4
Modelagem Matemática

O valor presente da rentabilidade de um portfolio é uma variável aleatória que será avaliada através de duas medidas: valor esperado e valor em risco. Neste capítulo foi desenvolvido um modelo que incorpora a incerteza com relação ao Preço de Liquidação de Diferenças e a incerteza com relação à demanda por energia.

Essas duas fontes de incerteza são importantes na determinação do valor de um portfolio de contratos de compra e venda de energia elétrica, bem como no risco associado e na determinação do valor adicionado pelas flexibilidades embutidas nos contratos. Decisões com relação à incorporação de novos contratos de compra ou de venda também devem ser tomadas baseadas nestas fontes de incerteza.

Este capítulo está estruturado da seguinte forma: a seção 4.1 discute a simulação do Preço de Liquidação de Diferenças através do modelo NEWAVE. A seção 4.2 apresenta o processo estocástico utilizado para a representação da incerteza com relação ao consumo de energia elétrica. A seção 4.3 apresenta a formulação matemática para a simulação do cálculo do valor esperado do portfolio, incorporando as incertezas apresentadas nas seções anteriores. A seção 4.4 apresenta o cálculo dos valores em risco através de duas métricas: Value at Risk e Conditional Value at Risk. A seção 4.5 apresenta o cálculo do valor adicionado pelas flexibilidades nos contratos de compra de energia.

4.1.
Simulação do Preço de Liquidação de Diferenças (PLD)

Como apresentado no Capítulo 2, um dos principais riscos que um agente comercializador está exposto é a volatilidade do preço da energia (PLD) na

Câmara de Comercialização de Energia Elétrica. A seguir será apresentado um resumo da metodologia de cálculo do PLD implementado no modelo NEWAVE e o processo de simulação de séries de preços realizado por este modelo, que serão utilizados na modelagem que será apresentada neste capítulo.

O objetivo do planejamento da operação de um sistema hidrotérmico é determinar metas de geração para cada usina, a cada etapa, que atendam a demanda e minimizem o valor esperado do custo de operação ao longo do período de planejamento. Este custo é composto pelo custo variável de combustível das usinas térmicas e pelo custo atribuído as interrupções de fornecimento de energia, representado por uma função de penalização dos déficits de energia [20].

A política de operação depende dos cenários de operações futuros. Alguns dos parâmetros que definem estes cenários são: condições hidrológicas, demanda, preço do combustível, custo de déficit, entrada de novos projetos e disponibilidade de equipamentos de geração e transmissão. A previsão destes parâmetros é muito complexa e sujeita a uma grande incerteza.

Em sistemas de geração compostos somente de usinas térmicas, o custo de cada usina depende basicamente do custo de combustível. Portanto, o problema de operação consiste em determinar a combinação de usinas que minimize o custo total de combustível necessário para atender a demanda. Em sua versão mais simples, este problema é resolvido colocando as usinas em ordem crescente de custo de produzir um MWh adicional e ajustando a operação as flutuações da demanda.

Ao contrário dos sistemas puramente térmicos, sistemas com uma porcentagem substancial de geração hidroelétrica podem utilizar a energia armazenada grátis nos reservatórios do sistema para atender a demanda, substituindo assim a geração das unidades térmicas. Entretanto o volume de água afluente aos reservatórios é desconhecido, pois depende basicamente das afluências que irão ocorrer no futuro. Além disso, a disponibilidade de energia hidroelétrica é limitada pela capacidade de armazenamento dos reservatórios.

O problema de planejamento da operação dos sistemas hidrotérmicos possui características que podem ser assim resumidas:

- é acoplado no tempo, ou seja, é necessário avaliar as conseqüências futuras de uma decisão no presente. A solução ótima é um equilíbrio entre o benefício presente do uso da água e o benefício futuro de seu armazenamento, medido em termos de economia esperada dos combustíveis das unidades térmicas.
- a este problema dinâmico se agrega o problema da irregularidade das vazões afluentes aos reservatórios, que variam sazonalmente e regionalmente. Ademais, as previsões das afluências futuras são, em geral, pouco precisas. A incerteza com respeito às vazões, aliada a incerteza com respeito à demanda de energia, faz do planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos um problema essencialmente estocástico.
- é acoplado no espaço, ou seja, há interdependência na operação de usinas hidroelétricas, pois a quantidade de água liberada em uma usina afeta a operação de outra situada a jusante.
- o valor da energia gerada por uma hidroelétrica somente pode ser medido em termos da economia resultante nos custos de geração térmica ou déficits evitados e não diretamente como uma função apenas do estado da usina.
- os objetivos de economia de operação e confiabilidade do atendimento são claramente antagônicos.

