

5

Problema de planejamento de novas redes de telecomunicações

O Problema de Planejamento de Novas Redes de Telecomunicações (PPNRT) consiste em atender um conjunto de clientes com demandas diferentes que devem ser conectados ao conjunto de pontos de presença (*PoPs*) das operadoras com capacidades distintas de fornecimento.

Esse problema surgiu com a necessidade de projetar e construir a melhor topologia tanto em relação à rede de acesso (*last mile*) quanto a referente ao *backbone*. Através de licitações, concorrências e leilões, cada vez mais, as operadoras precisam agilizar e automatizar os processos de elaboração de projetos de novas redes. Além disso, a busca pela redução de custos de investimento exige uma qualidade maior nos projetos.

Outra motivação é a liberdade de poder construir a rede em qualquer parte do território brasileiro, não ficando apenas limitada pela sua área da concessão. Alguns problemas não serão considerados na resolução desse problema, por exemplo, limitações no relevo, topologia urbana (posicionamento de prédios, ruas e instalações subterrâneas) e tipo de produto que atende o cliente.

Todo estudo feito no problema PPNRT gira em torno de um levantamento da demanda dos clientes numa região e da capacidade dos *PoPs* existentes. Como já foi dito anteriormente, nessa dissertação serão consideradas três tecnologias como meio de transmissão: fibra óptica, rádio digital e par metálico.

Serão adotadas distâncias euclidianas entre dois pontos e os custos conforme o mercado do ano de 2005. Vale lembrar que grafo que representa esse modelo é direcionado e o conjunto de arestas representa os *links* entre os clientes e os *PoPs*. O objetivo será de minimizar a soma dos custos dos enlaces com os custos de interface, de tal forma que:

- Um caminho de atendimento de um cliente só pode usar tecnologias na ordem fibra óptica, rádio digital e metal. Não é necessário usar todas as tecnologias;

- As três topologias: anéis de fibra, estrelas de rádio e árvores de par metálico;
- As interfaces entre as topologias permitidas são:
 1. Anel de fibra para rádio;
 2. Anel de fibra para metal;
 3. Estrela de rádio para estrela de rádio;
 4. Estrela de rádio para árvore de metal.

A formulação adotada para resolução do PPNRT será *Shortest Path Problem* baseada em *Minimum Cost Flow* para programação linear e inteira. A primeira formulação foi proposta por Dijkstra [84] e em seguida Ford e Fulkerson [85] fizeram uma adaptação para o problema de transporte. Diferentes métodos foram propostos para resolução desse problema, como por exemplo: *successive shortest path* [86, 87, 88]; *out-of-kilter algorithm* [89, 90, 91]; *cycle-canceling algorithm* [92, 93, 94, 95] e algoritmo de relaxação [96].

Vale ressaltar algumas dificuldades ao longo da elaboração do modelo, como por exemplo, número de tecnologias, premissa de existir clientes com características distintas de velocidade, tamanho da instância, cada tecnologia possui restrições, características e limitações distintas e por ser um modelo que agrega valores de vários outros modelos.

A seguir, o modelo matemático dessa tese com os seus índices, variáveis, conjuntos e restrições serão apresentados.

5.1. Modelo

5.1.1. Índices

Seguem os índices do modelo:

- i : vértice de origem do arco;
- j : vértice de destino do arco;
- τ : tecnologia;
- γ : cliente;
- ϕ : tecnologia de fibra óptica;
- ρ : tecnologia de rádio digital;

- μ : tecnologia de par metálico;
- P^* : primeiro ponto de presença do conjunto de *PoPs* disponíveis;
- $numPoP$: número de *PoPs* na rede.

5.1.2. Conjuntos

Seguem os conjuntos do modelo:

- Γ : conjunto de clientes;
- P : conjunto de pontos de presença (*PoP*);
- N : conjunto de todos os nós, $N = \Gamma \cup P$;
- PPC : conjunto de clientes que podem se tornar pontos de presença, $PPC \subset \Gamma$;
- T : conjunto de tecnologias para conexão de um cliente a um *PoP* ou *PoP* com outro *PoP*. Nessa dissertação, $T = \{\phi, \rho, \mu\}$, onde o T é composto por fibra óptica, rádio digital e par metálico, respectivamente;
- $\delta^-(i)$: conjunto de todos os pontos que possuem um arco cuja extremidade de destino esteja no ponto i ;
- $\delta^+(i)$: conjunto de todos os pontos que possuem um arco cuja extremidade de origem esteja no ponto i ;
- A : conjunto de arestas do grafo G ;
- v : conjunto de vértices do grafo G .

