



**Luciano Molter de Pinho Grosso**

**Apreçamento de Opções sobre Futuro de Depósitos  
Inter-financeiros de um Dia**

**Dissertação de Mestrado**

Dissertação apresentada como requisito parcial para  
obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-  
Graduação em Engenharia Industrial da PUC-Rio.

Orientador: Carlos Patrício Samanez

Rio de Janeiro, 28 de junho de 2006



**Luciano Molter de Pinho Grosso**

**Apreçamento de Opções sobre Futuro de Depósitos  
Inter-financeiros de um Dia**

Dissertação apresentada como requisito parcial para  
obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-  
Graduação em Engenharia Industrial da PUC-Rio.  
Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

**Carlos Patrício Samanez, Doutor**

Orientador

PUC-Rio, Depto. de Engenharia Industrial

**José Paulo Teixeira, Ph.D.**

PUC-Rio, Depto. de Engenharia Industrial

**Fernando Antônio de Lucena Aiube, Doutor**

PUC-Rio, Depto. de Engenharia Industrial

**Gustavo Santos Raposo, Doutor**

Algorithmics do Brasil Ltda.

**José Eugênio Leal**

Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico - PUC-Rio

Rio de Janeiro, 28 de junho de 2006

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem a autorização do autor, do orientador e da universidade.

### **Luciano Molter de Pinho Grosso**

Graduou-se em Engenharia Mecânica pela PUC-Rio, MBA em Mercado de Capitais pela PUC-Rio, CIIA (Certified International Investment Analyst) pela ACIIA (Association of Certified International Investment Analysts). Consultor da Algorithmics Inc. para a área de gestão de riscos de mercado, crédito e corporativo.

#### Ficha Catalográfica

Grosso, Luciano Molter de Pinho

Apreçamento de opções sobre futuro de depósitos inter-financeiros de um dia / Luciano Molter de Pinho Grosso ; orientador: Carlos Patrício Samanez. – Rio de Janeiro : PUC-Rio, Departamento de Engenharia Industrial, 2006.

85 f. ; 30 cm

Dissertação (mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Industrial.

Inclui bibliografia

1. Engenharia Industrial – Teses. 2. Apreçamento de opções. 3. Taxa de juros. 4. Modelo de Black. 5. Futuros de commodities. 6. Métodos numéricos. I. Samanez, Carlos Patrício. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Industrial. III. Título.

CDD: 658.5

À minha esposa, Ana Carolina, que tanto me apoiou.  
Aos meus pais, José Francisco e Sônia, minha eterna  
gratidão. Espero ser para meus filhos o que vocês são para  
mim.  
À minha irmã, familiares e amigos.  
Amo vocês.

## **Agradecimentos**

Ao meu orientador, Professor Carlos Patrício Samanez, pelo estímulo e parceria para a realização deste trabalho.

A Gustavo Santos Raposo, por todas contribuições e sugestões fundamentais na concepção deste estudo.

Aos meus colegas da PUC-Rio.

Aos professores que participaram da Comissão Examinadora.

A todos os professores e funcionários do Departamento de Engenharia Industrial, pelos ensinamentos e pela ajuda.

A Capes, pelo auxílio financeiro

## Resumo

Grosso, Luciano Molter de Pinho. **Apreçamento de Opções sobre Futuro de Depósitos Inter-financeiros de um Dia**. Rio de Janeiro, RJ, 2006. 85p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Industrial, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Este trabalho tem como objetivo apresentar uma alternativa para se analisar e avaliar opções sobre DI Futuro. Para tanto, faremos uso da teoria clássica sobre derivativos, e em particular, do modelo sugerido por Black [2] para a avaliação de opções sobre futuros de *commodities*. O contrato em questão, não possui solução analítica devido ao comportamento não linear do seu *pay-off*. A teoria define que a equação diferencial que descreve o comportamento do preço do ativo é função do ativo objeto. Neste trabalho, algumas simplificações foram assumidas, face a não adoção de um modelo estocástico que determine o comportamento futuro da taxa livre de risco, neste caso definida como um parâmetro determinístico do modelo. É fato de que tal simplificação não invalida os resultados, pelo contrário, McConnell e Schwartz [17] mostram que a relação custo benefício em se adotar modelos mais sofisticados não compensa frente aos resultados obtidos quando praticidade e ganhos são comparados. De posse da equação diferencial que governa o comportamento do preço do derivativo, se faz presente a necessidade de se usar um procedimento numérico – Método de Diferenças Finitas Explícito (MDFE).

## Palavras-chave

Apreçamento de opções sobre taxa de juros, Modelo de Black para avaliação de opções sobre futuros de *commodities* e métodos numéricos (MDFE).

