



**Giuliano Carrozza Uzêda Iorio de Souza**

**Avaliação de Títulos  
Conversíveis com Opções de Compra  
e Venda Implícitas em Contrato**

**Tese de Doutorado**

Tese apresentada ao Departamento de Engenharia Industrial da PUC/RJ como parte dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Engenharia de Produção: Finanças e Análise de Investimentos.

Orientador: Carlos Patrício Samanez

**Rio de Janeiro  
Maio de 2006**



**Giuliano Carrozza Uzêda Iorio de Souza**

**Avaliação de Títulos Conversíveis com  
Opções de Compra e Venda Implícitas em  
Contrato**

Tese apresentada como requisito parcial para  
obtenção do grau de Doutor pelo Programa de Pós-  
graduação em Engenharia Industrial da PUC-Rio.  
Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo  
assinada.

**Prof. Carlos Patrício Samanez**

Orientador

Departamento de Engenharia Industrial – PUC-Rio

**Prof. Antônio Carlos Figueiredo Pinto**

IAG – PUC-Rio

**Prof. Antônio de Araújo Freitas Júnior**

Fundação Getúlio Vargas - FGV

**Fernando Antônio de Lucena Aiube**

Departamento de Engenharia Industrial – PUC-Rio

**Prof. Eduardo Moreira da Costa**

Universidade Federal de Minas Gerais-UFMG

**José Eugênio Leal**

Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico – PUC-Rio

Rio de Janeiro, 17 de maio de 2006

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

### **Giuliano Carrozza Uzêda Iorio de Souza**

Mestre em Engenharia de Produção com ênfase em Finanças e Análise de Investimentos (2001) pelo Departamento de Engenharia Industrial da PUC-RJ. Possui MBA em Finanças Corporativas (FGV/EPGE - 2000) e o Bacharelado em Administração de Empresas pelo IBMEC (1998). É Analista do Banco Central do Brasil, tendo sido aprovado no concurso público de 2006. Atuou entre 2003 e 2006 como Analista do Departamento de Investimentos da Financiadora de Estudos e Projetos (Finep), sendo responsável pela avaliação dos investimentos em Fundos de Capital de Risco realizados pela instituição, contribuindo desde a elaboração dos contratos de investimento até a seleção dos Gestores e o acompanhamento dos Fundos e empresas investidas.

#### Ficha Catalográfica

Souza, Giuliano Carrozza Uzêda Iorio de

Avaliação de títulos conversíveis com opções de compra e venda implícitas em contrato / Giuliano Carrozza Uzêda Iorio de Souza ; orientador: Carlos Patrício Samanez. – Rio de Janeiro : PUC, Departamento de Engenharia Industrial, 2006.

175 f. ; 30 cm

Tese (doutorado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Industrial.

Inclui referências bibliográficas.

1. Engenharia industrial – Teses. 2. Títulos conversíveis. 3. Derivativos. 4. Simulação de Monte Carlo. I. Samanez, Carlos Patrício. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Industrial. III. Título.

CDD: 658.5

meus pais, irmãos, amigos, avós,  
familiares e a minha noiva

## Agradecimentos

- A Carlos Patrício Samanez, orientador desta tese, pelo imenso apoio e confiança depositada durante estes seis anos de PUC.
- A todos os professores do Departamento de Engenharia Industrial da PUC-Rio.
- Aos professores Antônio Carlos Figueiredo e Antônio de Araújo Freitas Júnior, pela importante colaboração na elaboração deste trabalho.
- Ao grande amigo Gustavo Santos Raposo, pela presença constante e imprescindível em todas as etapas do presente trabalho.
- À Patrícia Freitas, minha chefe, por toda compreensão nos momentos em que os estudos exigiram minha dedicação.
- À Cláudia Holanda Alves Ferreira, minha querida noiva e futura esposa, por toda felicidade que me proporciona e pelo importante incentivo, direto e indireto.
- A meus irmãos, Bruno e Fabrizio, pela presença impagável em todas as fases da minha vida.
- A meus pais, Ubiratan Iorio e Maria Salete, pelo exemplo que sempre me deram e que desejo repetir com meus filhos.
- A meus avós Nelson, Antonieta, Silvio e Leonor, por todo carinho e pelos pais que me deram.
- A Deus, por tudo
- Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPQ), pela ajuda financeira recebida durante a fase inicial do curso.