5.1.3. Dados

Seguem os dados utilizados pelo modelo:

- $dem(\gamma)$: demanda do cliente γ em Mbps (megabits por segundo);
- $custo(i, j, \tau)$: custo de um enlace da tecnologia τ do ponto i ao ponto j . Esse valor compreende os custos de se passar o meio físico, e os custos dos equipamentos que devem ser instalados em i e/ou em j . No caso do rádio, o custo do enlace físico é zero,

mas há o custo da instalação de um par de antenas. No caso de fibra ou metal, ambos os custos existem;

- $cap(\tau)$: capacidade máxima em Mbps de um enlace da tecnologia τ . A capacidade de um enlace de fibra é considerada como infinita;
- $cPPC(i, \tau)$: custo de instalar no *PoP* ou no *PPC* i um equipamento para fazer uma interface para a tecnologia τ ;
- $comp(i, j, \tau)$: comprimento de um enlace da tecnologia τ do nó i ao nó j ;
- ALT_MAX : altura máxima de uma árvore de par metálico;
- $COMP_MAX_FIBRA$: comprimento máximo da fibra;
- $COMP_MAX_RADIO$: comprimento máximo do enlace de rádio.

5.1.4.

Variáveis do problema

As seguintes variáveis do problema são binárias:

- x_{ij}^τ : variáveis binárias que controlam inclusão ($x_{ij}^\tau = 1$) ou não ($x_{ij}^\tau = 0$) do arco $\left(\vec{i}, j\right)$ que liga o ponto i ao ponto j com a tecnologia τ ;
- q_i^τ : variáveis binárias que controlam a instalação no *PoP* ou no *PPC* i do equipamento que fará a interface para tecnologia τ , ou seja, ($q_i^\tau = 1$) instala ou ($q_i^\tau = 0$) não instala;
- $f_{ij}^{\tau\gamma}$: variáveis binárias que indicam se existe fluxo da tecnologia τ para o cliente γ passando pelo arco $\left(\vec{i}, j\right)$, ou seja ($f_{ij}^{\tau\gamma} = 1$) existe o fluxo ou ($f_{ij}^{\tau\gamma} = 0$) não existe.

5.1.5. Formulação

O PPNRT pode ser modelado como um problema de fluxo de redes *multicommodity*. O grafo G é direcionado e o conjunto de aresta representa os *links* entre os clientes e os *PoPs*.

As restrições que serão apresentadas a seguir foram formadas com o objetivo de aproximar ao máximo o modelo teórico com as dificuldades encontradas pelos projetistas no dia a dia. Na apresentação dos resultados computacionais uma comparação considerando as restrições é apresentada considerando o valor do projeto.

Função objetivo:

Nessa dissertação, o modelo busca a redução do custo do projeto, através da minimização do custo de implantação dos *links* entre as estações das operadoras, entre pontos dos clientes, entre pontos dos clientes e estações da operadora e o custo de implantação dos equipamentos para realizar as interfaces entre as tecnologias.

$$MIN \left\{ \sum_{\tau \in T} \sum_{(i,j) \in A} (custo(i,j,\tau) \times x_{ij}^{\tau}) + \sum_{\tau \in T} \sum_{i \in (P \cup PPC)} (cPPC(i,\tau) \times q_i^{\tau}) \right\} \quad (\text{eq 5.1})$$

Restrições:

Com objeto de garantir a existência de fluxo entre os pontos dos problemas, foram elaboradas ou adaptadas as restrições de conservação de fluxo, a seguir.

Em qualquer ponto de passagem, para a qualquer tipo de *link* na rede, a restrição, abaixo, preserva que topo fluxo que entra nesse nó da rede, saia na mesma quantidade.

$$\sum_{\tau \in T} \sum_{j \in \delta^-(i)} f_{ji}^{\tau\gamma} - \sum_{\tau \in T} \sum_{j \in \delta^+(i)} f_{ij}^{\tau\gamma} = 0 \quad \forall \gamma \in \Gamma; \forall i \in V - \{\gamma\} \quad (\text{eq 5.2})$$

Para não permitir que haja fluxo, entre nós de cliente e pontos mais distantes que a tecnologia do *link* permita, foi adaptada restrição abaixo, para que considerasse cada nó de cliente e os nós próximos.

$$\sum_{\tau \in T} \sum_{j \in \delta^-(i)} f_{j\gamma}^{\tau\gamma} - \sum_{\tau \in T} \sum_{j \in \delta^+(i)} f_{ij}^{\tau\gamma} = 0 \quad \forall \gamma \in \Gamma \quad (\text{eq 5.3})$$

As equações abaixo, também são evoluções da restrição de conservação de fluxo, o objetivo é garantir a existência de fluxo entre os *PoPs* da operadora, através da criação de unidades de fluxo para cada cliente a partir de um *PoP* próximo e de que seja criado uma quantidade de unidades de fluxo, em função do número de *PoPs* com origem em um *PoP* referencial.