Em sistemas hidrotérmicos, é necessário determinar o valor da geração hidroelétrica. O valor da energia hidroelétrica é o valor da geração térmica que se poderia substituir hoje ou no futuro. Este valor é calculado como uma etapa do processo de determinação da política ótima.

Como já foi dito, a decisão sobre quando utilizar os estoques de energia representados pela água armazenada nos reservatórios está intrinsecamente ligada à incerteza quanto às afluências futuras, devendo resultar de uma análise probabilística de seu comportamento. Além disso, a decisão operativa mais adequada dependerá obviamente das condições do sistema.

Como a estratégia de operação deve ser calculada para todas as possibilidades de combinações de níveis de reservatórios e tendências hidrológicas, o problema da operação ótima do sistema torna-se rapidamente intratável do ponto de vista computacional.

No caso brasileiro, tornou-se necessário desenvolver métodos capazes de fornecer a solução do problema de operação e um custo computacional aceitável. A metodologia adotada pode ser assim resumida: agregar os reservatórios do sistema em um reservatório equivalente de energia, agregar as afluências ao sistema em afluências energéticas equivalentes, representar as afluências por um modelo estocástico adequado e usar técnicas de programação dinâmica estocástica para obter a estratégia de operação.

A solução do problema de planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos pode ser obtida através do modelo NEWAVE, que é um modelo baseado na técnica de Programação Dinâmica Dual Estocástica. O modelo NEWAVE é composto por quatro módulos computacionais: módulo de cálculo do sistema equivalente, módulo de energias afluentes, módulo de cálculo da política de operação hidrotérmica e módulo de simulação da operação.

O módulo de cálculo do sistema equivalente calcula os subsistemas equivalentes de energia: energias armazenáveis máximas, séries históricas de energias controláveis e energias fio d`água, energia evaporada, capacidade de turbinamento, etc

O módulo de energias afluentes estima os parâmetros do modelo estocástico e gera as séries sintéticas de energias afluentes que são utilizadas no módulo de cálculo da política de operação hidrotérmica e para geração de séries sintéticas de energias afluentes para análise de desempenho no módulo de simulação da operação.

O módulo de cálculo da política de operação hidrotérmica determina a política de operação mais econômica para os subsistemas equivalentes, tendo em conta as incertezas nas afluências futuras.

O módulo de simulação da operação simula a operação do sistema ao longo do período de planejamento, para distintas séries sintéticas de energias afluentes geradas no módulo de energias afluentes.

Como informação resultante da execução deste último módulo temos as simulações dos custos marginais de operação para cada submercado. O custo marginal reflete o equilíbrio dinâmico entre a oferta e a demanda por eletricidade. As séries de PLDs podem então ser determinadas com base nas séries de custos marginais de operação.

A distribuição de probabilidades dos preços futuros é bastante assimétrica. A Figura 4.1 apresenta esta distribuição para março de 2006 no submercado Sudeste. Das 2000 séries de preço simuladas, cerca de 55% apresentam valores de PLD mínimo (R$18,33/MWh).