## Resumo

Souza, Giuliano Carrozza Uzêda Iorio de; Samanez, Carlos Patrício. Avaliação de títulos conversíveis com opções de compra e venda implícitas em contrato. Rio de Janeiro, 2006. 175 p. Tese de Doutorado - Departamento de Engenharia Industrial, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Em artigo publicado em 1986 no Journal of Finance, “LYON Taming” [35], John McConnell e Eduardo Schwartz desenvolveram um modelo para apreçamento do Liquid Yield Option Notes (LYON), um título que não contempla o pagamento de cupom, em que o investidor possui opção de venda e o direito de convertê-lo em um determinado número de ações do emissor que, por sua vez, possui opção de compra, na qual, assim como no caso da opção de venda, o ativo objeto é o próprio título. Como estão inerentes ao título opções e a conversibilidade, o alicerce teórico para a análise realizada pelos autores baseou-se na teoria de apreçamento de opções, desenvolvida por Black e Sholes (1973) [6] e estendida por Merton (1973) [37]. McConnell e Schwartz assumiram as taxas de juros como determinísticas e dependentes somente do tempo. Em linhas gerais, o modelo por eles criado norteia-se na resolução da equação diferencial para um derivativo dependente de uma ação que distribui dividendo continuamente. O presente trabalho consiste na avaliação do título conversível LYON a partir da aplicação de três dos métodos mais modernos e eficientes para avaliação de derivativos: Método de Diferenças Finitas Implícito (DFI), Método dos Mínimos Quadrados de Monte Carlo (MQMC) e Método de Grant, Vora & Weeks (GVW). Assim, além de apresentar o modelo desenvolvido baseado no Método de Diferenças Finitas Implícito - que consiste na resolução da equação diferencial por aproximações das derivadas quando não há solução analítica para o problema, resultando em uma malha que representa valores do mesmo para cada instante de tempo e preço da ação do emissor discretizado no modelo-, pretende-se avaliar a eficiência do Método de Simulação de Monte Carlo considerando suas sofisticações mais recentes aplicáveis ao apreçamento de derivativos, tais como os modelos MQMC e GVW, que apresentam boa aplicabilidade e versatilidade para o apreçamento de títulos como o em questão. Um grande desafio do trabalho

encontra-se na aplicação destes modelos para a avaliação de um título com a complexidade do LYON, já que tanto o modelo MQMC quanto o GVW foram desenvolvidos pelos autores para o apreamento de opções americanas tradicionais. Por sua simplicidade e aplicação aos problemas em finanças, conforme se pode observar nos trabalhos de Marins (2006) [33] e Frota (2005) [19], utilizou-se a técnica de Variáveis Antitéticas como técnica de aceleração de convergência nas adaptações dos modelos MQMC e GVW desenvolvidas. Embora outras técnicas também gerem um bom nível de eficiência, esta é uma das que comprovadamente reduz o tempo de processamento dos modelos de simulação, além de gerar melhorias significativas em termos de convergência, conforme também se pode observar nos trabalhos de Marins e Frota. As demais técnicas de importância já reconhecida também são descritas brevemente no trabalho. Conforme afirmam McConnell e Schwartz (1986) [35], a utilização da taxa de juros como determinística não traz nenhum tipo de problema. Ramos (2005) [41] afirma também que os modelos de apenas um fator são considerados mais precisos, uma vez que a modelagem da taxa de juros como estocástica mostrou-se de importância secundária em diversos trabalhos já desenvolvidos neste sentido. Desta forma, serão aplicados os três métodos para apreamento do derivativo considerando como variável estocástica o preço da ação do emissor. A avaliação dos modelos será realizada através da comparação entre os resultados encontrados, bem como com aqueles apresentados por McConnell e Schwartz no artigo citado anteriormente.

## **Palavras-chave**

Títulos conversíveis; derivativos; Simulação de Monte Carlo.