$$\sum_{j \in P \setminus \delta^-(i)} f_{ji}^{\phi\gamma} - \sum_{j \in P \setminus \delta^+(i)} f_{ij}^{\phi\gamma} = 1 \quad \forall i \in P; \quad \forall \gamma \in P - \{i\} \quad (\text{eq 5.4})$$

$$f_{0j}^{\phi\gamma} = \text{numPoP} \quad j \in P^*; \forall \gamma \in P - \{j\} \quad (\text{eq 5.5})$$

Para existir uma unidade de fluxo para cada cliente do projeto, é proposto, nessa dissertação, a restrição abaixo que garante que todo caminho de atendimento do cliente deve começar no nó 0 (virtual), passar por um *PoP* e terminar no cliente.

$$\sum_{\tau \in T} \sum_{j \in P} f_{0j}^{\tau\gamma} = 1 \quad \forall \gamma \in \Gamma \quad (\text{eq 5.6})$$

Todo caminho de atendimento para cada cliente só vai passar nos enlaces ativados, ou seja, não será permitido fluxo em enlaces que não sejam economicamente viáveis:

$$f_{ij}^{\tau\gamma} \leq x_{ij}^{\tau}; \quad \forall (i, j) \in A; \quad \forall \tau \in T; \quad \forall \gamma \in \Gamma \quad (\text{eq 5.7})$$

Para garantir que não haja tráfego em enlaces ativados que não respeitem a capacidade da tecnologia, a restrição abaixo, permite apenas fluxo em enlaces

onde o somatório das demandas dos clientes seja menor ou igual a capacidade da tecnologia.

$$\sum_{\gamma \in \Gamma} dem(\gamma) \times f_{ij}^{\tau} \leq cap(\tau); \quad \forall (i, j) \in A; \quad \forall \tau \in T \quad (eq 5.8)$$

Um cliente só pode ser atendido por um único enlace. Ou seja, o cliente só poderá ser abordado por uma tecnologia. Assim, evita-se o desperdício de facilidades e, conseqüentemente, um aumento no preço do projeto.

$$\sum_{\tau \in T} \sum_{j \in \delta^-(i)} x_{ji}^{\tau} = 1 \quad \forall i \in \Gamma \quad (eq 5.9)$$

Pelo menos um *PoP* deve se conectar com outro *PoP* através da tecnologia de fibra. Essa restrição existe para aproximar ainda mais o modelo ao mundo real onde as operadoras criam essas conexões, para atender as demandas dos clientes garantindo segurança e disponibilidade.

$$\sum_{j \in P | \delta^-(i)} x_{ji}^{\phi} = 1 \quad \forall i \in P \quad (eq 5.10)$$

As duas restrições abaixo garantem que os enlaces de fibras são anéis, disjuntos e passam exatamente por um *PoP*, assim a qualidade dos serviços, disponibilidade da rede e nível de serviço é garantido nos projetos.

$$\sum_{j \in \delta^-(i)} x_{ji}^{\phi} - \sum_{j \in \delta^+(i)} x_{ij}^{\phi} = 0 \quad \forall i \in P \quad (eq 5.11)$$

$$\sum_{j \in \delta^-(i)} x_{ji}^{\phi} - \sum_{j \in \delta^+(i)} x_{ij}^{\phi} = 0 \quad \forall i \in \Gamma \quad (eq 5.12)$$

As quatro próximas restrições fazem com que toda vez que o projeto exigir algum tipo de interface entre as tecnologias, seja apresentado no custo final do projeto.

O enlace de fibra que inicia em um *PoP*, deve pagar o custo para uma interface com um anel de fibra

$$q_i^\phi \geq x_{ij}^\phi \quad \forall i \in P; \quad \forall j \in \delta^+(i) \quad (\text{eq 5.13})$$

O enlace de rádio só pode sair de um *PoP* ou *PPC*, e nesse caso deve ser pago o custo da interface com uma estrela de rádio.

$$q_i^\rho \geq x_{ij}^\rho \quad \forall i \in P \cup PPC; \quad \forall j \in \delta^+(i) \quad (\text{eq 5.14})$$

Se um enlace de par metálico sair de um *PoP* ou de um *PPC* que não é atendido por metal, deve ser pago o custo para uma interface com uma árvore de metal.

$$q_i^\mu \geq x_{ij}^\mu \quad \forall i \in P; \quad \forall j \in \delta^+(i) \quad (\text{eq 5.15})$$

$$q_i^\mu \geq x_{ik}^\mu - \sum_{j \in \delta^-(i)} x_{ji}^\mu \quad \forall i \in PPC; \quad \forall k \in \delta^+(i) \quad (\text{eq 5.16})$$

Restrição de altura de uma árvore de metal, ou seja, a distância entre as extremidades da topologia para tecnologia de metal.