## Abstract

Grosso, Luciano Molter de Pinho. **Pricing on Options on one-day Interbank Deposit Future Contract**. Rio de Janeiro, RJ, 2006. 85p. Msc. Dissertation - Departamento de Engenharia Industrial, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

The main objective of this paper is to describe an alternative model to value Brazilian DI Future option. And so, we will make use of the classical derivatives theory, in particular, to the model introduced by Black for options on commodities future contracts. For such instrument, the analytical solution is not possible to be obtained due to the non-linear formulation of the pay-off (Risk Neutral Valuation). The theory defines the differential equation that describes the asset price behavior, in this case the financial operation agreed, as function of the underlying variables that govern its behavior. In the present work some simplifications had been carried through, regarding the non-adoption of a stochastic model to represent the future behavior of the risk-free rate, being defined as a deterministic parameter in the model. One must bear in mind that such simplification does not invalidate the results; on the contrary, McConnell e Schwartz [17] shows that the trade-off between the practicability and the profit in term of the results makes questionable the use of the more sophisticated model. Having the differential equation that governs the behavior of the derivative contract price, a numerical procedure is carried out – Explicit Finite Differences Method (EFDM).

## Keywords

Interest rate options, model introduced by Black for options on commodities future and numerical procedures.

# Sumário

<b>1. Introdução .....</b>	<b>11</b>
<b>2. Mercado Futuro .....</b>	<b>13</b>
2.1 Conceituação Básica .....	13
2.2 Origem e Evolução Histórica.....	14
2.3 Importância dos Contratos Futuros .....	17
2.4 Contrato Futuro de Juros no Brasil .....	18
<b>3. Apreçamento de Opções .....</b>	<b>20</b>
3.1 História .....	20
3.2 Modelo de Black .....	27
<b>4. Definições e Conceitos Básicos.....</b>	<b>29</b>
4.1 Processos Estocásticos .....	29
4.1.1 Processo de Ito .....	29
4.1.2 Movimento Geométrico Browniano.....	30
4.1.3 Processo de Reversão à Média.....	30
4.2 Métodos Numéricos de Avaliação .....	31
4.2.1 Modelo Binomial .....	31
4.2.2 Modelo Trinomial .....	32
4.2.3 Métodos de Diferenças Finitas.....	33
4.2.3.1 Método de Diferenças Finitas Implícita .....	35
4.2.3.2 Método de Diferenças Finitas Explícito .....	37
4.2.4 Simulação de Monte Carlo .....	39
<b>5. Modelo Matemático .....</b>	<b>41</b>
5.1 Equação Diferencial .....	41
5.2 Aplicação do Método de Diferenças Finitas Explícito .....	43
5.3 Método de Diferenças Finitas Explícito X Árvores Trinomiais .....	44
5.4 Mudança de Variável .....	45
5.5 Condições de Contorno .....	48
<b>6. Implementação .....</b>	<b>50</b>
6.1 Características da Opção sobre Futuro de Depósitos Financeiros de 1 dia.....	50
6.1.1 Tipo de opção.....	50
6.1.2 Ativo Objeto da opção.....	51
6.1.3 Preço de Exercício.....	51
6.1.4 Séries de Vencimento.....	52
6.1.5 Pay-off .....	53
6.1.6 Meses de Vencimento .....	53
6.1.7 Day trade.....	54
6.1.8 Margem de garantia para o lançador .....	54
6.2 Descrição dos dados.....	54
6.3 Estrutura a Termo de Taxa de Juros .....	55
6.4 Estrutura a Termo de Volatilidade .....	56



6.5 Cálculo da Volatilidade .....	56
<b>7. Resultados .....</b>	<b>61</b>
<b>8. Conclusões Finais .....</b>	<b>65</b>
<b>9. Bibliografia.....</b>	<b>67</b>
<b>10. Apêndice .....</b>	<b>69</b>
Apêndice A.1 – Derivação da Equação Diferencial de Black & Scholes.....	69
Apêndice A.2 – Distribuição da Taxa de Retorno.....	73
Apêndice A.3 – Modelos de Equilíbrio .....	75
<b>11. Anexos.....</b>	<b>77</b>
Anexo A.1 – Dados.....	77
A.1.1. Estrutura a termo de juros .....	77
A.1.2. Histórico de CDI .....	80
A.1.3. Opção de compra JA54.....	81
Anexo A.2 – Código desenvolvido no programa MathLab .....	84

## Lista de Tabelas

Tabela 6.5.1 Volatilidade Histórica para a taxa <i>forward</i> $F_{t,T}$ .....	60
Tabela 7.1 Valores da opção JA54 calculada a partir da volatilidade da taxa forward $F_{t,T}$ .....	61
Tabela 7.2 Valores da opção JA54 calculada a partir da volatilidade da taxa forward com $\lambda=0,94$ .....	62
Tabela 7.3 Valores da opção JA54 calculada a partir da volatilidade da taxa forward com $\lambda=0,85$ .....	63

## Lista de Figuras

Figura 1: Grid para os possíveis preços para o ativo objeto .....	33
Figura 2: Representação gráfica da Taxa <i>Forward</i> .....	55