

Aplicação dos Modelos

Para que se possa avaliar a eficiência dos modelos desenvolvidos (Método das Diferenças Finitas Implícito - DFI, Método dos Mínimos Quadrados de Monte Carlo - MQMC e Método de Grant, Vora e Weeks - GVW), torna-se necessário um parâmetro de comparação. Assim, o presente capítulo apresenta a análise da emissão realizada pela Waste Management, emissão essa avaliada por McConnell e Schwartz [35].

Para aplicação do modelo, utilizou-se: volatilidade anual do preço do ativo base - 30% a.a., taxa de juros livre de risco - 11,21% a.a. e taxa de dividendos - 1,6% a.a.; mesmos parâmetros aplicados por McConnell e Schwartz para avaliação de seu modelo. Quanto às características do título, além deste ser conversível em 4,36 ações do emissor, a tabela 16 apresenta as datas de exercício e preços de exercício da opção de venda, enquanto que a tabela 17 apresenta os preços de exercício da opção de compra estabelecidos em determinadas datas.

Vale lembrar que o emissor tem o direito de “chamada” sobre o ativo emitido, a qualquer instante de tempo e não somente nas datas apresentadas na tabela 17. O preço de exercício em qualquer instante de tempo é encontrado por interpolação dos valores expostos na tabela 17.

Ainda no que se refere às opções existe um período de proteção à opção de compra do tipo suave (*soft call protection*). Assim, a menos que as ações da Waste Management atinjam o valor de \$86,01, esta só poderá ser exercida após 30 de junho de 1987. Na data de emissão, o valor das ações era de \$52,125.

Data	Preço de Exercício (US\$)
30/6/1988	301,87
30/6/1989	333,51
30/6/1990	375,58
30/6/1991	431,08
30/6/1992	470,75
30/6/1993	514,07
30/6/1994	561,38
30/6/1995	613,04
30/6/1996	669,45
30/6/1997	731,06
30/6/1998	798,34
30/6/1999	871,80
30/6/2000	952,03

Tabela 16 - Datas de Exercício e Preços de Exercício da Opção de Venda

Data	Preço de Exercício (US\$)
12/4/1985	272,50
30/6/1986	297,83
30/6/1987	321,13
30/6/1988	346,77
30/6/1989	374,99
30/6/1990	406,00
30/6/1991	440,08
30/6/1992	477,50
30/6/1993	518,57
30/6/1994	563,63
30/6/1995	613,04
30/6/1996	669,45
30/6/1997	731,06
30/6/1998	798,34
30/6/1999	871,80
30/6/2000	952,03
21/1/2001	1000,00

Tabela 17 - Preços de Exercício da Opção de Compra

Conforme descrito no capítulo 8, a avaliação do título através da aplicação do modelo GVW envolve a determinação das curvas de gatilho das opções de compra e venda, além da curva de gatilho referente ao direito de conversão. Considerando o apreçamento do título na data de emissão, a Figura 24 apresenta as curvas de gatilho encontradas no cenário base, ou seja, considerando os mesmos parâmetros aplicados por McConnell e Schwartz para avaliação de seu modelo.

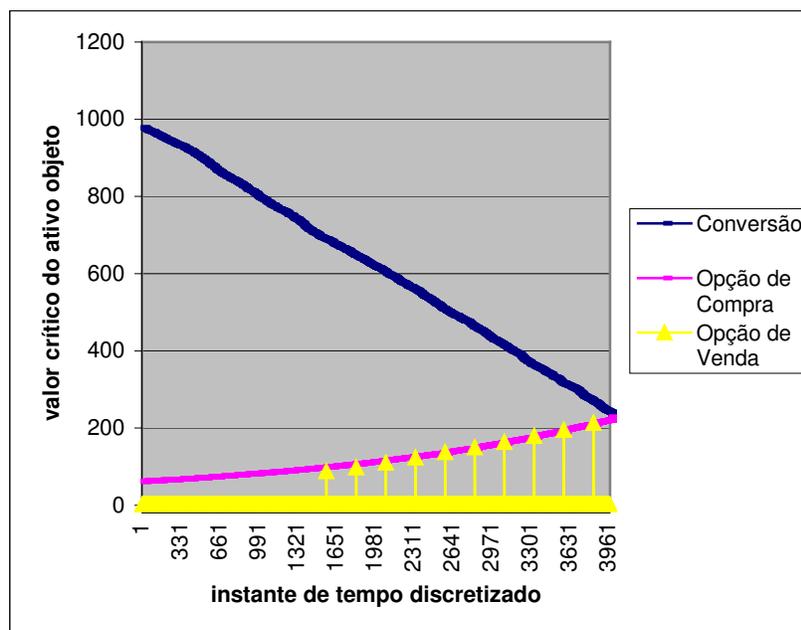


Figura 24 - Curvas de gatilho

Avaliando o valor do título na emissão, a Tabela 18 apresenta os resultados encontrados pelos modelos GVW e MQMC considerando diferentes números de simulações.¹ Pode-se notar que, em ambos os modelos, observou-se uma convergência satisfatória a partir de 3000 ou 4000 simulações, sendo que, por limitações computacionais, não foi possível a realização de um número de simulações acima de 10.000 no modelo MQMC. A Figura 25 apresenta os mesmos resultados graficamente, onde se pode notar melhor a convergência dos modelos.

¹ A aplicação do modelo GVW envolve duas fases de simulação: a primeira é realizada de forma a se encontrar as curvas de gatilho, já a segunda ocorre de forma a se encontrar o valor do título. Para elaboração da Tabela 18, o número de simulações utilizado para se encontrar as curvas de gatilho foi no mínimo igual a 3.000.

número de simulações	MQMC (US\$)	GVW (US\$)
50	267,6024	254,7834
250	264,9434	256,2084
500	266,1947	263,4442
1000	264,6409	257,5594
2000	265,6376	258,7193
3000	265,4777	260,9173
4000	265,8221	261,5698
5000	265,8851	260,9667
7500	265,8669	261,5167
10000	265,8648	261,4472
25000		261,4528
35000		261,4425

Tabela 18 – Convergência dos Modelos

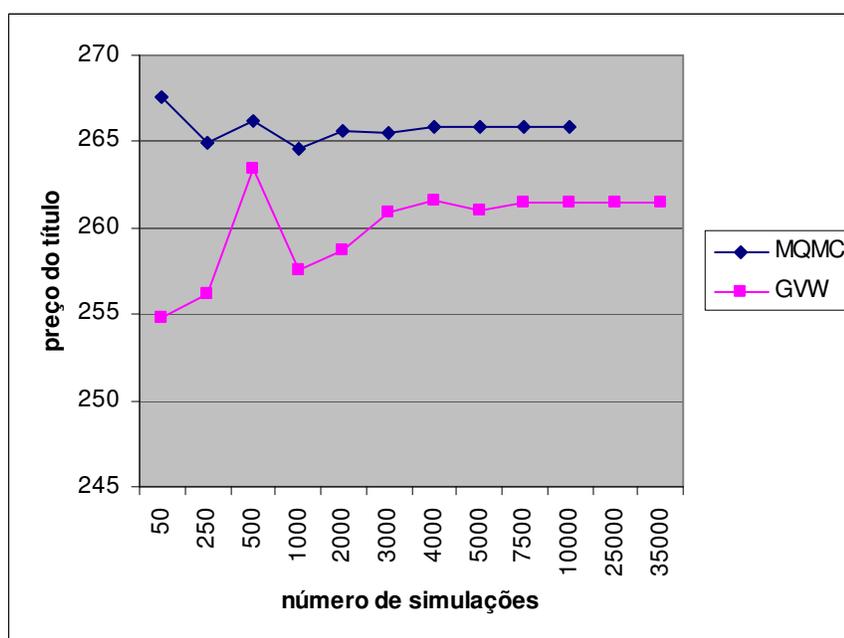


Figura 25 – Convergência dos Modelos

Cabe destacar que a Tabela 18 e a Figura 25 tornam-se fundamentais na avaliação da eficiência dos modelos, já que a análise de convergência tradicional, baseada no desvio-padrão dos resultados, torna-se impraticável aqui em função do tempo elevado de processamento de ambos os modelos², o que torna praticamente inexequível o cálculo do desvio-padrão baseado em uma amostra de tamanho razoável.

² Para 10.000 simulações, o tempo de processamento do modelo MQMC foi de cerca de 30 horas, e no modelo GVW, que envolve a etapa de definição das curvas de gatilho e a etapa de apreçamento, o tempo de processamento foi de aproximadamente 48 horas.

Utilizando os mesmos parâmetros, o resultado encontrado pelo modelo por Diferenças Finitas Implícito (DFI) foi igual a US\$ 262,32. Conforme colocado no capítulo 5, para resolução da equação diferencial pelo método de Diferenças Finitas Implícito, fez-se necessário a discretização das variáveis consideradas no modelo, obtendo-se então uma malha com os valores do LYON para cada preço da ação do emissor e instante de tempo. Assim, a figura 26 apresenta um gráfico mostrando o formato da malha resultante quando o modelo é aplicado à emissão realizada pela Waste Management. Verifica-se então que se obtêm um valor para o LYON para cada instante de tempo e preço da ação do emissor. Logo, desejando-se saber qual seria o preço do título em 19 de abril de 1985 se o preço da ação fosse \$52,75, o modelo fornece o resultado \$262,04, conforme se pode observar na Tabela 19, explicada logo a seguir. Desta forma, um resultado pode ser obtido também para qualquer preço da ação entre os valores do ativo objeto discretizados entre a data de emissão e o vencimento do título.

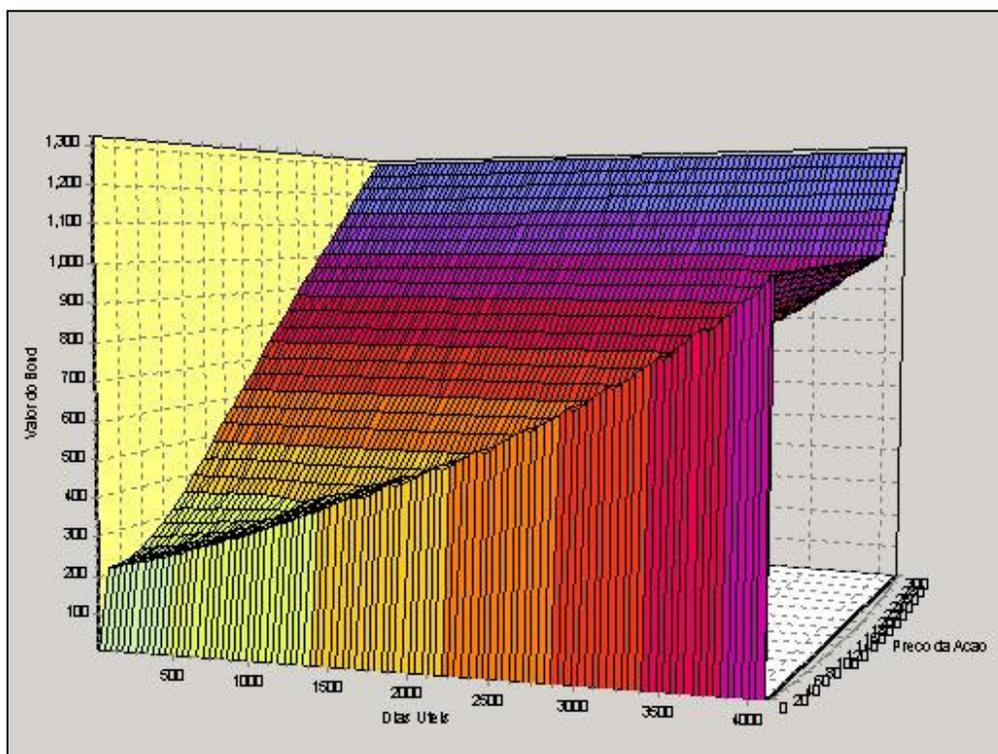


Figura 26 – Malha DFI (preço do título x instante de tempo x preço da ação)

Em 12 de abril de 1985, cada LYON emitido pela Waste Management foi negociado ao preço de \$250,00. Em 12 de abril de 1985 o preço de fechamento das ações da Waste Management era de \$52,25, e o preço de fechamento do título foi de \$258,75.