$$\sum_{(i,j) \in A} \text{comp}(i, j, \mu) f_{ij}^{\mu\gamma} \leq ALT_MAX \quad \forall \gamma \in \Gamma \quad (\text{eq 5.17})$$

Para respeitar as limitações técnicas da tecnologia de fibra, a restrição abaixo, não permite enlaces de fibra que atendem os clientes sejam maiores do que o comprimento pré-estabelecido. .

$$\sum_{(i,j) \in A} \text{comp}(i, j, \phi) f_{ij}^{\phi\gamma} + \sum_{j \in \delta^+(\gamma)} \text{comp}(\gamma, j, \phi) x_{\gamma j}^\phi \leq COMP_MAX_FIBRA \quad \forall \gamma \in \Gamma \quad (\text{eq 5.18})$$

Todo enlace de rádio possui uma limitação de alcance, por causa das restrições da tecnologia, em função disso, todo enlace de rádio ativo devem ser menores do que o comprimento máximo, nessa dissertação o limite é de 80 km.

$$comp(i, j, \rho) x_{ij}^\rho \leq COMP_MAX_RADIO \quad \forall (i, j) \in A \quad (eq\ 5.19)$$

Em função da premissa de não existir enlace de rádio a partir de um cliente i que não seja um PPC , a restrição abaixo anula os enlaces com essas características.

$$x_{ij}^\rho = 0 \quad \forall i \in \Gamma \setminus PPC; \quad \forall j \in \delta^+(i) \quad (eq\ 5.20)$$

Caso i seja um cliente que não é PPC , só poderá sair desse nó um enlace de metal se esse cliente i for atendido por um enlace de metal. Ou seja, não pode haver troca de tecnologias em clientes que não sejam PPC .

$$x_{ik}^\mu \leq \sum_{j \in \delta^-(i)} x_{ji}^\mu \quad \forall i \in \Gamma \setminus PPC; \quad \forall k \in \delta^+(i) \quad (eq\ 5.21)$$

Caso i seja um cliente que não é PPC , só poderá sair desse nó um enlace de metal se esse cliente i for atendido por um enlace de metal. Ou seja, não pode haver troca de tecnologias em clientes que não sejam PPC .

$$x_{ik}^\rho \leq 1 - \sum_{j \in \delta^-(i)} x_{ji}^\mu \quad \forall i \in PPC; \quad \forall k \in \delta^+(i) \quad (eq\ 5.22)$$

Caso i seja qualquer ponto, exceto $PoPs$, atendido por um enlace de metal ou por um enlace de rádio, não pode sair de i um enlace de fibra óptica. Ou seja, não pode haver troca de tecnologias de metal para fibra óptica ou de rádio para fibra óptica.

$$x_{ik}^\phi \leq 1 - \sum_{j \in \delta^-(i)} x_{ji}^\mu - \sum_{j \in \delta^-(i)} x_{ji}^\rho \quad \forall i \in N \setminus P; \quad \forall k \in \delta^+(i) \quad (eq\ 5.23)$$

Se i for um PPC , só poderá ser instalado uma interface para tecnologia τ entre nós origem e destino do nó. Não será permitido mudança de tecnologia em i que seja PPC .

$$q_i^\tau \geq \sum_{j \in \delta^+(i)} f_{ij}^{\tau\gamma} - \sum_{j \in \delta^-(i)} f_{ij}^{\tau\gamma} \quad \forall i \in PPC; \quad \forall \gamma \in \Gamma - \{i\}; \quad \forall \tau \in T$$

(eq 5.24)

Deve-se anular as variáveis de interface para fibra óptica em todos os *PPCs*.

$$q_i^\phi = 0 \quad \forall i \in PPC;$$

(eq 5.25)

Garantir a existência do arco de fibra óptica ϕ entre os pontos de presenças e os clientes, para os clientes que contratam dupla abordagem. Assim, seria garantido que entre dois nós não haja mudança de tecnologia.

$$\sum_{p \in P} \sum_{k \in \delta^+(p)} x_{pk}^\phi \geq x_{ij}^\phi \quad \forall i \in \Gamma; \forall j \in \delta^+(i)$$

(eq 5.26)

Garantir a existência do arco de fibra óptica ϕ antes dos pontos de presença. Assim, seria garantida a chegada de fibra óptica no ponto de presença, para que em seguida possa ser encaminhada para o cliente.

$$\sum_{p \in P} \sum_{k \in \delta^-(p) - \{0\}} x_{kp}^\phi \geq x_{ji}^\phi \quad \forall i \in \Gamma; \forall j \in \delta^-(i)$$

(eq 5.27)

5.2.

Instâncias resolvidas

Buscando uma comparação com resultados do dia a dia, todas as instâncias utilizadas nessa dissertação foram retiradas de problemas práticos de uma operadora. Em conjunto com a empresa Tele Norte Leste S.A. (TELEMAR), grandes projetos serão simulados utilizando o modelo proposto.

Por motivo de confiabilidade, não citaremos os nomes dos clientes envolvidos nos projetos. Além disso, não estaremos avaliando a melhor opção em relação à rede de serviço ou produto oferecido ao cliente.

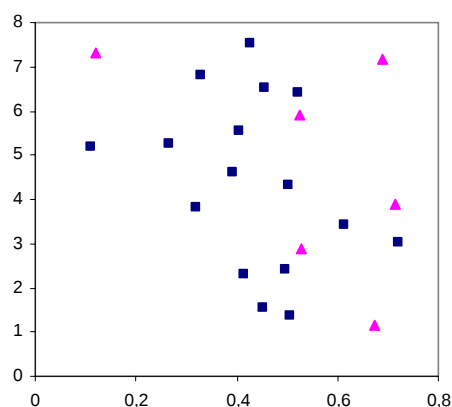
Segue tabela em relação aos custos (de enlace e na estação), capacidade, comprimento máxima, por tecnologia, envolvidos nos projetos.

Tecnologia	Capacidade de Banda (Mbps)	Comprimento Máximo (Km)	Custo do Enlace (R\$/Km)	Custo da estação (R\$)
Fibra Óptica	155	80	7.000	35.000
Rádio Digital de 34M	34	30	0	60.000
Par Metálico	2	1	800	1.500

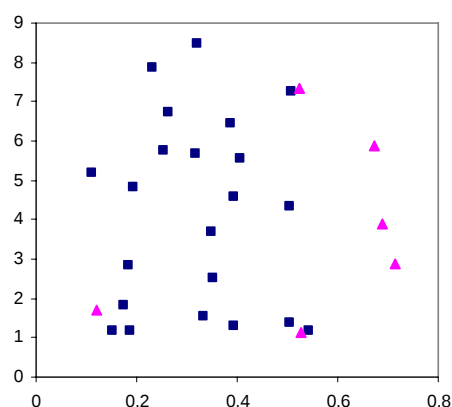
Tabela 10 – Tabela das características técnicas e econômicas por tecnologia

Nos mapas abaixo, encontram-se todos os pontos envolvidos nos dez problemas que serão estudados. Os pontos com formato de quadrado são os clientes e os pontos com o formato de triângulo são os *PoPs*. A escala utilizada nas topologias é a de 1:1000.