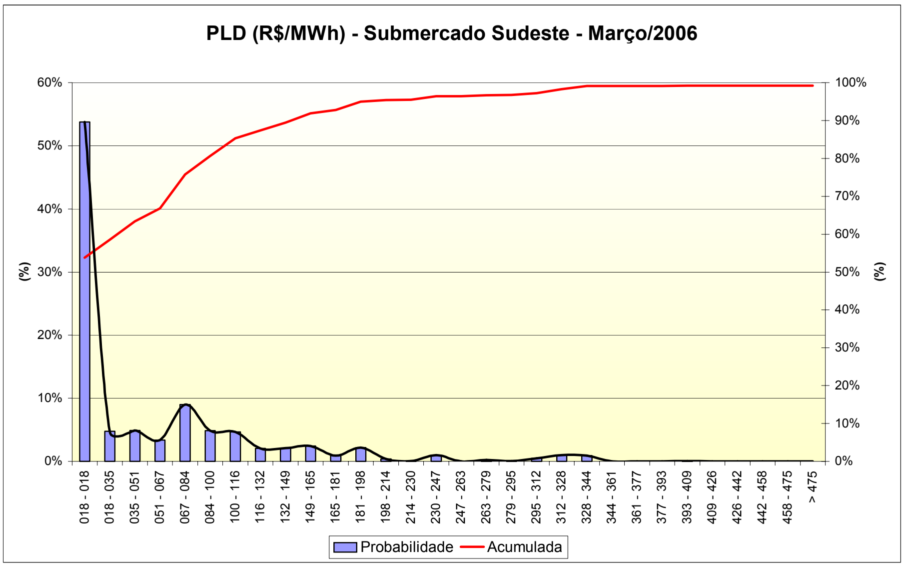

Figura 4.1 – Distribuição de PLDs

4.2. Incerteza com Relação ao Consumo de Energia

De forma geral, a demanda por energia elétrica está ligada ao nível de renda e ao preço da energia. No Brasil muitos autores defendem que a elasticidade de preço é baixa e, numa primeira aproximação, pode ser ignorada. Assim, a demanda por energia elétrica segue o nível da atividade econômica, ou seja, o processo da demanda é semelhante ao processo do PIB. Moreira[21] para o estudo da participação da termogeração na expansão do Sistema Elétrico Brasileiro, utilizou como processo para determinação do nível de atividade o passeio aleatório com deslocamento, apresentado na equação (4.1) na qual (μ) mede a taxa de crescimento da demanda.

$$\frac{\Delta d_t}{d_t} = \mu + \sigma_d e_d \quad \text{sendo} \quad e_d \approx N(0,1) \tag{4.1}$$

Neste estudo admitiu-se que a demanda tenha uma componente sazonal (S_d) que deve ser extraída, conforme equação (4.2). A tendência da demanda (d_t) segue o movimento geométrico browniano e a demanda efetiva é essa tendência ajustada sazonalmente.

$$d^*_t = d_t S_{d(t)} \tag{4.2}$$

Nessa dissertação, a incerteza da demanda está relacionada à atividade industrial de forma individual e não agregado a outras indústrias e mesmo a outras classes de consumo. O processo estocástico utilizado para representar a incerteza com relação ao consumo de energia será o processo aritmético browniano sem tendência, ou seja, será considerado que a taxa de desvio esperado é nula. Esta premissa é válida pelo fato das indústrias possuírem uma tendência de consumo constante, limitada por um nível de produção máximo. Torna-se necessário então um desenvolvimento que permita a descrição deste processo. Iniciaremos pela definição de um processo estocástico.

Dixit & Pindyck [22] descrevem um processo estocástico como uma variável que se desenvolve no tempo de uma maneira que é pelo menos parcialmente aleatória e imprevisível. De uma maneira mais formal, um processo estocástico é definido por uma lei de probabilidade para a evolução de uma variável x durante um tempo t.

O processo de Wiener, ou Movimento Browniano, é um tipo particular do Processo de Markov[6]. Seja uma variável z(t) que segue um Processo de Wiener. Então qualquer variação em z, dz, deve satisfazer as seguintes condições:

1) dz relaciona-se com dt pela equação:

$$dz = \varepsilon_t \sqrt{dt} \tag{4.3}$$

onde ε_t é uma variável aleatória de uma distribuição normal padronizada

2) A variável aleatória ε_t não possui correlação serial, isto é, $E(\varepsilon_t \varepsilon_s) = 0$, para $t \neq s$. Ou seja, os valores de dz para dois intervalos de tempo distintos são independentes.

Logo, a partir da primeira propriedade, dz possui distribuição normal com:

$$E[dz] = 0 \tag{4.4}$$

$$Var[dz] = dt \tag{4.5}$$

Podemos concluir então que os incrementos do Processo de Wiener seguem uma distribuição normal com parâmetros $dz \approx N(0, dt)$, ou seja, o Processo de Wiener é um processo estocástico não-estacionário, pois sua variância cresce linearmente com o horizonte de tempo.