Os valores reais de fechamento do título entre a data da emissão e 25 de abril de 1985 estão apresentados na tabela 19.³ Esta tabela apresenta também os resultados encontrados por cada um dos três modelos desenvolvidos no presente trabalho, além daqueles encontrados por McConnell e Schwartz em seu modelo. Pode-se observar que os resultados encontrados pelo modelo MQMC foram sempre sensivelmente maiores do que aqueles resultantes do modelo GVW. Apesar de não se poder identificar nas premissas de cada modelo a(s) causa(s) de tal diferença sempre no mesmo sentido (MQMC > GVW), pode-se notar que ambos os modelos apresentaram resultados satisfatórios, ainda que o modelo por GVW tenha se mostrado um pouco mais aderente aos valores reais de fechamento do título.

Data	preço de fechamento da ação	preço de fechamento do LYON	preço calculado pelo modelo de Schwartz e McConnell	preço calculado pelo modelo MQMC	preço calculado pelo modelo GVW	Preço calculado pelo modelo DFI
12/04/85	52,25	258,75	262,70	266,10	262,30	260,56
15/04/85	53,00	258,75	264,60	268,26	263,23	262,57
16/04/85	52,63	257,50	263,70	267,11	261,89	261,61
17/04/85	52,00	-	262,10	264,65	260,85	260,02
18/04/85	52,38	257,50	263,00	266,32	262,15	261,02
19/04/85	52,75	257,50	264,00	267,69	263,99	262,04
22/04/85	52,50	257,50	263,30	267,08	261,98	261,42
23/04/85	53,25	260,00	265,30	268,05	264,65	263,43
24/04/85	54,25	265,00	267,90	270,92	267,80	266,14
25/04/85	54,25	265,00	267,90	271,46	266,96	266,18
26/04/85	54,00	265,00	267,20	271,09	266,01	265,53

Tabela 19 – Resultados dos modelos

A tabela 20 apresenta os erros das previsões de cada modelo expostas na tabela 19, tido como a diferença entre o valor observado no mercado e o valor previsto pelo

³ Tomou-se aqui como base de comparação os valores de negociação observados em cada data. Não se pode esquecer, entretanto, que estes montantes podem ter sofrido forte influência do nível de liquidez na ocasião. Por exemplo, não houve negociação do título no dia 17/04/85. Outra questão que se levanta diz respeito à dúvida sobre o título ter ou não sido negociado a um preço realmente justo na ocasião.

modelo. Pode-se observar nesta tabela que o erro de previsão, tido como a diferença entre o valor observado no mercado e o valor previsto pelo modelo, foram sempre menores nos modelos GVW e DFI do que naquele desenvolvido por Schwartz e McConnell. O maior erro apresentado pelo modelo de Schwartz e McConnell foi de 2,524%, contra 2,522% do GVW, e 1,763% do DFI. Quanto ao modelo MQMC, este também apresentou resultados satisfatórios, e seu maior erro de previsão foi de 3,958%, e referiu-se ao preço real de fechamento do título referente ao dia 19/04/85.⁴

Data	preço de fechamento da ação	preço de fechamento do LYON	erro do modelo de Schwartz e McConnell		erro do modelo MQMC		erro do modelo GVW		erro do modelo DFI	
12/04/85	52,25	258,75	3,95	1,527%	7,35	2,842%	3,55	1,374%	1,81	0,700%
15/04/85	53,00	258,75	5,85	2,261%	9,51	3,674%	4,48	1,731%	3,82	1,476%
16/04/85	52,63	257,50	6,20	2,408%	9,61	3,733%	4,39	1,705%	4,11	1,596%
17/04/85	52,00	-	-	-	-	-	-	-	-	-
18/04/85	52,38	257,50	5,50	2,136%	8,82	3,424%	4,65	1,806%	3,52	1,367%
19/04/85	52,75	257,50	6,50	2,524%	10,19	3,958%	6,49	2,522%	4,54	1,763%
22/04/85	52,50	257,50	5,80	2,252%	9,58	3,721%	4,48	1,740%	3,92	1,522%
23/04/85	53,25	260,00	5,30	2,038%	8,05	3,098%	4,65	1,788%	3,43	1,319%
24/04/85	54,25	265,00	2,90	1,094%	6,26	2,362%	2,80	1,057%	1,14	0,430%
25/04/85	54,25	265,00	2,90	1,094%	5,71	2,155%	1,96	0,740%	1,18	0,445%
26/04/85	54,00	265,00	2,20	0,830%	6,09	2,299%	1,01	0,381%	0,53	0,200%

Tabela 20 – Erros dos Modelos

9.1

Análise de Sensibilidade

Além do apreçamento propriamente dito, os modelos desenvolvidos permitem que se realizem análises de sensibilidade do valor do título frente a mudanças nos valores usados para os parâmetros de entrada no chamado “cenário-base”, permitindo melhor visualização dos riscos envolvidos no contrato, que podem ter origem tanto

⁴ Considerando os dez preços do LYON encontrados em cada modelo, conforme apresentado na tabela 20, realizou-se o teste Qui-quadrado com nível de confiança de 97,5% e $\varphi = 10 - 1 = 9$, o que representa um $\chi_{sup}^2 = 2,70$. Em nenhum dos modelos (MQMC - $\chi_{cal}^2 = 2,65$, GVW - $\chi_{cal}^2 = 0,65$ e DFI - $\chi_{cal}^2 = 0,37$) rejeitou-se a hipótese nula de que não há discrepância entre a previsão do modelo e o preço de fechamento do LYON.

em uma mudança repentina destes parâmetros quanto em uma má estimativa dos mesmos.

A seguir são apresentados os resultados das análises, as quais tomaram por base a volatilidade do preço da ação e a taxa de juros empregada no modelo de apreçamento.

○ **Sensibilidade em relação a mudanças na volatilidade da ação**

Modelo	Volatilidade da ação				
	0,270	0,285	0,300	0,315	0,330
MQMC	262,48	264,26	265,87	267,29	268,57
GVW	258,94	260,69	261,44	263,89	265,71
DFI	256,44	258,24	259,99	261,67	263,29

Tabela 21 – Sensibilidade do valor do título na emissão frente a mudanças na volatilidade

Modelo	Volatilidade da ação				
	0,270	0,285	0,300	0,315	0,330
MQMC	-1,27%	-0,61%	0,00%	0,54%	1,02%
GVW	-0,96%	-0,29%	0,00%	0,94%	1,63%
DFI	-1,37%	-0,67%	0,00%	0,65%	1,27%

Tabela 22 – Variação percentual do valor do título na emissão frente a mudanças na volatilidade

As tabelas 21 e 22 ilustram a sensibilidade do valor do LYON na emissão frente a mudanças da ordem de 0,15 na volatilidade do preço da ação (aproximadamente 5% de variação), de acordo com os três modelos. A tabela 21 exibe os preços, enquanto que a tabela 22, a variação percentual em relação ao cenário base (volatilidade igual a 0,3). O valor do LYON aumenta monotonicamente com aumentos na volatilidade deste, sendo a sensibilidade frente às mudanças na volatilidade capturada pelos três modelos bastante semelhante. Para uma queda na volatilidade de 0,30 para 0,27, o modelo DFI apresentou uma mudança no valor do título, com queda de 1,37% no valor do mesmo. Já no que se refere a um aumento na volatilidade de 0,3 para 0,33, o modelo cuja mudança no valor do título foi mais intensa foi o GVW, que capturou um aumento de 1,63% no valor do título.

Assim, ao considerar no modelo uma volatilidade menor do que a observada no mercado, o modelo fornecerá um valor para o LYON sobreavaliado frente ao que, teoricamente, o mercado estaria disposto a pagar. Se, por outro lado, ao considerar na

modelagem volatilidade superior àquela praticada, o modelo superavaliará o valor do título.

o **Sensibilidade em relação a mudanças na taxa de juros**

Uma das características presentes no LYON é a possibilidade do investidor exercer a opção de compra de acordo com as datas e preços de exercício relacionadas no contrato. A opção de venda será especialmente valiosa para o investidor se a taxa de juros aumentar de forma acentuada (e inesperada) durante a vida útil do título. Neste caso, o investidor exerceria a opção de venda e aplicaria o valor recebido à nova taxa. Por outro lado, a opção de compra se mostrará especialmente valiosa se a taxa de juros cair de forma abrupta em algum momento anterior ao vencimento do título. Neste caso, o emissor exerceria a opção de compra e emitiria um novo título a um custo mais baixo.

Assim, percebe-se que as variações na taxa de juros podem produzir diversos efeitos sobre o preço do título, tornando imprescindível a análise de sensibilidade do mesmo frente a este parâmetro.

A seguir são apresentadas as tabelas comparativas.

Modelo	taxa de juros anual				
	10,089	10,650	11,210	11,771	12,331
MQMC	271,42	268,66	265,87	263,53	260,37
GVW	269,47	265,83	261,44	258,51	255,82
DFI	267,65	263,68	259,99	256,73	254,22

Tabela 23 – Sensibilidade do valor do título na emissão frente a mudanças na taxa de juros

Modelo	taxa de juros anual				
	10,089%	10,650%	11,210%	11,771%	12,331%
MQMC	2,09%	1,05%	0,00%	-0,88%	-2,07%
GVW	3,07%	1,68%	0,00%	-1,12%	-2,15%
DFI	2,95%	1,42%	0,00%	-1,25%	-2,22%

Tabela 24 – Variação percentual do valor do título na emissão frente a mudanças na taxa de juros

A tabela 23 ilustra a sensibilidade do valor do LYON frente a mudanças na taxa de juros da ordem de 0,51% (aproximadamente 5% de variação), de acordo com os três modelos. Observa-se que o valor do LYON cai à medida que a taxa de juros sobe. Observando as variações no valor do LYON em termos percentuais na tabela 24, percebe-se a sensibilidade capturada pelos três modelos em relação às oscilações

neste parâmetro. Para uma queda da taxa de juros de 11,21% para 10,089%, o modelo cuja mudança no valor do título foi maior foi o GVW, que capturou um aumento de 3,07% no valor do título. Já no que se refere a um aumento na taxa de juros de 11,21% para 12,331%, o modelo cuja mudança no valor do título foi mais intensa foi o DFI, que capturou uma queda de -2,22% no valor do título.

○ **Sensibilidade em relação a mudanças nas opções de compra e venda**

Além das análises apresentadas, os modelos propostos possibilitam avaliar a sensibilidade do valor do LYON frente a mudanças nas datas e/ou preços de exercício das opções de compra e venda. Como existem infinitas possibilidades de mudanças nas opções, a tabela 25 procura ilustrar este efeito através dos três modelos desenvolvidos mediante comparação entre o valor do LYON na emissão, que possui opção de compra e venda, com o de um título hipotético idêntico ao LYON mas sem a opção de compra, um outro que não apresente a opção de venda, e um terceiro, que não contemple nenhuma das duas opções. A tabela 26 ilustra a sensibilidade dos modelos através da variação percentual do valor do título em cada alteração implementada.

Modelo	LYON	LYON sem a opção de compra	LYON sem a opção de venda	LYON sem as opções
MQMC	265,87	282,24	258,42	264,52
GVW	261,44	276,31	249,91	262,71
DFI	260,29	279,63	245,93	259,55

Tabela 25 - Sensibilidade do valor do título na emissão em relação às opções

Modelo	LYON	LYON sem a opção de compra	LYON sem a opção de venda	LYON sem as opções
MQMC	0%	6,16%	-2,80%	-0,51%
GVW	0%	5,69%	-4,41%	0,49%
DFI	0%	7,43%	-5,52%	-0,28%

Tabela 26 – Variação percentual do valor do título na emissão em relação às opções

Como era esperado, ao retirar-se a opção de compra do título seu valor aumenta, pois este estaria sendo negociado com um benefício a menos para o emissor. O aumento no valor do título neste caso foi de 6,16% no modelo MQMC, 5,69% no modelo GVW e 7,43% no modelo DFI. Já ao excluir-se a opção de venda,

seu valor diminui, pois neste caso o investidor não teria a proteção que a opção de venda proporciona. A redução no valor do título após retirar-se a opção de venda foi de 2,8% no modelo MQMC, 4,41% no modelo GVW e 5,52% no modelo DFI.

Observando as duas colunas que apresentam o valor do LYON quando se retira as duas opções, nota-se um fato importante: o valor encontrado não é o simples somatório dos valores das opções individualmente, pois além da presença da conversibilidade, existe sinergia entre as opções embutidas no contrato. Os modelos MQMC e DFI identificaram respectivamente uma queda de 0,51% e 0,28 % no valor do título, enquanto a retirada das opções gerou um aumento de 0,49% no valor do título de acordo com o modelo GVW.⁵

9.2

Estimação dos Parâmetros do Modelo (Generalização)

Conforme descrito, a aplicação dos modelos realizadas neste trabalho tomou como base para os parâmetros de entrada os mesmos valores utilizados por McConnell e Schwartz [8]. Para aplicação futura dos modelos desenvolvidos, são descritos brevemente a seguir todos os parâmetros dos modelos necessários ao início dos cálculos. Parte deles se refere a variáveis do contrato do título conversível ou a variáveis que não exigem estimação (como o preço da ação no momento da emissão do título), e parte refere-se a variáveis a serem estimadas a partir de uma determinada metodologia.

Os parâmetros de entrada que não exigem estimação são: número de dias úteis entre a emissão e o vencimento do título; número de dias úteis entre a emissão e o fim do período de proteção à opção de compra; valor da ação acima do qual a proteção à opção de compra deixa de prevalecer; valor da ação da firma emissora no momento

⁵ Considerando as opções de compra e venda, foi observada uma sensibilidade maior em relação à opção de compra. Cabe lembrar que mudanças nas datas e preços de exercício das opções, bem como nas características da proteção à opção de compra estabelecidas em contrato, podem alterar consideravelmente esta sensibilidade.

da emissão do título; valor de face do título; taxa de conversão; cronograma de preços de exercício da opção de compra e da opção de venda e número de simulações.

No que se refere à estimativa dos parâmetros de entrada que exigem estimação, são descritas a seguir as formas de identificação destes parâmetros: taxa de juros livre de risco, volatilidade do preço da ação da firma emissora e dividendos.

- Taxa de Juros Livre de Risco

A escolha de uma taxa que não apresente a possibilidade de perdas por inadimplência recai normalmente na utilização das taxas de retorno dos títulos do governo, alternativa comumente empregada em artigos da literatura americana. Apesar disso, não existe consenso quanto aos prazos mais adequados dos títulos a serem tomados como base, já que existem diversas opções disponíveis. Para a avaliação de derivativos, uma opção seria a escolha da taxa do título com prazo mais próximo ao do papel que está sendo avaliado. Sharpe, Alexander e Bailer [48] realizaram um estudo identificando os riscos ao se considerar papéis com prazos distintos do horizonte de investimento do investidor, concluindo que apenas um título poderia ser considerado livre de risco: aquele que realizasse um único pagamento na data de vencimento e cujo prazo coincidissem com o horizonte de investimento do investidor. Assim, além de se encaixar no prazo desejado pelo investidor, o título também precisaria ser um zero cupom.

No que se refere ao mercado brasileiro, a taxa de juros normalmente utilizada como estimativa da taxa de juros livre de risco na avaliação de derivativos é o CDI over, sendo este o parâmetro mais frequentemente usado pelos pesquisadores brasileiros [41]. Nos modelos em que se torna necessário a especificação da estrutura a termo da taxa de juros livre de risco, esta pode ser definida a partir de cotações do mercado futuro (futuros de DI) da Bolsa de Mercadorias e Futuros – BM&F.

- Volatilidade do Preço da Ação da Firma Emissora

Além da taxa de juros livre de risco, a utilização dos modelos exige a estimativa da volatilidade do preço da ação da firma emissora. A maneira mais usual

para realização desta estimativa é através do cálculo da variância e do desvio padrão da série histórica de retornos da ação, normalmente baseada nos dados dos últimos 12 a 24 meses.

Para os casos em que se observa a existência de opções de compra ou de venda sobre as ações da firma, pode-se trabalhar também com a volatilidade implícita, que consiste na resolução da equação de Black e Scholes tendo como parâmetro a ser estimado a volatilidade do ativo objeto.

- Dividendos

Para obtenção da estimativa da taxa (percentual) de pagamento de dividendos sobre o preço da ação, ou do valor monetário do pagamento do dividendo, assim como da taxa constante de crescimento do dividendo, pode-se utilizar o histórico anterior de distribuições aos acionistas realizadas pelas empresas emissoras, trabalhando-se então com a média observada nos períodos anteriores à emissão.