## **Abstract**

Souza, Giuliano Carrozza Uzêda Iorio de; Samanez, Carlos Patrício. Evaluating convertible, callable and redeemable bonds. Rio de Janeiro, 2006. 175 p. Doctor Thesis - Departamento de Engenharia Industrial, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

In their 1986 Journal of Finance article, “LYON Taming,” John McConnell and Eduardo Schwartz outlined a technique for pricing Liquid Yield Option Notes (LYON’s). In the words of McConnell and Schwartz, a LYON is a zero coupon note which is convertible, callable and redeemable. The convertible aspect of the LYON allows the holder of the note to convert the LYON at any time into a predetermined number of shares of the issue’s stock. The callable clause of the contract enables the issuer of the LYON to call the LYON for either, according to the choice of holder, the exercise price of the call option or for an equivalent amount issuer stock. Finally, the holder has the choice to redeem the LYON for a predetermined monetary amount. Considering the fact that these kind of assets have embedded derivatives (i.e., puts and calls), it is quite intuitive that the appropriate way to analyze them is through the contingent claim methodology, valuing them according to the Pricing Options Theory – developed by Black and Shole (1973) [4] and extended by Merton (1976) [22] - McConnell and Schwartz simplified the problem by assuming that, for an instance, the interest rate were flat and known. Based on that, the main idea behind the model is solving the differential equation that describes the behavior of that bond as a function of the stock price (stochastic variable) and the time horizon till the maturity of the bond. This present paper aims at evaluating the LYON convertible bond by means of three of the most modern and efficient methodologies to appraise derivatives: Finite Difference Method (FDM), Least Square Monte Carlo (LSM) and Grant, Vora & Weeks (GVW). Thus, besides presenting the developed model based on the Finite Difference Method (which consists in solving the differential equation when there is no analytical solution to the problem and in determining the behavior of the bond through a network which represents values of the bond achieved by approximations of the derivatives), the aim is to evaluate the efficiency of the Monte Carlo Simulation Methodology considering its more recent features applicable to the appraisal of derivatives such as the LSM and GVW models, which present good applicability and versatility for the appraisal of bonds like the one in question. The great challenge lies in using these models with



a view to appraising a bond as complex as LYON, seeing that both the LSM and the GVW models were developed and used by the authors only in the appraisal of traditional American options. For its simplicity and application to the problems in finance, as it can be observed in Marins (2006) [33] e Frota (2005) [19], the Antithetic Variables technique was used so as to accelerate the convergence in the developed adaptations of MQMC and GVW models. Although other techniques also produce a good level of efficiency, this one has proved to reduce the processing time of the simulation models and make significant improvements in convergence terms, as it can also be observed in Marins's and Frota's papers. The other techniques of recognized importance in the academic field are also briefly described here. According to McConnell e Schwartz (1986) [35], considering interest rates as deterministic variable doesn't create problems. In the same line, Ramos (2005) [41] said that the models with just one factor are considered precise. According to several papers analyzed by her, the use interest rates as stochastic variable shows to be of secondary importance. Therefore, the three methods for appraisal of the derivative will be applied, considering the issuer's stock price as stochastic variable and then a comparison will be made with the results found as well as with those presented by McConnell and Schwartz in the article mentioned above.

## **Keywords**

Convertible bonds; contingent claim; Monte Carlo Simulation.

## Sumário

<b>1 Introdução.....</b>	<b>18</b>
1.1 Relevância do Trabalho.....	19
1.1.1 Contribuição Acadêmica.....	19
1.1.2 Posicionamento da Tese.....	20
1.1.3 Ambiente Empresarial.....	30
1.1.4 Cenário Brasileiro.....	31
 <b>2 Emissão de Debêntures e Títulos Lançados por Empresas Brasileiras no Mercado Externo.....</b>	 <b>33</b>
2.1 Introdução.....	33
2.2 Influências do Ambiente Doméstico e Externo.....	35
2.3 Captações de Empresas Brasileiras no Exterior.....	36
2.4 Emissão de Debêntures.....	39
 <b>3 Características dos Títulos Conversíveis.....</b>	 <b>42</b>
3.1 Introdução.....	42
3.2 Termos referentes aos títulos conversíveis.....	42
 <b>4 Detalhamento do Título.....</b>	 <b>47</b>
4.1 Introdução.....	47
4.2 Liquid Yield Option Notes.....	47

## **5 Avaliação do Título Conversível pelo Método de Diferenças Finitas**

<b>Implícito (DFI)).....</b>	<b>51</b>
5.1 Metodologia - Premissas.....	51
5.2 A Equação do Título.....	53
5.3 Condições de Contorno.....	55
5.4 Resolução da Equação – Definindo as Condições de Contorno no Método das Diferenças Finitas Implícito.....	64

## **6: Simulação de Monte Carlo – Visão Geral..... 67**

6.1 Introdução.....	67
6.2 Geração de Números Aleatórios.....	68
6.2.1 Tipos de Números e Geradores para o Método de Monte Carlo.....	68
6.2.2 Métodos para geração de Números Pseudo-Aleatórios.....	69
6.2.3 Geração de Números Aleatórios de Distribuições de Probabilidade...	70
6.3 Simulação de Monte Carlo na Avaliação de Opções.....	72
6.4 Técnicas de Redução de Variância.....	74
6.4.1 Variáveis Antitéticas.....	74
6.4.2 Variáveis de Controle.....	75
6.4.3 Método Moment Matching.....	75
6.4.4 Amostragem por Importância.....	76
6.4.5 Amostragem Estratificada.....	77
6.4.6 Hipercubo Latino.....	77
6.4.7 Amostragem Descritiva.....	78
6.4.8 Abordagem dos Modelos Desenvolvidos.....	78

<b>7 Avaliação do Título Conversível pelo Método dos Mínimos Quadrados de Monte Carlo (MQMC).....</b>	<b>79</b>
7.1 Introdução.....	79
7.2 Aplicação do Método dos Mínimos Quadrados de Monte Carlo (MQMC) na avaliação do Liquid Yield Option Notes (LYON).....	88
7.3 Metodologia.....	89
7.3.1 Algoritmo.....	93
<b>8 Avaliação do Título Conversível pelo Método de Grant, Vora e Weeks (GVW).....</b>	<b>100</b>
8.1 Introdução.....	100
8.2 Aplicação do Método de Grant, Vora e Weeks (GVW) na avaliação do Liquid Yield Option Notes (LYON).....	104
8.3 Metodologia.....	104
8.3.1 O Algoritmo.....	112
<b>9 Aplicação dos Modelos.....</b>	<b>117</b>
9.1 Análise de Sensibilidade.....	123
9.2 Estimação dos Parâmetros dos Modelos (Generalização).....	127
<b>10 Conclusão.....</b>	<b>130</b>
<b>11 Referências Bibliográficas.....</b>	<b>134</b>

<b>Apêndice 1 - Derivação do Lema de Ito.....</b>	<b>138</b>
<b>Apêndice 2 - Derivação da Equação Diferencial Satisfeita por um Derivativo Dependente de uma Ação que Paga Dividendo Contínuo.....</b>	<b>140</b>
<b>Apêndice 3 - O Método de Diferenças Finitas Implícito.....</b>	<b>142</b>
<b>Apêndice 4 - Código do Modelo por Diferenças Finitas (Matlab).....</b>	<b>149</b>
<b>Apêndice 5 - Código do Modelo Grand, Vora e Weeks (Matlab): Determinação das Cuvas de Gatilho.....</b>	<b>153</b>
<b>Apêndice 6 - Código do Modelo Grand, Vora e Weeks (Matlab): Apreçamento.....</b>	<b>164</b>
<b>Apêndice 7 - Código do Modelo por Mínimos Quadrados de Monte Carlo (Matlab): Apreçamento.....</b>	<b>168</b>
<b>Anexo 1 - Circular BACEN nº 2.199, de 16 de julho de 1992.....</b>	<b>174</b>

## Lista de Tabelas

Tabela 1 Situação / Ação / Desembolso (valor do LYON).....	62
Tabela 2 - Exemplo de matriz de simulações do preço do ativo objeto.....	81
Tabela 3 - Situação da opção de acordo com o preço simulado para o ativo objeto.....	81
Tabela 4 - Fluxo de caixa da opção em $T=3$ .....	82
Tabela 5 - Valores do ativo objeto em $t=2$ que deixam a opção <i>in the money</i> .....	82
Tabela 6 - Valores a serem descontados para $t = 2$ .....	83
Tabela 7 - Regressão no instante $t=2$ .....	83
Tabela 8 - Comparação do exercício antecipado em $t = 2$ com o valor de continuação.....	84
Tabela 9 - Matriz de fluxo de caixa em $t=2$ e $T=3$ .....	84
Tabela 10 - Valores do ativo objeto em $t=1$ que deixam a opção <i>in the money</i> ...	85
Tabela 11 - Valores a serem descontados para $t = 1$ de forma a compor o vetor Y.....	86
Tabela 12 - Regressão no instante $t=1$ .....	86
Tabela 13 - Comparação do exercício antecipado em $t = 1$ com o valor de continuação.....	87
Tabela 14 - Matriz de fluxo de caixa em $t=1$ , $t = 2$ e $T=3$ .....	87
Tabela 15 - Matriz de decisões de parada.....	88
Tabela 16 - Datas de Exercício e Preços de Exercício da Opção de Venda.....	118
Tabela 17 - Preços de Exercício da Opção de Compra.....	118
Tabela 18 – Convergência dos Modelos.....	120

Tabela 19 – Resultados dos modelos.....	122
Tabela 20 – Erros dos Modelos.....	123
Tabela 21 – Sensibilidade do valor do título na emissão frente a mudanças na volatilidade.....	124
Tabela 22 – Variação percentual do valor do título na emissão frente a mudanças na volatilidade.....	124
Tabela 23 – Sensibilidade do valor do título na emissão frente a mudanças na taxa de juros.....	125
Tabela 24 – Variação percentual do valor do título na emissão frente a mudanças na taxa de juros.....	125
Tabela 25 - Sensibilidade do valor do título na emissão em relação às opções..	126
Tabela 26 – Variação percentual do valor do título na emissão em relação às opções.....	126

## Lista de Ilustrações

Figura 1: Estrutura do Balanço Patrimonial.....	33
Figura 2: Volume das Emissões de Debêntures registrado na CVM (em moeda da época).....	40
Figura 3: Condição de Maturidade.....	56
Figura 4: Condição de Conversão.....	57
Figura 5: Condição de Venda.....	58
Figura 6: Condição de Compra (sem opção de venda).....	59
Figura 7: Condição de Compra (preço de exercício da opção de venda maior que o da opção de compra).....	59
Figura 8: Condição de Compra (preço de exercício da opção de venda igual ao da opção de compra).....	60
Figura 9: Situações / Ações.....	60
Figura 10: Discretização dos valores do ativo base e do tempo.....	64
Figura 11: Condições de Contorno.....	65
Figura 12 – Números aleatórios Vs. Quase-aleatórios.....	71
Figura 13 – Trajetórias.....	94
Figura 14 - 1º Passo para o apreçamento de uma opção de compra.....	101
Figura 15 - 2º Passo para o apreçamento de uma opção de compra.....	102
Figura 16 - 3º Passo para o apreçamento de uma opção de compra.....	103
Figura 17 - 4º Passo para o apreçamento de uma opção de compra.....	103
Figura 18 – 1ª Etapa para o apreçamento do LYON.....	106
Figura 19 – 2ª Etapa para o apreçamento do LYON (Preço crítico da	



convertibilidade).....	107
Figura 20 - 2ª Etapa para o apuração do LYON (Preço crítico da opção de compra).....	108
Figura 21 - 2ª Etapa para o apuração do LYON (Preço crítico da opção de venda).....	108
Figura 22 – 3ª Etapa - Preços críticos em T-2.....	111
Figura 23 – 4ª Etapa críticos em T-2.....	112
Figura 24 - Curvas de gatilho.....	119
Figura 25 – Convergência dos Modelos.....	120
Figura 26 – Malha DFI (preço do título x instante de tempo x preço da ação).....	121