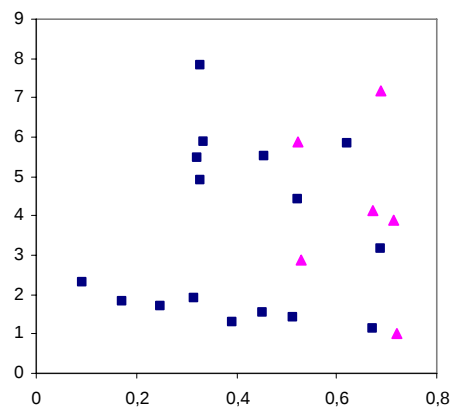
Topologia Problema 1



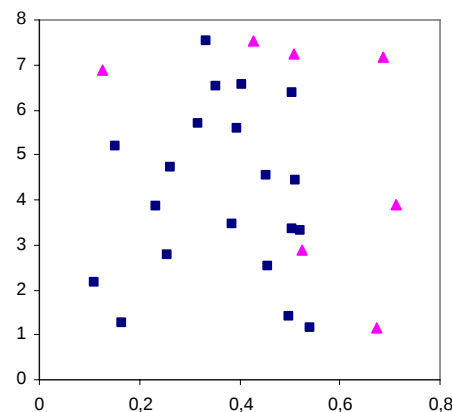
Topologia Problema 2



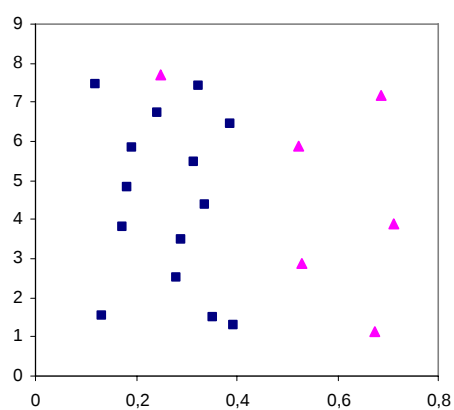
Topologia Problema 3



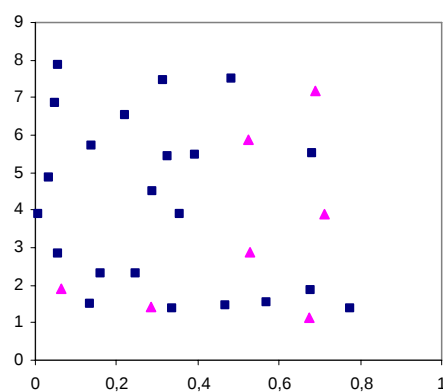
Topologia Problema 4



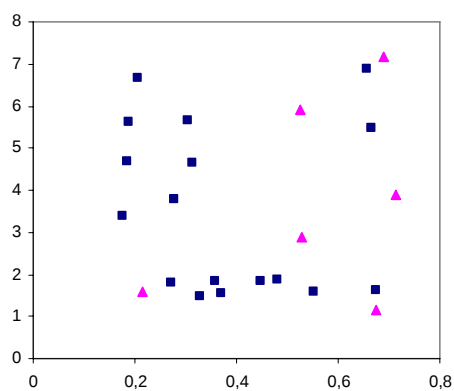
Topologia Problema 5



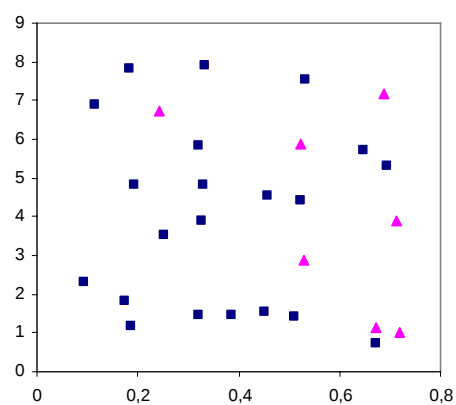
Topologia Problema 6



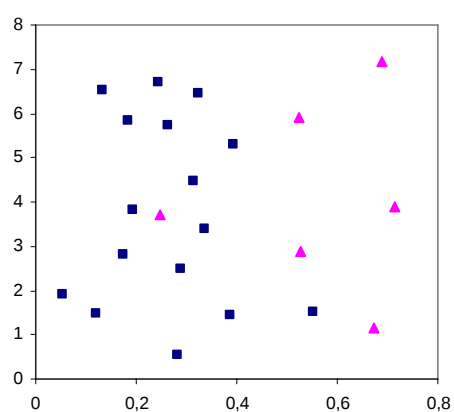
Topologia Problema 7



Topologia Problema 8



Topologia Problema 9



Topologia Problema 10

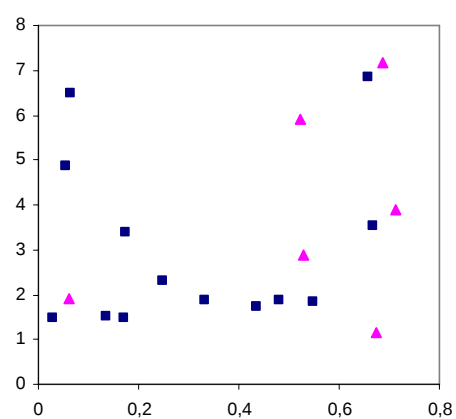


Figura 10 – Topologias dos dez problemas tratados

A seguir, a tabela com as demandas utilizadas dos clientes na resolução dos dez problemas. Vale lembrar que o número de clientes varia entre os

problemas e, conseqüentemente, o número de demandas também. Além disso, cada demanda será apresentada em Mbits/s.

D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	D9	D10
1	1	34	2	1	2	155	34	155	2
2	34	4	8	2	1	155	155	1	1
1	155	8	1	34	34	2	2	2	34
34	155	8	1	34	155	2	1	34	34
155	34	1	1	34	155	2	155	34	155
2	4	2	1	1	155	34	34	34	155
34	2	1	1	2	1	1	4	1	155
1	34	155	34	2	1	2	8	2	2
155	155	1	34	1	2	34	8	2	2
1	2	1	34	2	2	2	1	1	2
2	4	1	155	1	1	2	2	2	34
1	1	1	155	34	2	34	1	1	1
34	34	1	1	155	1	34	155	34	2
155	155	2	2	155	34	2	1	155	2
155	2	8	2		34	1	1	155	1
34	1	1	155		155	1	1	155	
	155		155		155	1	1		
	34		1		155		1		
	4		2		2		2		
	8		34		2		8		
	8				2		1		
	1				34				

Tabela 11 – Tabela com as demandas dos clientes dos dez problemas

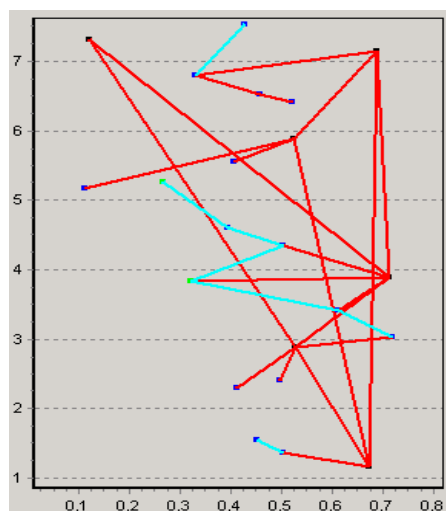
O computador utilizado ao longo de todo o processamento aqui descrito foi um Pentium IV 2.5 GHz com 1 Gmb de memória de RAM. O modelo foi implementado no software Xpress-IVE, versão 1.14.10.

5.3. Resultados computacionais

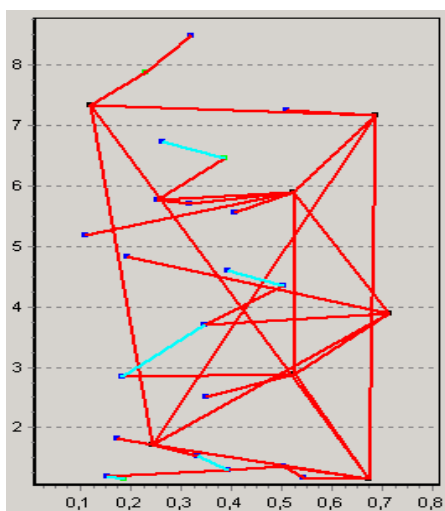
A seguir, as topologias finais dos problemas. A escala utilizada nas topologias é a de 1:1000. Nas topologias abaixo, os enlaces de cor vermelha, amarelo e azul representam fibra óptica, rádio e par metálico, respectivamente.

Em relação aos nós a cor azul, verde e preta representam clientes, *PoPs* e *PPCs*, respectivamente.

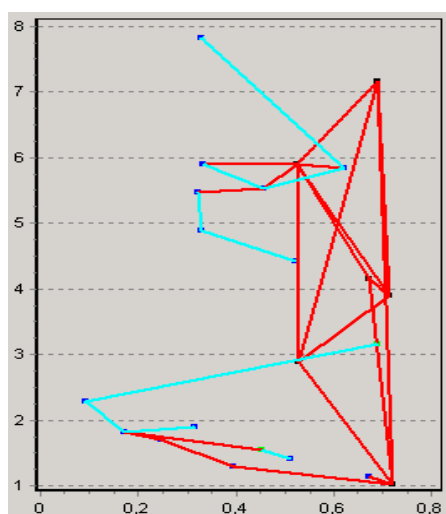
Topologia Final – Problema 1



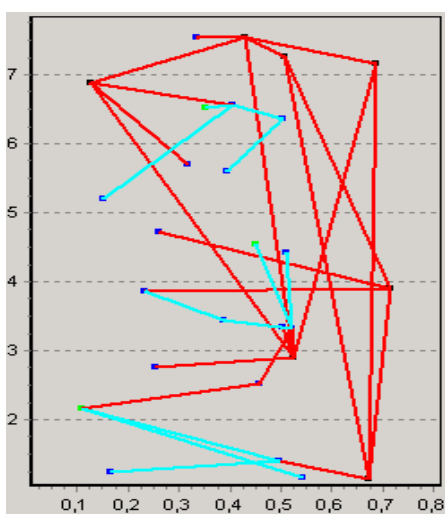
Topologia Final – Problema 2



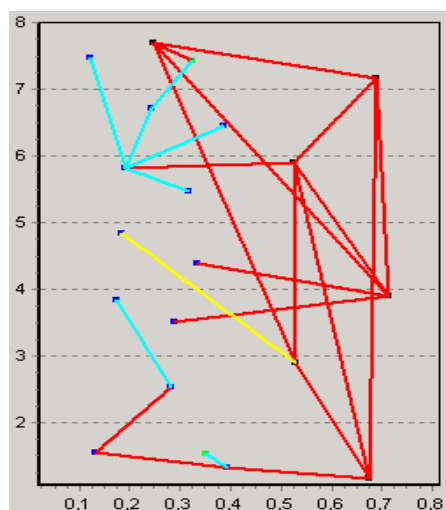
Topologia Final – Problema 3



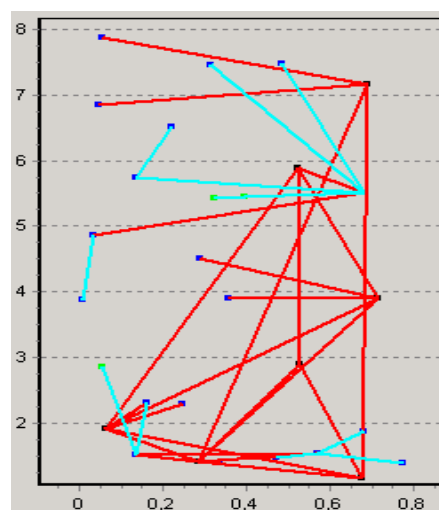
Topologia Final – Problema 4



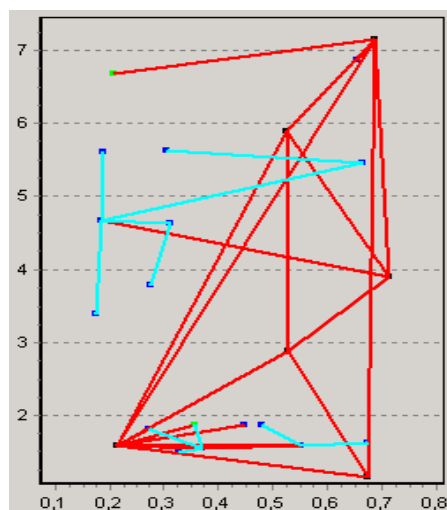
Topologia Final – Problema 5



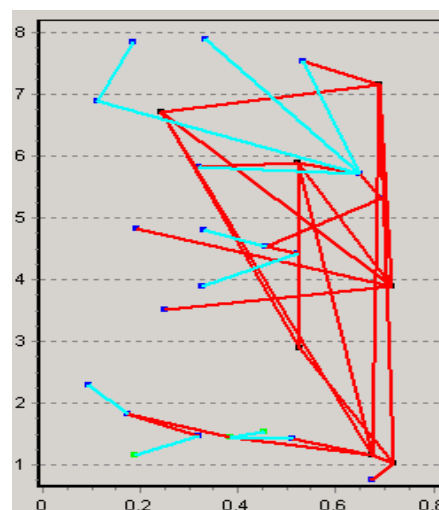
Topologia Final – Problema 6



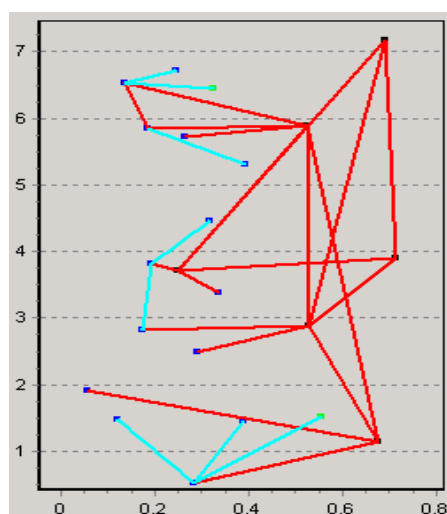
Topologia Final – Problema 7



Topologia Final – Problema 8



Topologia Final – Problema 9



Topologia Final – Problema 10

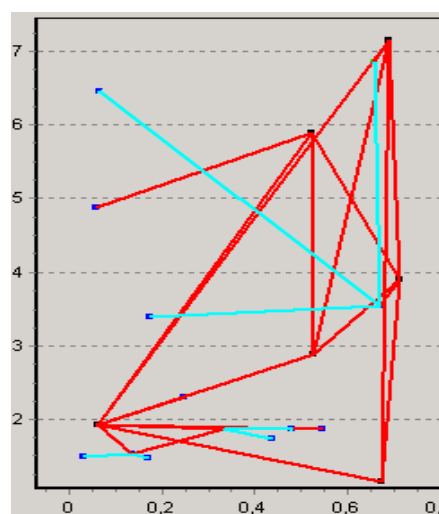


Figura 11 – Topologias finais dos problemas

A tabela abaixo resume os resultados numéricos, de todos os problemas, sendo que a segunda e terceira coluna informam o número de *PoPs* e clientes para cada problema, respectivamente. Na quarta coluna encontra-se o tempo de resolução. Na quinta coluna são apresentados os custos reais atuais (sem otimização) de cada uma das redes, enquanto que na sexta coluna aparecem os custos respectivos resultantes do processo de otimização. Na sétima coluna, encontra-se a variação do custo final de cada projeto, sendo que em média, o ganho para os problemas tratados é de 15%.

Problemas	Nº POP	Nº Cliente	Tempo (secs)	Custo do Projeto sem modelo (R\$)	Custo do Projeto com modelo (R\$)	Δ %
P1	6	16	38,2	630.500,00	547.389,00	13%
P2	7	22	1.524,9	980.000,00	814.790,00	17%
P3	6	16	10,9	320.050,00	257.068,00	20%
P4	7	20	1.640,0	790.000,00	639.722,00	19%
P5	6	14	63,0	640.000,00	551.098,00	14%
P6	7	22	807,5	750.200,00	694.983,00	7%
P7	6	17	40,7	480.000,00	396.746,00	17%
P8	7	21	566,6	790.000,00	613.906,00	22%
P9	6	16	28,7	650.000,00	597.621,00	8%
P10	6	13	135,8	500.000,00	431.205,00	14%

Tabela 12 - Tabela com os resultados dos problemas