

## Referências bibliográficas

Adler, P. M. e Thovert, J. F. (1999). Fractures and fracture networks, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht / Boston / London.

Arora, J. S. (1989). Introduction to optimum design, McGraw-Hill, New York.

Attewell, P. B. e Woodman, J. P. (1971). Stability of discontinuous rock masses under polyaxial stress systems, In 13th Symposium on Rock Mechanics, Stability of Rock Slopes, ASCE, New York, 665-83.

Baecher, G. B. (1983). Statistical analysis of rock mass fracturing, Journal of Mathematical Geology, 15, No. 2, 329-47.

Baecher, G. B., Lanney, N. A. e Einstein, H. H. (1977). Statistical description of rock properties and sampling, Proceeding of 18th US Symposium on Rock Mechanics, 5C1-1 to 5C1-8.

Barenblatt, G. E., I. P. Zheltov, e I. N. Kochina (1960). Basic concepts in the theory of seepage of homogeneous liquids in fissured rocks, Journal of Applied Mathematics (USSR) 24(5):1286-1303.

Bathe, K. (1996). Finite Element Procedures, Prentice-Hall, New Jersey.

Bear, J. (1972). Dynamics of fluids in porous media, American Elsevier, New York, NY, 764 pp.

Bear, J. (1993). Modeling flow and contaminant transport in fractured rocks, in Flow and Contaminant Transport in Fractured Rocks. Eds. J. Bear, C.-F. Tsang, e G. de Marsily. Academic Press, San Diego, 1-37.

Bear, J., e B. Berkowitz (1987). Groundwater flow and pollution in fractured rock aquifers, in Development of Hydraulic Engineering, vol. 4, P. Novak (editor), Elsevier Applied Science, Oxford, England.

Berkowitz, B. (2002). Characterizing flow and transport in fractured geological media: A review, Advances in Water Resources, 25, 861-84.

Berkowitz, B., Bear, J. e Braester, C. (1988). Continuum models for contaminant transport in fractured porous formations, Water Resour. Res., 24(8): 1225-1236.

Bibby, R. (1981). Mass transport of solutes in dual-porosity media, Water Resour. Res., 17(4):1075-1081.

Billaux, D., Chiles, J. P., Hestir, K. e Long, J. (1989). Three-dimensional statistical modeling of a fractured rock mass - An example from the Fanay-Augères mine, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr.*, 26(3/4), 281-299.

BIM3D/FRACGEN (2005). BIM3D/FRACGEN,  
[http://eco.wiz.uni-kassel.de/model\\_db/mdb/bim\\_fracgen.html](http://eco.wiz.uni-kassel.de/model_db/mdb/bim_fracgen.html).

Bour, O. e Davy, P. (1997). Connectivity of random fault networks following a power law fault length distribution, *Water Resour. Res.*, 33(7), 1567-1583.

Box, G. E. P. e Müller, M. E. (1958). A note on the generation of random normal deviates, *Annals Math. Stat.*, V. 29, pp. 610-611.

Brown, S. R., Kranz, R. L. e Bonner, B. P. (1986). Correlation between the surfaces of natural rock joints, *Geophys. Res. Letters*, 13(13):1430-1433.

Brown, S.R. (1995). Simple mathematical model of a rough fracture, *J. of Geophys. Res.*, 100(B4):5941-5952.

Bussab, W. O. e Morettin, P. A. (2004). *Estatística básica*, 5ª ed., São Paulo: Saraiva.

Cacas, M. C., Ledoux, E., Marsily, G., Tillie, B., Barbreau, A., Durand, E., Feuga, B. e Peaudecerf, P. (1990). Modeling fracture flow with a stochastic discrete fracture network: Calibration and validation, 1, The flow model, *Water Resour. Res.*, 26(3), 479-489.

Campos, J. L. E. (1999). *Análise Numérica do Transporte de Contaminantes em Meios Porosos com Reações Químicas*, Tese de Doutorado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil, Rio de Janeiro.

Cavicchia, M. E., Wendland, E. C. e Quaresma, J. E. (2005). CMA – Um construtor de modelos de aquíferos, *Simpósio Internacional de Iniciação Científica da Universidade de São Paulo – SIICUSP*, São Paulo.

Celestino, T. B (1986). Determinação de propriedades e parâmetros de maciços rochosos, In: *Simpósio Sul-Americano de Mecânica de Rochas*, 2, Porto Alegre, v.1, p.3-43.

Celia, M. A., Ahuja, L. R. e Pinder, G. F. (1987). Orthogonal collocation and alternating-direction procedures for unsaturated flow problems, *Adv. Water Resour.*, 10, 178-187.

Celia, M.A. e Bouloutas, E. T. (1990). A general mass-conservative numerical solution for the unsaturated flow equation. *Water Resour. Res.* 26:1483–1496.

Clement, T. P., Sun, Y., Hooker, B. S. and Petersen, J. N. (1997). Modeling Natural Attenuation of Contaminants in Saturated Groundwater, *Proceedings of*

the Fourth International in Situ and on Site Bioremediation Conference, New Orleans, p. 37-42.

Coelho, L. C. G., Gattass, M. E Figueiredo, L. H. (2000). Intersecting and trimming parametric meshes on finite element shells, *Int. Journal for Numerical Methods in Engineering*, 47(4): 777-800.

Conte, S. D. e Boor, C. (1980). *Elementary Numerical Analysis: An Algorithmic Approach*, 3rd ed., McGraw-Hill, New York.

Delleur, J.W. (1999). *The handbook of groundwater engineering*. J. Delleur, ed, CRC Press.

Desai, C. S. (1979). *Elementary Finite Element Method*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs.

Diodato, D. M. (1994). *A compendium of fracture flow models*, U.S. Department of Defense and U.S. Army, AN/ESD/TM-96.

Evans, M., Hastings, N., e Peacock, B. (2000). Von Mises Distribution, In *Statistical Distributions*, 3rd ed., New York: Wiley.

Fetter, C. W. (1993). *Contaminant Hydrogeology*, Prentice-Hall, New Jersey.

Fisher, R. (1953). Dispersion on a sphere, *Proceedings of the Royal Society of London*, A217, 295-305.

Fookes, P. G. e Parrish, D. G. (1969). Observations on small-scale structural discontinuities in the London Clay and their relationship to regional geology, *Quartely Journal of Engineering Geology*, 1, 217-40.

Frac3DVS (2005). Frac3DVS, [www.waterloohydrogeologic.com/software/frac3dvs/frac3dvs\\_ov.htm](http://www.waterloohydrogeologic.com/software/frac3dvs/frac3dvs_ov.htm).

Fraca (2005). Fraca, [www.beicip.com](http://www.beicip.com)

FracMan (2005). FracMan, [www.fracman.golder.com](http://www.fracman.golder.com).

Gentier, S. e Billiaux, D. (1989). Caracterisation en laboratoire de l'espace fissural d'une fracture, In *Proceedings of the International Symposium on Rock at Great Depth*, 1:425-431, A. A. Balkema Rotterdam, The Netherlands.

Groundwater Modeling System (2005). *GMS - User's Manual*, [www.ems-i.com/GMS/GMS\\_Overview/gms\\_overview.html](http://www.ems-i.com/GMS/GMS_Overview/gms_overview.html).

Gocad (2005). Gocad, [www.gocad.org](http://www.gocad.org).

Goodman, R. E. (1976). *Methods of Geological Engineering in Discontinuous Rocks*,. West, St Paul.

Hakami, E. (1995). Aperture distribution of rock fractures, Ph.D. Thesis, Department of Civil and Environmental Engineering, Royal Institute of Technology, Stockholm.

Hartley, L. J., Holton, D. e Holch, A. R. (2002). NAPSAC Technical Summary Document.

Hartley, L. J. e Holton, D. (2003). CONNECTFLOW Technical Summary Document.

Hudson, J. A. e Priest, S. D. (1979). Discontinuities and rock mass geometry, International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts, 16, 339-62.

Hudson, J. A. e La Pointe (1980). Printed circuits for studying rock mass permeability, International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts, Technical Note, 17, No. 5, 297-301.

Hughes, R. J. R. (1977). Unconditionally stable algorithms for nonlinear heat conduction, Computer methods in applied mechanics and engineering, North-Holland publishing company, pp 135-139, 1977.

Huyakorn, P. S. e Pinder, G. F. (1983). Computational methods in subsurface flow, Academic Press, Inc., New York.

Huyakorn, P. S., Lester, B. H., e Mercer, J. W. (1983). An efficient finite element technique for modeling transport in fractured porous media, 1. Single species transport. Water Resour. Res. 19(3):841-854.

IUP (2005). IUP, Portable User Interface, Version 2.4, [www.tecgraf.puc-rio.br/iup](http://www.tecgraf.puc-rio.br/iup).

Kulatilake, P. H. S. W. (1998). Software manual for FRACNTWK – a computer package to model discontinuity geometry in rock masses, Technical report submitted to Metropolitan Water District of Southern California.

Lira, W. W. M (2002). Modelagem Geométrica para Elementos Finitos usando Multi-Regiões e Superfícies Paramétricas, Tese de Doutorado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil.

Long, J. C. S., Remer, J. S., Wilson, C. R. e Witherspoon, P. A. (1982). Porous media equivalents for networks of discontinuous fractures, Water Resour. Res., 18(3), 645-658.

Matlab (2005). Matlab - The Language of Technical Computing, [www.mathworks.com/products/matlab](http://www.mathworks.com/products/matlab).

Mardia, K. V. (1972). Statistics of directional data, Academic Press, London and New York, 357 p.

McDonald, M. G. and Harbaugh, A. W. (1988). A Modular Three-Dimensional Finite-Difference Ground-Water Flow Model, Book 6 Modeling Techniques, Scientific Software Group, Washington, <http://water.usgs.gov/software/modflow-88.html>.

Mendoza, C. A. e Sudicky, E. A. (1991). Hierarchical scaling of constitutive relationships controlling multi-phase flow in fractured geologic media, 3rd Int. Conf. On Reservoir Characterization Requirements for Different Stages of Development, NIPER, Tulsa, OK, Nov. 3-5.

Mendoza, C. A., Therrien, R. e Sudicky, E. A. (1991). ORTHOFEM User's Guide, Version 1.02, Waterloo Centre for Groundwater Research, Univ. of Waterloo, