resultados incorretos. No entanto, o método tradicional do FCD tem o mesmo problema para estimar o prêmio de risco e logo, a taxa de desconto.

Já a abordagem subjetiva é um pouco diferente e baseia-se nos seguintes passos:

1. Subjetivamente, estima-se os preços e a volatilidade do ativo-base;

2. Aplica-se um método padrão (financeiro) de precificação de opções, em geral, o Black & Scholes.

[11] $E(ei, ej) \neq 0$

Esta abordagem elimina a dificuldade maior encontrada na primeira abordagem apresentada simplesmente por ocultar a fase (ou o passo) de identificação com o *portfolio* de replicação. Entretanto, uma nova dificuldade é introduzida já que os dados todos utilizados neste processo de precificação são subjetivos e, portanto não plenamente confiáveis.

No que diz respeito à abordagem MAD, os passos a serem seguidos são os seguintes:

1. Construir um fluxo de caixa do ativo base utilizando valores estimados de forma subjetiva para os fatores. Usando-se o CAPM, calcula-se o VPL;

2. Estima-se a incerteza associada ao modelo e faz uma simulação de Monte Carlo. A simulação é feita para encontrar o valor do projeto; ela simula os fluxos de caixa;

3. Usando o resultado da distribuição, constrói-se uma árvore binomial e estima-se o valor do projeto usando-se esta árvore.

A dificuldade verificada neste modelo é associar ao verdadeiro preço de mercado. As formas de cálculo que o modelo sugere são bastante consistentes. Contudo, não é possível determinar se existe de fato este projeto equivalente no mercado e os valores subjetivos também não são totalmente confiáveis. A maior dificuldade é inferir os valores subjetivos. O objetivo principal de se utilizar um *portfolio* de replicação para valorar uma opção é simplesmente facilitar os cálculos, e dar uma noção intuitiva do processo. Ao final do período considerado, o *portfolio* replicado deve ter o mesmo valor da opção que se quer valorar. Obviamente, não é totalmente segura a abordagem da replicação de *portfolio*, já que, é praticamente impossível encontrar um ativo com preço de conhecimento público que seja perfeitamente correlacionado com os do projeto em pauta. Deve-se deixar claro que este problema também ocorre com o método tradicional de FCD.

A fim de estudar as formas de precificação de opções, será feita a seguir uma descrição dos principais processos estocásticos utilizados em finanças. Esta abordagem também é interessante no entendimento da avaliação de *commodities*, como é o caso do petróleo, setor em questão na dissertação.

2.3
Processos Estocásticos

Um processo estocástico consiste em uma seqüência de eventos regidos por leis probabilísticas. Pode-se dizer que um processo estocástico é uma variável que se desenvolve no tempo de uma maneira aleatória e imprevisível (Brandão, 2001). Os processos estocásticos podem ser qualificados como estacionários- quando as propriedades estatísticas (média e variância) da variável são constantes no tempo – ou como não estacionários - quando o valor esperado pode crescer sem limites. Estes processos podem ser ainda classificados como em tempo contínuo ou discreto, o que depende de a variável analisada ser contínua ou discreta, respectivamente.

Na maioria dos casos, uma variável estocástica tem um termo que representa uma média esperada (termo *drift*) e um termo aleatório ou variável (termo de volatilidade). Podemos visualizar o processo estocástico para uma variável X como o valor esperado desta variável, $E(X)$ somado a um erro aleatório, sendo que este erro segue a mesma distribuição da variável X.

Ou seja: $X(t) = E[X(t)] + erro(t)$ (2.11)

Em geral, em um processo estocástico, o tempo é fundamental. Para um melhor entendimento do assunto, é necessária uma breve descrição de alguns dos principais processos estocásticos.

2.3.1
Processo de Markov

Este processo tem como característica principal o fato de que a única informação relevante exigida para que se possa prever o seu comportamento futuro é a informação do valor presente da variável, ou seja, acontecimentos passados não têm importância para previsão de valores futuros. Se utilizado para analisar os preços das ações, este processo estimaria previsões futuras dos preços de uma ação pelo seu preço disponível no presente, sem considerar flutuações ocorridas no passado. Portanto, de acordo com a propriedade de Markov, o valor atual de uma variável é unicamente responsável para estabelecer seus valores probabilísticos em qualquer tempo futuro.

2.3.2
Processo de Wiener ou Movimento Browniano Simples

O processo de Wiener pode ser descrito pela seguinte equação:

$$dx = a\ (x,t)\ dt + b\ (x,t)\ dz \qquad (2.12)$$

Onde $a(x,t)$ é a função não-aleatória de tendência, $b(x,t)$ é a função não-aleatória de variância, as variáveis presentes nesta fórmula serão definidas adiante.

Além de ser um processo estocástico não-estacionário fundamentalmente pelo fato de a sua variância crescer linearmente no tempo, o processo de Wiener possui três características principais, conforme afirmam Dixit e Pindyck (1994):

1. É considerado como um processo de Markov pelo fato de que a distribuição de probabilidades dos valores futuros do processo depende somente do seu valor atual, ou seja, não é afetado pelos valores passados do processo ou por qualquer informação;

2. Apresenta incrementos independentes, ou seja, a distribuição de probabilidade para as variações no processo em qualquer intervalo de tempo são independentes de qualquer outro intervalo de tempo (que não se sobreponha ao primeiro);

3. Variações no processo em qualquer intervalo finito de tempo têm distribuição normal, com uma variância proporcional (linear) ao intervalo de tempo ocorrido.

Portanto, supondo que um processo de Wiener apresente uma variável *z(t)*, sua variação (Δz) em um intervalo de tempo (Δt) seria dada pela fórmula: $\Delta z = \varepsilon_t \sqrt{\Delta t}$, onde, ε_t é uma variável aleatória com distribuição normal, ou seja, $\varepsilon_t \sim N(0,1)$; e os valores de Δz, para quaisquer intervalos, são independentes. Além disso, a variável aleatória (ε_t) não tem correlação serial, ou seja: $E(\varepsilon_t, \varepsilon_s) = 0$ para $t \neq s$.

Se considerarmos um intervalo de tempo infinitesimalmente pequeno, ou seja, $\Delta t \to 0$, refletindo na derivada $dt = 0$, é possível representar o incremento do Processo de Wiener (*dz*) no tempo contínuo como:

$$dz = \varepsilon_t \sqrt{dt} \tag{2.13}$$

Pelo fato de que $\varepsilon_t \sim N(0,1)$ e tomando a equação (2.13) pode-se verificar que o valor esperado da variação de *z* é zero e sua variância e proporcional ao intervalo de tempo da variação (*dt*):

$$E[dz] = \mathrm{E}[\varepsilon_t].\sqrt{dt} = 0, \text{ pois } \mathrm{E}[\varepsilon_t] = 0; \tag{2.14}$$

$$\mathrm{Var}\,[dz] = \mathrm{Var}\,[\varepsilon_t.\sqrt{dt}\,] = (\sqrt{dt}\,)^2.\mathrm{Var}\,[\varepsilon_t] = dt\,.(1)^2 = dt\text{ , pois o DP }[\varepsilon] = 1. \tag{2.15}$$

Logo, define-se que: $dz = \varepsilon_t \sqrt{dt} \Leftrightarrow dz \sim N(0, \sqrt{dt})$. (2.16)

Voltando à equação generalizada do Processo de Wiener, que já foi anteriormente descrito:

$$dx = a\,(x,t).dt + b\,(x,t).dz \tag{2.17}$$

Onde,

- dz é o chamado incremento de Wiener;

- *a(x,t)* e *b(x,t)* são funções não aleatórias conhecidas.

Substituindo-se os parâmetros *a(x,t)* e *b(x,t)* por, respectivamente, α (conhecido como parâmetro *drift*) e σ (parâmetro de variância), ambos constantes, chega-se à seguinte equação:

$$dx = \alpha dt + \sigma dz \tag{2.18}$$

Nesta equação, α representa o parâmetro de tendência no tempo (ou crescimento), σ o parâmetro de variância, que exprime a incerteza ou ruído do processo, ou seja, determina a amplitude dos choques aleatórios que *x* sofre ao longo do tempo e é conhecido como volatilidade e *x* é um processo estocástico. Considerando-se em um intervalo de tempo Δt, a mudança em *x*, denotada por Δx, tem-se:

$$\Delta x = \alpha \Delta t + \sigma \varepsilon \sqrt{\Delta t} \tag{2.19}$$

Onde:

$$\mathrm{E}[\Delta x] = \alpha \Delta t \tag{2.20}$$

$$\mathrm{Var}[\Delta x] = \sigma^2 \Delta t \tag{2.21}$$

O processo *dx* pode ser representado pela soma de um componente determinístico (*drift* ou tendência) com um componente aleatório normalmente distribuído. Pela equação (2.13), a soma de uma constante com uma variável aleatória normal resulta numa variável (*dx*) também normal com média α e variância σ^2.

O movimento geométrico browniano é, em geral, utilizado para modelar preço, taxas de juros, preços de produtos e outras variáveis financeiras e econômicas. A restrição que existe ao uso do Movimento Geométrico Browniano é o fato de que este processo pode divergir, levando *x(t)* para o infinito, de forma que alguns modelos que seguem este processo podem não ser muito realistas (Brandão, 2001).

No estudo do processo de Wiener, ainda é possível destacar o conhecido como processo de Ito. Este processo estocástico é caracterizado por ser um processo de Markov em tempo contínuo e pode ser utilizado para representar a dinâmica do valor de um projeto, preços de vendas de mercadorias e variáveis em geral que se desenvolvem estocasticamente no tempo e que afetam a decisão de investir. Conforme Dixit e Pindyck (1995), este processo estocástico contínuo de Ito *x(t)* também pode ser representado pela equação (2.12). O processo de Ito é conhecido como Movimento Browniano Generalizado.

No MGB, os parâmetros *drift* e variância são dados por:

$$a(x,t) = \alpha x \tag{2.22}$$

$$b(x,t) = \sigma x \tag{2.23}$$

Substituindo estes valores na equação do processo de Ito, tem-se:

$$dx = \alpha x dt + \sigma x dz \quad \text{ou} \quad \frac{dx}{x} = \alpha dt + \sigma dz \tag{2.24}$$

Assim, o comportamento dinâmico de uma variável aleatória, cuja taxa de retorno contínua tem distribuição normal, pode ser descrito pelo MGB conforme mostra a equação (2.24). Contudo, para se manipular esta equação, é preciso um resultado importante de cálculo estocástico conhecido como Lema e Ito, que será visto mais adiante.

O processo do MGB tende a divergir para longe do seu ponto de partida original. Esta característica não costuma ser desejada para algumas variáveis como, por exemplo, o preço de *commodities*. É interessante ressaltar também que o MGB nunca assume valores negativos, e, portanto, mais adequado para representar o movimento do preço de ativos financeiros. No caso do presente trabalho, em que o interesse está focado para o preço do petróleo, pode-se dizer que é mais interessante o uso de outro processo estocástico. Em geral, o preço de *commodities* tende a estar relacionado com o custo marginal de produção de longo prazo. Desta forma, no curto prazo, a tendência é que o preço do petróleo possa subir ou descer aleatoriamente, mas no longo prazo, ele tende a voltar para o custo marginal de produção. O processo que melhor descreve este tipo de movimento é conhecido como processo de reversão para a média.

O processo de reversão à média é um caso particular do processo de Ito. Este processo de reversão à média serve para modelar variáveis aleatórias que não seguem um MGB, conforme já foi descrito. Uma dificuldade para este tipo de processo é que ele não possui uma derivada convencional em relação ao tempo, o que pode ser resolvido pelo Lema de Ito, analisado mais adiante.

Se o preço do petróleo (por exemplo) estiver distante (acima ou abaixo) de certo preço de equilíbrio ou média de longo prazo *P'*, forças de mercado agirão para puxar os preços de volta para o nível de equilíbrio. Este procedimento se dá seguindo a lógica econômica de balanço oferta X demanda, de forma que do lado da oferta, as forças de mercado irão agir para aumentar (se $P > P'$) ou reduzir (se $P < P'$) a produção e o investimento no setor, e do lado da demanda, a mesma tende a cair em casos de altos preços e tende a aumentar em caso de baixos preços. Estes mecanismos de mercado criam uma força de reversão análoga à força de uma mola: ela é mais forte quanto mais longe estiver o preço *P* em relação ao seu nível de equilíbrio *P'*. (Dias, 2005).

Existem diversos modelos de reversão à média. O mais simples deles é o modelo que trabalha com logaritmo dos preços. Neste caso:

$$x = \ln(P) \tag{2.25}$$

$$dx = k(\bar{x} - x)dt + \sigma dz \tag{2.26}$$

Onde k é a velocidade de reversão, $\bar{x}$ é o valor de equilíbrio de longo prazo e os demais termos são como no MGB.

A variável *x* tem distribuição Normal logo, a variável *P* tem distribuição lognormal. As equações para a média e variância da variável estocástica *x* são dadas pelas expressões a seguir, onde $x_0 = x\ (t=0) = ln(P_0)$

O valor esperado pode ser interpretado como um valor intermediário entre o valor inicial x_0 e a média de longo prazo $\bar{x}$, onde os pesos são taxas de declínios de modo que estes pesos somam um. No MRM, a variância é limitada, ao contrário do MGB.

Apesar de o MRM ser considerado o modelo logicamente mais adequado para a análise da evolução de preços de commodities e para taxa de juros, o processo puro de reversão para um nível fixo seria bastante previsível e, portanto menos confiável do que o MGB. Uma combinação de MRM com MGB para o nível de equilíbrio poderia mostrar-se mais plausível, ou então com processo de saltos, conforme será visto mais adiante.

Estudando detalhadamente o MRM e o MGB possível afirmar que o mais comumente utilizado em opções financeiras e opções reais é o MGB, principalmente devido às suas excelentes propriedades matemáticas, como a homogeneidade. Inclusive, no modelo clássico de Black & Scholes, o processo utilizado para a mensuração de opções financeiras é o movimento geométrico browniano.

Voltando ao caso de processos de Ito, sabe-se que eles são processos contínuos no tempo, mas que não são diferenciáveis pelas regras ordinárias de cálculo. Entretanto, isto seria essencial para a valoração de uma opção. Sendo assim, faz-se necessário utilizar-se o Lema de Ito, chamado também de Teorema Fundamental do Cálculo Estocástico.

2.3.3 Lema de Ito

O Lema de Ito pode ser entendido como uma versão da Expansão de Taylor para o cálculo estocástico. O Lema de Ito permite que sejam calculadas funções (ou transformações) processos de Ito. Assim, considerando-se ainda a função *F(x,t)* que é diferenciável ao menos duas vezes em relação a *x* e uma vez em relação a *t*. Utilizando-se o Lema de Ito, esta derivada será:

$$dF = \frac{\partial F}{\partial x}dx + \frac{\partial F}{\partial t}dt + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}dx^2 + R(x) \quad (2.27)$$

Onde:

$$R(x) = \frac{1}{6}\frac{\partial F}{\partial x^3}dx^3 + \frac{1}{24}\frac{\partial F}{dx^4}dx^4 + ... \quad (2.28)$$

Conhecido como resto de Ito.

Convencionalmente adota-se $dt^n = 0$ para $n > 1$, $dz^2 = dt$[12].

Além disso, sabendo que:

$$dx^2 = a^2(x,t)dt^2 + b^2(x,t)dt + a(x,t)\, b(x,t)\, dt^{3/2} = b^2(x,t)dt; \quad (2.29)$$

$n > 2 \rightarrow dx^n = 0$, ou seja, os termos contidos no Resto de Ito "desaparecem" na fórmula.

Substituindo-se este resultado na equação (2.24), tem-se o Lema de Ito:

$$dF = [\frac{\partial F}{dt} + a(x,t)\frac{\partial F}{dx} + \frac{1}{2}b^2(x,t)\frac{\partial^2 F}{dx^2}]dt + b(x,t)\frac{\partial F}{dx}dz \quad (2.30)$$

Substituindo pelas variáveis do MGB, pode-se simplificar a equação 2.26:

$$dF = [\frac{\partial F}{dt} + ax\frac{\partial F}{dx} + \frac{1}{2}\sigma^2 x\frac{\partial^2 F}{dx^2}]dt + \sigma x\frac{\partial F}{dx}dz \quad (2.31)$$

Onde:

---

[12] $var\,[dz] = Var\,[\varepsilon_t . \sqrt{dt}\,] = (\sqrt{dt}\,)^2 . Var\,[\varepsilon_t] = dt$

$$\mathrm{var}(dz) = E[(dz - E[dz])^2] = E[dz]^2 = dt$$

$$\mathrm{var}(dz^2) = 0 \Rightarrow E[(dz^2 - E[dz^2])^2] = 0 \Rightarrow dz^2 = E[dz^2] \therefore dz^2 = dt$$

Para desenvolvimento completo desta demonstração verificar apêndice de Smith (1979).

$$\frac{\partial F}{dt} = 0 \therefore \frac{\partial F}{dx} = \frac{1}{x} \therefore \frac{\partial^2 F}{dx^2} = -\frac{1}{x^2} \tag{2.32}$$

Logo:

$$dF = (\alpha - \frac{1}{2}\sigma^2)dt + \sigma dz \tag{2.33}$$

Portanto, a variação de F tem distribuição normal com média $(\alpha - \frac{\sigma^2}{2})$ e variância σ^2. Todos os processos descritos até o presente momento foram baseados em funções diferenciáveis de Processos de Wiener Generalizados e Processos de Ito. Eles representam o que acontece no dia-a-dia das negociações de ativos financeiros com liquidez e alguns ativos reais.

Existem casos, no entanto, que refletem uma trajetória mista de funções contínuas e funções discretas, que não são homogêneos ao longo do tempo, mas podem sofrer mudanças bruscas de um momento para outro devido a algum fator explicativo[13]. Esta possível descontinuidade, apontada por um salto quando se faz um gráfico da trajetória do ativo, não estava modelado nos processos estocásticos analisados até então.

Um processo estocástico adequado para avaliar este tipo de situação (de descontinuidade abrupta ou salto) deveria ser capaz de modelar a parte contínua e a parte descontínua juntas. A parte contínua poderia ser um processo estocástico contínuo qualquer, mas a parte descontínua deveria ser modelada utilizando-se um processo estocástico discreto. O processo de Poisson é o que se encaixa perfeitamente neste perfil de modelagem.

[13] Um exemplo é a modelação de um derivativo sobre a taxa de câmbio US$/R$. Quando ocorrem mudanças na política cambial brasileira, ocorrem mudanças também no derivativo que está sendo modelado.

2.3.4
Processo de Poisson

Processos de Poisson são processos estocásticos que fazem saltos discretos, mas não freqüentes ao longo de tempo. Os saltos (*jumps*) podem ser de tamanhos fixos ou aleatórios e o tempo de chegada dos saltos segue uma distribuição de Poisson. Alguns dos parâmetros da distribuição de Poisson são:

- λ é a taxa média de chegada de um evento, durante um intervalo de tempo infinitesimal;

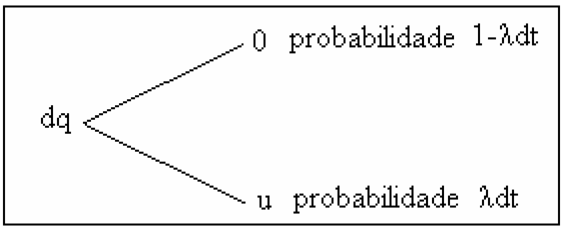
- λdt é a probabilidade de ocorrência de um evento;

- $1-\lambda dt$ é a probabilidade de não ocorrência de um evento;

- u é o tamanho do salto, pode ser aleatório ou determinístico;

- q representa o Processo de Poisson.

É possível utilizar o Processo de Poisson de muitas maneiras para representar saltos discretos ao longo do tempo. Talvez a maneira mais simples seja considerarmos um Processo de Poisson Independente (dq) com a probabilidade de ocorrer um evento durante determinado intervalo de tempo de tamanho infinitesimal dt.



A equação diferencial para o Processo de Poisson pode ser escrita como:

$$dx = \underbrace{dx_{CONTÍNUO}}_{\text{Determinístico}} + \underbrace{dx_{CONTÍNUO}}_{\text{Estocástico}} + dx_{DISCRETO}$$

Onde:

$$\underbrace{dx_{CONTÍNUO} = f(x,t)dt}_{\text{Determinístico}} \qquad \underbrace{dx_{CONTÍNUO} = b(x,t)dz}_{\text{Esctocástico}} \qquad dx_{DISCRETO} = g(x,t)dq$$

Sabe-se que *f(x,t), b(x,t)* e *g(x,t)* são funções determinísticas e conhecidas, ou seja:

$$dx = f(x,t)dt + b(x,t)dz + g(x,t)dq \tag{2.34}$$

Por meio de algumas passagens algébricas que não serão mostradas neste trabalho, é possível se utilizar o Lema de Ito na parte contínua e analisar o que acontece com esta. Analisando-se a parte descontínua, observa-se como se dá o salto de Poisson. Se *x(t)* é o valor da variável no tempo t e considerando que um evento de Poisson ocorra no intervalo *(t, t+dt)*, então *x (t, t+dt)* é:

$$x_{t+dt} = x_t + ug(x,t) \tag{2.35}$$

Sabendo-se que *u* é o salto de Poisson.

Algumas vezes ainda são encontradas combinações de processos contínuos com Poisson. Um bom exemplo para isto seria um processo de Ito com Poisson, cuja equação diferencial estocástica seria dada por:

$$dx = a(x,t)dt + b(x,t)dz + g(x,t)dq \tag{2.36}$$

O conhecimento destes processos estocásticos permite uma maior facilidade para manusear opções reais e também para realizar processos de valoração de opções. Para se estimar o valor do derivativo (incluindo-se aí o preço de uma opção), são utilizados constantemente métodos de simulação, justamente com o objetivo de simular os possíveis caminhos percorridos pelo preço dos ativos-objetos até a data de vencimento (baseando-se na amostragem destes caminhos possíveis seguidos pelos preços). Após uma descrição básica dos principais processos estocásticos, passa-se à próxima seção, que se dedica ao conhecimento dos principais modelos de precificação de opções.

2.4 Modelos de Precificação de Opções

Existe uma séria dificuldade na valoração de opções financeiras. Nesta seção, serão apresentados alguns dos principais métodos de valoração, dando também uma idéia da evolução deste processo. O objetivo desta seção será de dar uma noção simplificada de cada um destes processos, sendo ignorados certos procedimentos teóricos e algébricos considerados irrelevantes para o entendimento do desenvolvimento do tema central da dissertação[14].

2.4.1 Modelo Binomial

O modelo binomial é considerado o mais intuitivo de todos os métodos numéricos utilizados no processo de valoração de ativos. Este modelo se baseia no conceito de neutralidade ao risco.

Esta técnica de valoração de opções deu origem ao termo que se conhece como árvore binomial. Este nome deriva do fato de ser considerado que o preço do ativo subjcente segue um processo binomial multiplicativo em períodos discretos. A árvore binomial representa as diferentes trajetórias que poderão ser seguidas pelo preço da ação ao longo do tempo, ou seja, durante a vida da opção. Também é conhecida como árvore de decisões, ou DTA (***Decision Tree Analysis***). As árvores de decisão tentam captar o valor de flexibilidade e permite ao tomador da decisão esperar até o último momento para escolher se desembolsa

[14] Especialmente do modelo de Black & Scholes, que por ser bastante complexo, exigiria um estudo mais completo e enfático, diferente do que será efetivamente feito.

a quantia correspondente ao investimento com base no seu conhecimento da situação. O VPL da decisão é então estimado descontando-se os fluxos de caixa esperados. Este método, que será detalhado adiante, pode parecer uma boa abordagem, mas normalmente só é válido quando se tem uma taxa de desconto constante. Em geral, os fluxos de caixa não são perfeitamente correlacionados e o risco de um projeto costuma variar de acordo com a localização em que se encontra na árvore de decisão.

A árvore de decisões pode englobar mais de dois períodos. Em geral, a nomenclatura utilizada é: *S* para o preço da ação no período base, ou seja, em *t*; o preço pode subir para *u* ou descer para *d*, sendo que u = 1/d podendo valer, portanto *Su* ou *Sd* ($u > 1$ e $d < 1$). A figura a seguir ilustra um caso em que existem 3 períodos, sendo possível avaliar, ao longo do tempo, o valor da ação e da opção a ela correspondente.

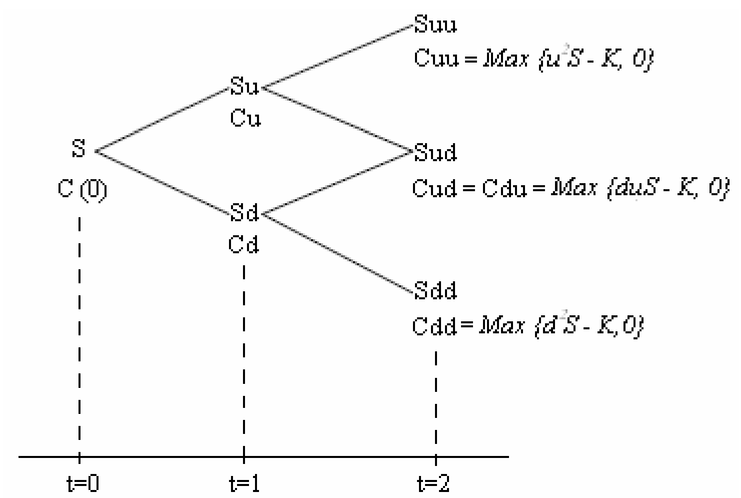


Figura 4: Valor da opção para vários períodos

De acordo com esta figura é possível precificar tanto o ativo base, ou ação, (representado por *S*) como a opção que corresponde a este ativo (representada por *C*). O aumento proporcional no preço da ação quando de um movimento ascendente será de $u - 1$ e a queda proporcional quando de um movimento descendente será de $1 - d$. Se o preço da ação subir para *Su*, supõe-se que o retorno da opção será de C_u e se o preço cair para *Sd*, o retorno da opção será supostamente C_d.

O valor da opção deverá ser igual ao valor de um *portfolio* que permita o mesmo retorno da opção. Este *potfolio*, que deverá se ajustar de forma dinâmica a cada nova posição, será formado pela compra de Δ ações e pela venda de uma opção. O valor de Δ deve ser escolhido de modo que o retorno gerado pelo *portfolio* seja igual ao retorno obtido em um a aplicação livre de risco. Assim, fica garantido que não existirão oportunidades de lucro através de operações de arbitragem (Marreco, 2001).

É necessário dizer que dada a condição de não arbitragem, u > 1 + r[15] > d, é possível encontrar as probabilidades de subida e descida dos preços das ações, respectivamente *p* e *1-p*. Estas probabilidades devem ser consistentes com a seguinte equação: $pu + (1-p)d = 1 + r$. A partir daí, é possível encontrar o preço da ação no momento presente: $S = \frac{pSu + (1-p)Sd}{1+r}$ [16]

Se houver movimento de alta no preço da ação, o valor da carteira ao final da vida da opção será:

$$Su\Delta - C_u \tag{2.37}$$

Caso o movimento no preço seja de baixa, aquele valor será:

$$Sd\Delta - C_d \tag{2.38}$$

Logo, para que o *portfolio* ofereça um retorno livre de risco, (2.32) e (2.34) devem ser iguais:

$$Su\Delta - C_u = Sd\Delta - C_d \quad \text{ou} \quad \Delta = \frac{C_u - C_d}{Su - Sd} \tag{2.39}$$

---

15 Taxa de desconto utilizada para trazer a valor presente.

16 Deve-se colocar aqui que o modelo Binomial parte da premissa de que o preço da ação pode subir para *Su* ou cair para *Sd* com probabilidades *q* e *1 – q* respectivamente.

O parâmetro Δ representa a taxa de variação do preço da opção em relação à variação do preço do ativo base (ação). Se o custo de montagem da carteira é igual a: $S\Delta - C$ e o valor atual da carteira é: $[Su\Delta - C_u]e^{-rT}$, segue que:

$$S\Delta - C = [Su\Delta - C_u]e^{-rT} \tag{2.40}$$

Sendo T o tempo de duração da opção e r a taxa de juros livre de risco. É importante deixar clato que t é a variável tempo e T é o tempo total de duração. Quando t = T, diz-se que está no instante final.

Além disso, assumindo $p = \dfrac{e^{rT} - d}{u - d}$ ou $p = \dfrac{1 + r - d}{u - d}$ (2.41)

Aplicando $e^{-rT} = 1 + rT$. Supondo um intervalo de tempo muito reduzido, ou seja, t → 0, simplifica-se como $e^{-rT} = 1 + r$.

Substituindo Δ da equação 2.40 e p da equação 2.39 em 2.40 tem-se de forma simplificada, o retorno esperado da opção, para o caso contínuo e discreto, respectivamente:

$$C = e^{-rT}\left[pC_u + (1-p)C_d\right] \tag{2.42}$$

$$C(0) = \left[\frac{pCu + (1-p)Cd}{1+r}\right] \tag{2.43}$$

Assim, para se chegar em C(0), analisando a árvore binomial, de acordo com a figura apresentada e considerando apenas o caso discreto, é necessário conhecer o valor da opção nos dois estados, *Cu* e *Cd*,no período $t = 1$. Logo:

$$Cu = \left[\frac{pC_{uu} + (1-p)C_{ud}}{1+r}\right] \tag{2.44}$$

$$Cd = \left[\frac{pC_{du} + (1-p)C_{dd}}{1+r}\right] \tag{2.45}$$

De maneira que *Cu = Max (0, Su – K)* representa a opção de compra se o preço da ação subir u vezes e, *Cd = Max (0, Sd – K)* é o valor da opção de compra se o preço da opção de compra se o preço da ação cair d vezes.

Já em relação aos parâmetros *u* e *d*, são calculados a partir da volatilidade e o retorno esperado do ativo base ou ação. Assim, conforme proposto por Cox, Ross e Rubinstein (1979), chega-se aos valores:

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}} \;\therefore\; d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}} = \frac{1}{u} \qquad (2.46)$$

- $\Delta t = T/n$, onde T é a vida útil da opção e n é o número de intervalos de tempo, ou seja, é o número de períodos em que fazemos o ativo objeto se movimentar;

- σ é a medida da volatilidade do ativo objeto[17].

Esta foi uma análise trivial, todavia é possível estender esta avaliação para casos em que há diversos, passos, ou seja, em que há diversas passagens de tempo. Nestes casos, é possível tratar cada passo binomial conforme descrito acima separadamente, analisando-se a opção de trás para frente para obter seu valor atual, independentemente de quantos períodos forem considerados.

Segundo Marreco (2001), o modelo binomial é o que melhor se adequa à avaliação de opções americanas, uma vez que é capaz de incorporar todas as alterações de preço possíveis, considerando a possibilidade de exercício antecipado. Se em um determinado nó o valor intrínseco (obtido pela diferença entre o preço de exercício e o corrente) for maior que o valor teórico da opção, este prevalecerá na solução. Assim, é possível incorporar ao modelo, o risco de exercício anterior à data de maturidade da opção.

---

[17] De acordo com o processo de Wiener, o desvio padrão é igual a $\sqrt{\Delta t}$. A volatilidade, definida como o desvio padrão dos retornos em um período de tempo Δt, é obtida por $\sigma\Delta t$.

2.4.2
A Fórmula de Black & Scholes

Após muitas dificuldades, foi possível desenvolver uma forma analítica de mensurar opções financeiras. No início da década de 1970, Fischer Black e Myron Scholes formularam matematicamente uma maneira de precificar as opções financeiras, basicamente as européias. Tal fórmula foi fundamental no campo das finanças, sendo responsável por uma considerável evolução em termos de precificação de ativos. É importante destacar que na primeira versão não foram consideradas possibilidades de arbitragem e não foram considerados dividendos. Após a contribuição de Merton, foi incluída a distribuição de dividendos.

Para desenvolver o seu modelo e aplicar a sua fórmula, Black & Scholes partiram de algumas hipóteses:

1. Comportamento do preço dos ativos corresponde ao modelo lognormal;
2. Não há custos operacionais[18];
3. O ativo objeto não paga dividendos ou qualquer outro rendimento durante a vida da opção[19];
4. Não há oportunidade de arbitragem sem risco, pois tal condição permite que o preço do modelo seja aquele em vigor no mercado;
5. A negociação com títulos é contínua e estes são perfeitamente divisíveis;
6. Os investidores podem captar ou emprestar à taxa de juros livre de risco. Isso permite que se faça a operação de arbitragem onde a carteira equivalente contém uma posição vendida no ativo objeto, permitindo assim a compra da opção quando ela for considerada barata;

[18] A adição de qualquer custo operacional (custos de transação, impostos, margens e outros) altera a operação de arbitragem levando a um intervalo de preço para opção.
[19] Caso venha a render, a fórmula deve ser ajustada, conforme mostra Merton (1973).

7. A taxa de juros de curto prazo é a livre de risco e a volatilidade do ativo objeto é constante. Assim, a única fonte de risco da opção é o ativo objeto, que é eliminada pelo próprio ativo quando a carteira equivalente for montada.

Além disso, a fórmula de Black & Scholes depende de seis parâmetros de mercado (no caso do modelo de Black & Scholes e Merton, que considera dividendos):

- Preço do ativo básico (*S*);
- Preço de exercício da opção (*X*);
- Volatilidade do ativo básico (desvio padrão da taxa de retorno do ativo básico, isto é, de dS/S (σ);
- Período a que se refere o preço da opção (*t*)
- Vencimento da opção (*T*);
- A taxa de juros livre de risco (*r*);
- A taxa de distribuição de dividendos do ativo básico (δ)[20] .

As fórmulas de precificação de Black & Scholes para os preços de opções de compra e venda européias de ações sem dividendos são respectivamente:

$$C = SN(d_1) - Xe^{-r(T-t)}N(d_2) \tag{2.47}$$

$$P = Xe^{-r(T-t)}N(-d_2) - SN(d_1) \tag{2.48}$$

[20] *dividend yield* em % por ação de S.

Onde:

$$d_1 = \frac{\ln(S/X) + (r + \sigma^2/2)(T-t)}{\sigma\sqrt{(T-t)}} \tag{2.49}$$

$$d_2 = \frac{\ln(S/X) + (r - \sigma^2/2)(T-t)}{\sigma\sqrt{(T-t)}} = d_1 - \sigma\sqrt{(T-t)} \tag{2.50}$$

A função *N(X)*, por sua vez, representa a função de probabilidade acumulada de uma variável normal padronizada. O papel da volatilidade, que representa a incerteza do retorno do preço da ação, é de extrema importância, pois é o mais complexo de todos os parâmetros descritos, justamente por não ser visível. Logo, será feita uma abordagem mais profunda a seu respeito mais à frente nesta mesma seção.

Se a volatilidade e a taxa de juros apresentarem a mesma periodicidade, o número ($T - t$) corresponde à fração do ano até o exercício da opção, sendo t o momento presente e T o prazo de expiração, conforme explicitado acima[21].

Para o caso com dividendos (Merton), a equação de uma opção de compra européia, por exemplo, é dada por:

$$C = Se^{-\delta(T-t)}N(h) - Xe^{-r(T-t)}N(h - \sigma\sqrt{(T-t)}) \tag{2.51}$$

Sabe-se que:

---

[21] Definindo-se n como o número de dias úteis até o vencimento, e tomando-se 252 dias como o número de dias úteis em um ano, tem-se:

$$T - t = n/252$$

A taxa contínua r tem a seguinte relação com a taxa efetiva anual i: $e^{r(T-t)} = (1+i)^{(T-t)} \rightarrow r = \ln(1+i)$

Substituindo, por exemplo, na equação 2.7, obtém-se:

$$c = SN(d_1) - \frac{X}{(1+i)^{n/252}}N(d_2) \quad \text{onde: } d_1 = \frac{\ln(\frac{S}{X/(1+i)^{n/252}}) + \frac{\sigma^2}{2}(\frac{n}{252})}{\sigma\sqrt{\frac{n}{252}}} \quad \therefore$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{n/252}$$

$$h = \left[\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r - \delta + \frac{1}{2}\sigma^2\right)T \right] \frac{1}{\sigma\sqrt{(T-t)}} \tag{2.52}$$

Deve-se reparar que para o caso sem dividendos, bastaria ter colocado δ = 0 nesta equação que obteríamos a mesma equação já vista acima.

Para trabalhar com a realidade, a maior parte dos problemas que envolvem opções reais exige que se relaxe uma ou mais hipóteses padrão do modelo de Black & Scholes.

Numa opção americana, o exercício ótimo é dado pelo gatilho S^* (nível de exercício que maximiza o valor da opção). A análise consiste no seguinte: a opção de compra será exercida caso S seja maior que S^* (*deep in the money*) e a opção de venda será exercida de maneira contrária, ou seja, caso S seja menor que S^*.

O problema que permanece ainda com o uso do modelo de Black & Scholes é a inadequação à realidade (pois algumas premissas são irreais) e também o fato de só servir para mensurar opções européias, ficando os outros tipos de opções ainda sujeitos a métodos numéricos[22]. No entanto, a aproximação de Black & Scholes já representa um grande avanço, podendo-se atingir um valor bem próximo ao da opção. Em geral, opções americanas são resolvidas numericamente (resolução de equações diferenciais parciais - EDP) ou por aproximações analíticas em que se usam relações como:

Opção Americana = Opção Européia + Prêmio Pelo Exercício Antecipado

Justamente por ter este prêmio, o valor da opção americana é maior do que o valor da opção européia.

Um fato muito importante a ser destacado no estudo de opções reais é que quando δ = 0, o valor da opção americana é igual ao valor da opção européia, de

[22]Métodos numéricos referem-se a simulação de Monte Carlo, Modelo Binomial, Método das Diferenças finitas, e outros, enquanto que o modelo de Black & Scholes é definido como um método analítico de precificações.

maneira que uma condição necessária para ser ótimo o exercício antecipado é que δ seja maior do que zero.

Cox, Ross e Rubinstein (1979) desenvolveram um modelo que converge para a solução de Black & Scholes. Para isto, eles mostraram que a equação do MGB poderia ser obtida como um limite contínuo de um caminho aleatório em tempo discreto. O objetivo central do método binomial usado por eles era discretizar o processo de neutralidade ao risco representado pela EDP de Black & Scholes e usar o modelo de programação dinâmica para achar o preço da opção. No artigo original de Cox, Ross e Rubinstein, o modelo binomial é caracterizado pelos seguintes parâmetros: $u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}, u = 1/d, \Delta t = T/n$, onde n corresponde ao número de passos da árvore entre os instantes inicial e final (*T*). Estabelecidos os parâmetros, a árvore binomial converge para o MGB à medida que *n* tende a infinito.

2.4.2.1
Sobre a Volatilidade

A volatilidade indica a movimentação dos preços do ativo subjacente. Quanto maior a movimentação do mercado e dos ativos que o compõem, maior será o valor da opção sobre estes ativos.

Duas razões explicam a demasiada importância da volatilidade para o modelo de Black & Scholes: em primeiro lugar, o parâmetro que tem o maior impacto no preço da opção deveria ser o preço do ativo, mas nas operações de arbitragem, esse efeito é eliminado com a compra ou a venda da carteira equivalente. O segundo motivo reside no fato de que a taxa de juros costuma variar muito pouco em períodos curtos, de forma que seu impacto é relativamente reduzido sobre o preço da opção. Devido a estas duas principais questões, resta a volatilidade como principal variável para afetar o preço da opção.

A volatilidade no modelo de Black & Scholes é uma constante, de forma que a estimativa com base em valores passados leva a seu valor, que vai vigorar até o vencimento da opção. Na realidade, o preço do ativo objeto não tem volatilidade constante, contudo, o modelo continua sendo utilizado como se assim o fosse.

É praticamente impossível se chegar ao valor exato da volatilidade entre a data de negociação da opção e seu vencimento. Conforme afirma Hull (2002), existem 2 métodos básicos com esta finalidade: um deles tornar a estatística como base numa amostra do passado (volatilidade histórica). O outro se baseia na volatilidade implícita nas opções disponíveis no mercado. O primeiro método citado supõe que os dados do futuro são previstos conforme o que aconteceu no passado. O mais comum é se basear na volatilidade implícita das opções disponíveis no mercado. Assim, calcula-se a volatilidade de uma série, no caso a taxa contínua de variação do preço do ativo objeto, com distribuição normal [$dS/S \sim N(\mu,\sigma)$][23].

No que diz respeito à volatilidade histórica, é importante discutir algumas questões práticas: quanto maior a amostra, maior o nível de confiança estatística obtido e no que se refere ao intervalo de tempo do preço coletado (dados diários, semanais, mensais etc.), cabe dizer que se a distribuição é lognormal, então, o tamanho do intervalo não tem muita importância.

Já com respeito ao procedimento de volatilidade implícita (que utiliza como referência a volatilidade embutida no preço das opções que estão sendo negociadas), é preciso tomar cuidado em obter cotações para a opção e o preço do ativo objeto que sejam do mesmo instante, pois, do contrário, esta não seria uma volatilidade possível de ser comprada no mercado.

Existem ainda alguns procedimentos modernos de estatística com o intuito de se chegar a um valor para a volatilidade, mas não se entrará neste mérito nesta dissertação, apenas é interessante deixar claro que eles existem.

[23] Deve-se calcular a variação do logaritmo da série de preços, e a volatilidade nada mais é do que o desvio padrão dessa série.

Logo: $$Volatilidade_{estimada} = Desvio\_padrão\left(\log\left\{ \left(\frac{S_t}{S_{t-1}} \right)_{t=1}^{T} \right\} \right)$$

É de fundamental importância para a avaliação de opções financeiras e, portanto de OR, que se tenham algumas noções de processos estocásticos para que se possam aplicar as fórmulas e adotar os métodos de mensuração adequadamente. O conhecimento de processos estocásticos também é de extrema importância para se entender incerteza de mercado e para o estudo de OR em petróleo, que é a base desta dissertação. O subitem a seguir dedica-se a uma breve crítica que é feita ao modelo de opções reais, para que fique claro que não se trata de um modelo perfeito de análise, mas que apresenta críticas e problemas de aplicação. O próximo item é então dedicado então ao estudo de alguns dos mais importantes processos estocásticos que devem se considerados no estudo de opções financeiras e reais.

2.4.3
Método de Monte Carlo

A técnica de Monte Carlo, usada de forma pioneira por Boyle em 1977 para precificar opções européias, consiste num processo de simulação por meio do qual se realiza uma amostra de caminhos aleatórios hipotéticos que seriam percorridos pelos preços dos ativos, respeitando-se a hipótese de ausência de oportunidades de arbitragem. Para cada um destes caminhos hipotéticos, é calculado o preço do derivativo relacionado ao ativo-objeto de acordo com as características do contrato. Então, para cada caminho, calcula-se o valor presente do preço do ativo objeto.

A partir destes valores estimados pelos inúmeros caminhos aleatórios, obtém-se uma distribuição de probabilidade dos possíveis valores dos derivativos. O preço do derivativo é estimado através da média da distribuição. O preço da opção é calculado descontando-se o valor esperado final pela taxa de juros neutra ao risco.

Uma observação importante a se fazer é que a simulação de Monte Carlo, na estimação do valor presente de um projeto, se apóia na prova de Samuelson (1965), que afirma que preços antecipados de modo adequado flutuam aleatoriamente. Sendo assim, qualquer que seja o padrão que se espera dos fluxos de caixa de um projeto, as variações de seu valor presente seguirão um caminho aleatório. De acordo com Copeland e Antikarov (2001), a prova de Samuelson é válida para retornos de ativos reais, não negociados nos mercados financeiros (Meirelles, Rebelatto e Matias, 2003).

É interessante fazer algumas observações matemáticas sobre este método. Em primeiro lugar, deve-se partir da fórmula: $e^{-r(T-t)}E_t Max\{S_T - K, 0\}$, que representa o valor da opção. Se o ativo objeto segue um MGB, é possível utilizar a fórmula: $S_T = S_t e^{\left[\left(\alpha - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t) + \sigma\sqrt{T-t}\,\varepsilon_t\right]}$ para gerar um grande número de valores, extraídos para *S*, no vencimento da opção. Assim, para cada número aleatório tem-se uma realização particular de *S*, e assim, é possível calcular o valor final da opção.

Para gerar estes números aleatórios, utiliza-se em geral, uma planilha eletrônica. É necessário que se tenha uma quantidade muito grande de números gerados aleatoriamente para se ter uma boa precisão. No entanto, isto não é um grande problema, dada a rapidez e eficácia dos computadores modernos. Além disso, existem várias técnicas para acelerar este processo, técnicas estas que reduzem a variância da amostra, aumentando sobremaneira a precisão do resultado. O entendimento do processo de simulação pelo método de Monte Carlo exigiria uma abordagem bem mais profunda do que a que foi feita aqui. Todavia, a explicação dada aqui foi meramente ilustrativa, para contextualizar processo de precificação de ativos. Na presente dissertação não serão feitos processos de simulação, todos os dados empíricos serão estimados e não obtidos por simulação, de modo que uma discussão mais aprofundada não seria interessante tampouco necessária.