O Processo de Wiener Generalizado, também conhecido como Movimento Aritmético Browniano, que será utilizado nesta dissertação como o processo

---

[6] Processo de Markov é um tipo de processo estocástico onde somente o valor presente de uma variável é relevante para prever o futuro.

estocástico para o consumo de energia, pode ser definido em termos do incremento de Wiener, da seguinte forma:

$$dx = \alpha dt + \sigma dz \tag{4.6}$$

onde:

$$dz = \varepsilon \sqrt{dt}$$

$$\varepsilon \approx N(0,1)$$

O termo αdt da equação (4.6) implica que x possui uma taxa de desvio esperada de α por unidade de tempo. α é conhecido como parâmetro *drift.* O termo σdz é o que agrega variabilidade a trajetória seguida por x, onde a medida deste ruído é σ vezes o incremento de Wiener.

Considerando um intervalo de tempo dt, a mudança em x, denotada por dx possui distribuição normal com média e variância definido pelas equações a seguir:

$$E[dx] = \alpha dt \tag{4.7}$$

$$Var[dx] = \sigma^2 dt \tag{4.8}$$

Com apresentado anteriormente, a principal característica do consumo industrial de energia elétrica é a incerteza com relação ao montante a ser consumido. Adaptando a equação (4.6) ao problema a ser estudado, temos:

$$EC_{v,t}^{p} = EC_{v,t-1}^{p} + \sigma_v dz \tag{4.9}$$

$$dz = \varepsilon_t \sqrt{\Delta t}$$

onde:

$EC_{v,t}^{p}$ = montante de energia efetivamente consumido no contrato de venda v no mês t, referente a simulação p para este contrato, em MWmed;

$\sigma_v =$ parâmetro de variância histórica de consumo da indústria referente ao contrato de venda v, em MWmed;

Na equação (4.9) foi considerado que o parâmetro *drift* é igual a zero, ou seja, foi considerado que a taxa de desvio esperado é nula. Outra premissa adotada foi que o intervalo de estudo será mensal, desta forma as flutuações de demanda dentro do dia e dentro da semana foram ignoradas.

A Figura 4.2 mostra 3 séries de consumo gerados para uma indústria utilizando-se a equação (4.9). Neste exemplo considerou-se um desvio histórico de $\sigma =$ 0,1 MWmed e $x_0 = 5$ MWmed. O intervalo de tempo dos dados e do gráfico é de um mês.

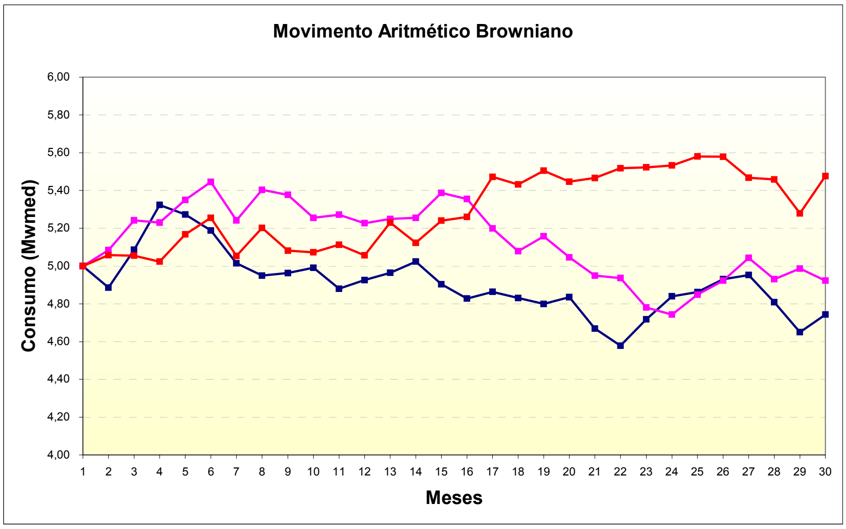

Figura 4.2 – MAB para o Consumo de Energia

4.3. Cálculo do Valor Esperado do Portfolio

Nesta seção será apresentada a formulação matemática para o cálculo do valor esperado do portfolio. Esta formulação incorpora o exercício das flexibilidades apresentadas no Capítulo 2, a incerteza com relação ao Preço de Liquidação de Diferenças e a incerteza com relação ao consumo de energia. As equações apresentadas a seguir serão também utilizadas no cálculo dos valores em risco e no cálculo do valor adicionado pelas flexibilidades ao portfolio.

O valor esperado do VPL do portfolio pode ser calculado através das expressões a seguir:

$$E_{0,i,T}[VPL] = \sum_{t=i}^{T}\left[\frac{1}{nb.ns}\sum_{p=1}^{nb}\sum_{j=1}^{ns}\left(CONT_t^{p,j}.\frac{1}{(1+k)^t}\right)\right] \tag{4.10}$$

$$CONT_t^{p,j} = \sum_{s=1}^{nsub}(RB_t^{p,j,s} - DESP_t^{p,j,s}) \tag{4.11}$$

onde:

$E_{0,i,T}[VPL] =$ valor esperado do valor presente líquido do portfolio em t=0 para t variando do instante em que os contratos se iniciam (t=i) até o momento em que os contratos terminam (t=T) em R$;

$CONT_t^{p,j} =$ resultado líquido das receitas e despesas no mês t, referente a simulação de consumo p e a simulação de preço j, em R$;

$RB_t^{p,j,s} =$ receita bruta dos contratos bilaterais de venda e liquidação na CCEE no mês t, referente a simulação de consumo p, a simulação de preço j, no submercado s, em R$;

$DESP_t^{p,j,s} =$ despesa com os contratos bilaterais de compra e liquidação na CCEE no mês t, referente a simulação de consumo p, a simulação de preço j, no submercado s, em R$;

i = mês inicial dos contratos;

T = mês final dos contratos;

nb = número de séries de consumo simuladas para cada contrato de venda v;

ns = número de séries de PLD simuladas;

nsub = número de submercados do Setor Elétrico Brasileiro;

k= taxa de desconto ajustada ao risco.

O cálculo da receita bruta compreende uma parcela pela venda dos contratos bilaterais e uma parcela pela liquidação de eventuais sobras na CCEE a PLD. A equação a seguir apresenta o cálculo desta receita:

$$RB_t^{p,j,s} = \sum_{v=1}^{nvs} \left(EC_{v,t}^{p,j,s} . P_{v,t} . nh_t \right) + \left(\Delta V_t^{p,j,s} . PLD_t^{j,s} . nh_t \right) \tag{4.12}$$

onde:

$EC_{v,t}^{p,j,s}$ = montante de energia efetivamente consumido no contrato de venda v, no mês t, referente a simulação de consumo p, a simulação de preço j, no submercado s, em MWmed;

$\Delta V_t^{p,j,s}$ = montante de energia liquidado (vendido) na CCEE no mês t, referente a simulação de consumo p, a simulação de preço j, no submercado s, em MWmed;

$P_{v,t}$ = preço do contrato de venda v no mês t, em R$/MWh;

$PLD_t^{j,s}$ = Preço de Liquidação de Diferenças no mês t, referente a simulação de preço j, no submercado s, em R$/MWh;

nvs = número de contratos de venda no submercado s;

nh_t = número de horas no mês t;

O Take or Pay associado aos contratos de venda podem estar diretamente relacionados ao consumo e serão simulados através do Movimento Aritmético Browniano, conforme equação (4.9). Neste caso $EC_{v,t}^{p,j,s} = EC_{v,t}^{p}$ sendo a simulação do MAB realizado para cada consumidor referente ao contrato de venda e esta simulação independe da simulação de PLD e do submercado onde o contrato está sendo executado. Caso o consumidor possua o direito de exercer a flexibilidade, o montante de energia efetivamente consumido será calculado da seguinte forma:

$$EC_{v,t}^{p,j,s} = E_{v,t}^{s} . TOP\max_v \quad se \quad (PLD_t^{j,s} - P_{v,t}) > 0 \tag{4.13}$$

$$EC_{v,t}^{p,j,s} = E_{v,t}^{s} . TOP\min_v \quad se \quad (PLD_t^{j,s} . (1 + A_t) - P_{v,t}) < 0 \tag{4.14}$$

$$EC_{v,t}^{p,j,s} = E_{v,t}^{s} \qquad \textit{caso contrário} \qquad (4.15)$$

onde:

$E_{v,t}^{s}$ = montante de energia do contrato de venda v, no mês t, submercado s, em MWmed;

$TOP\max_v$ = valor máximo do take or pay do contrato de venda v;

$TOP\min_v$ = valor mínimo do take or pay do contrato de venda v;

A_t = ágio sobre o PLD nos contratos de curto prazo, no mês t;

A flexibilidade apresentada nas equações (4.13) e (4.14) serão exercidas tendo como preço de exercício o preço do contrato de venda. Esta flexibilidade está sendo modelada como uma opção de compra com uma opção de venda simultânea.

Pelas Regras de Comercialização estabelecidas pela CCEE [4], os consumidores devem apresentar lastro para garantir cem por cento de seu consumo. Neste caso a flexibilidade somente será exercida no mínimo, caso o preço de um contrato bilateral de curto prazo for inferior ao contrato já estabelecido. Este exercício pode ser verificado através da equação (4.14).

No mercado de curto prazo, estes contratos são negociados como um percentual do valor do PLD. Este percentual pode ser considerado como um ágio frente à liquidação direta na CCEE. Na formulação apresentada, este ágio é representado pela variável A.

O montante a ser liquidado na CCEE é definido pela diferença da soma de todos os contratos de compra menos a soma de todos os contratos de venda simulados para cada submercado.

$$\Delta V_t^{p,j,s} = \max\left(0;\sum_{c=1}^{ncs} EA_{c,t}^{j,s} + ECP_t^{p,j,s} - \sum_{v=1}^{nvs} EC_{v,t}^{p,j,s}\right) \tag{4.16}$$

onde:

$EA_{c,t}^{s}$ = montante de energia efetivamente adquirido do contrato de compra c, no mês t, submercado s, em MWmed;

$ECP_t^{p,j,s}$ = montante de energia adquirido em contratos de curto prazo, no mês t, referente a simulação de consumo p, a simulação de preço j, no submercado s, em MWmed;

ncs = número de contratos de venda no submercado s;

As despesas para o cálculo do VPL são compostas por três parcelas. Uma corresponde a despesa de aquisição dos contratos bilaterais de compra, outra proveniente da aquisição dos contratos de curto prazo e a terceira referente a liquidação na CCEE. A equação a seguir apresenta estas três parcelas:

$$DESP_t^{p,j,s} = \sum_{c=1}^{ncs}\left(EA_{c,t}^{j,s}.P_{c,t}.nh_t\right) + \left(\Delta C_t^{p,j,s}.PLD_t^{j,s} + ECP_t^{p,j,s}.PLD_t^{j,s}.(1+A_t)\right).nh_t \tag{4.17}$$

onde:

$\Delta C_t^{p,j,s}$ = montante de energia liquidado (comprado) na CCEE no mês t, referente a simulação de consumo p, a simulação de preço j, no submercado s, em MWmed;

$P_{c,t}$ = preço do contrato de compra c no mês t, em R$/MWh;

No cálculo das despesas com aquisição de contratos de compra são incorporadas as equações para o exercício da redução (opção de venda) e aumento (opção de compra) dos contratos bilaterais. O preço de exercício destas opções é o preço do contrato de compra.

$$EA_{c,t}^{j,s} = E_{c,t}^{s}.FLEX\max_{c} \quad se \quad (PLD_{t}^{j,s} - P_{c,t}) > 0 \tag{4.18}$$

$$EA_{c,t}^{j,s} = E_{c,t}^{s}.FLEX\min_{c} \quad se \quad (PLD_{t}^{j,s}.(1 + A_{t}) - P_{c,t}) < 0 \tag{4.19}$$

$$EA_{c,t}^{j,s} = E_{c,t}^{s} \qquad \text{caso contrário} \tag{4.20}$$

onde:

$E_{c,t}^{s}$ = montante de energia do contrato de compra c, no mês t, submercado s, em MWmed;

$FLEX\max_{c}$ = flexibilidade máxima no contrato de compra c (opção de compra);

$FLEX\min_{c}$ = flexibilidade mínima no contrato de compra c (opção de venda);

O montante a ser liquidado na CCEE é definido pela diferença da soma de todos os contratos de venda menos a soma de todos os contratos de compra simulados para cada submercado.

$$\Delta C_{t}^{p,j,s} = \max\left(0; \sum_{v=1}^{nvs} EC_{v,t}^{p,j,s} - \sum_{c=1}^{ncs} EA_{c,t}^{j,s} - ECP_{t}^{p,j,s}\right) \tag{4.21}$$

Pelas Regras de Comercialização estabelecidas pela CCEE [4], os agentes vendedores, incluindo as empresas comercializadoras de energia, devem apresentar lastro para a venda de energia para garantir cem por cento de seus contratos. Na equação a seguir, esta verificação de lastro é realizada através da variável $ECP_{t}^{p,j,s}$ que representa o montante de energia a ser adquirido através de um contrato de curto prazo para que o portfolio não sofra penalização por insuficiência de lastro.

Este montante é calculado pela diferença líquida entre os montantes efetivamente consumidos nos contratos de venda e os montantes efetivamente adquiridos nos contratos de compra, após o exercício das opções de compra e venda.

$$ECP_t^{p,j,s} = \max\left(0; \sum_{v=1}^{nvt} EC_{v,t}^{p,j} - \sum_{c=1}^{nct} EA_{c,t}^{j}\right) \quad se \quad PLD_t^{j,s} = \min(PLD_t^{j,s}), s = 1,\ldots,ns \tag{4.22}$$

$$ECP_t^{p,j,s} = 0 \quad caso\ contrário \tag{4.23}$$

onde:

nvt = número total de contratos de venda;

nct = número total de contratos de compra;

4.4.
Cálculo dos Valores em Risco

Como apresentado na seção 3.2, o VaR pode ser definido como a maior perda esperada ao longo de um determinado intervalo de tempo para determinado nível de confiança. O primeiro passo para a mensuração do VaR é a escolha do horizonte de tempo dentro do qual se deseja medi-lo. A premissa adotada foi que o intervalo de mensuração será mensal, desta forma as flutuações dentro do mês serão ignoradas.

De acordo com a equação (4.10) será calculado o resultado líquido das receitas e despesas em cada mês, para cada simulação de consumo e de preço. A partir do momento em que a função de distribuição de probabilidades destes resultados é conhecida, o cálculo do VaR é realizado através da leitura de uma realização possível W*, chamado quantil da distribuição, que é um nível de perda que só é superado por (1-c)% dos resultados observados.

De forma a conhecer as perdas que excedem o VaR, que podem ser significativamente grandes, será calculado também o CVaR para o mesmo horizonte de tempo.

Para um determinado nível de confiança α, o CVaR pode ser calculado como a média das perdas residentes na porção α da cauda da distribuição, ou seja, o CVaR a um nível de confiança α será calculado como o valor esperado condicional ao VaR.

4.5.
Cálculo do Valor Adicionado pelas Flexibilidades nos Contratos de Compra

As últimas duas décadas têm mostrado grandes avanços nas metodologias para avaliação dos ativos financeiros. As finanças econômicas têm desenvolvido teorias sofisticadas que descrevem as decisões e o preço de equilíbrio de um ativo. A existência de um mercado completo, a ausência de oportunidades de arbitragem e a existência de um processo estocástico para o retorno dos ativos são suposições básicas inerentes a estes modelos.

Nesta dissertação, sendo o segmento do mercado de energia brasileiro onde se realizam as operações de compra e venda de energia objeto de contratos bilaterais livremente negociados ainda se constituir um mercado insipiente, o valor adicionado pelas flexibilidades serão estimados utilizando-se Simulação de Monte Carlo, que é normalmente usado para avaliação de opções européias, devido à característica *forward* que estes títulos derivativos apresentam.

A flexibilidade é dada por uma opção de compra e uma opção de venda simultânea do tipo européia. As equações (4.18) e (4.19) apresentam o exercício destas opções. Como as opções são de tipos opostos, elas não se interagem e o valor total das opções é igual a soma do valor individual de cada opção que a compõe, ou seja, os seus valores serão adicionados linearmente, como apresentado na equação a seguir:

$$VTO_{0,i,T} = P_{0,i,T} + C_{0,i,T} \tag{4.24}$$

onde:

$VTO_{0,i,T}$ = valor total das flexibilidades embutidas em um contrato de compra em t=0 para t variando do instante em que o contrato se inicia (t=i) até o momento em que o contrato termina (t=T) em R$;

$P_{0,i,T}$ = valor da flexibilidade de redução (opção de venda);

$C_{0,i,T}$ = valor da flexibilidade de aumento (opção de compra).

O valor da opção de venda pode ser calculado através da média de todas as remunerações descontadas. O valor obtido é dado pela equação (4.25) e é um estimador não-tendencioso do preço verdadeiro de uma opção européia com vencimento em t.

$$P_{0,i,T} = \sum_{t=i}^{T} \left[\frac{1}{nb.ns} \sum_{p=1}^{nb} \sum_{j=1}^{ns} \left(f_t^{p,j} . \frac{1}{(1+k)^t} \right) \right] \tag{4.25}$$

onde:

$f_t^{p,j}$ = *payoff* da opção de venda no vencimento t, referente a simulação de consumo p, a simulação de preço j, em R$;

Para o processo de avaliação proposto nesta seção, algumas suposições sobre o ambiente de negociação foram feitas. Um mercado se diz completo quando existem ativos suficientes para reproduzir a remuneração de um título derivativo, como por exemplo uma opção. Se um mercado é completo, então uma opção pode ser avaliada utilizando o argumento de ausência de arbitragem, ou seja, o valor da opção é dado pelo valor esperado no vencimento, descontado usando-se uma taxa de juros livre de risco.

Entretanto, o mercado foi considerado incompleto, ou seja, deve ser utilizada uma taxa de desconto que representa o retorno que o investidor teria sobre outras oportunidades de investimento, com características de risco semelhante. Neste caso, o valor da opção é uma aproximação do valor verdadeiro.

A função de remuneração para a opção de venda pode ser descrita como:

$$f_t^{p,j} = CONTP_t^{p,j} - CONT_t^{p,j} \tag{4.26}$$

onde:

$CONTP_t^{p,j}$ = resultado líquido das receitas e despesas no mês t com o exercício da opção de venda embutido no contrato de compra, referente a simulação de consumo p e a simulação de preço j, em R$;

$CONT_t^{p,j}$ = resultado líquido das receitas e despesas no mês t sem o exercício da opção de venda embutido no contrato de compra, em R$;

Neste caso, o valor da função de remuneração foi encontrado, comparando-se o resultado do contrato de compra com a opção ante um contrato sem opção com as mesmas características. Para o cálculo de $CONT_t^{p,j}$, substituímos as equações (4.18) a (4.20) pela seguinte equação, referente ao contrato de compra c:

$$EA_{c,t}^{j,s} = E_{c,t}^{s} \tag{4.27}$$

Para o cálculo de $CONTP_t^{p,j}$, eliminamos a equação (4.18), sendo o exercício da opção referente ao contrato de compra c, realizado de acordo com a seguinte equação:

$$EA_{c,t}^{j,s} = E_{c,t}^{s}.FLEX\min_c \quad se \quad (PLD_t^{j,s}.(1 + A_t) - P_{c,t}) < 0 \tag{4.28}$$

$$EA_{c,t}^{j,s} = E_{c,t}^{s} \qquad \textit{caso contrário} \tag{4.29}$$

A função de remuneração para a opção de compra será análoga a equação (4.26) e pode ser descrita como:

$$f_t^{p,j} = CONTC_t^{p,j} - CONT_t^{p,j} \tag{4.30}$$

onde:

$CONTC_t^{p,j}$ = resultado líquido das receitas e despesas no mês t com o exercício da opção de compra embutido no contrato de compra, referente a simulação de consumo p e a simulação de preço j, em R$;

Para o cálculo de $CONTC_t^{p,j}$, eliminamos a equação (4.19), sendo o exercício da opção referente ao contrato de compra c, realizado de acordo com a seguinte equação:

$$EA_{c,t}^{j,s} = E_{c,t}^{s}.FLEX\max_c \quad se \quad (PLD_t^{j,s} - P_{c,t}) > 0 \tag{4.31}$$

$$EA_{c,t}^{j,s} = E_{c,t}^{s} \qquad caso\ contrário \tag{4.32}$$

Como apresentado nas equações (4.28) e (4.31) o preço de exercício da opção e o próprio preço do contrato de compra e o preço do ativo objeto será o Preço de Liquidação de Diferenças no caso da opção de venda e o preço de um contrato bilateral de curto prazo no caso da opção de compra.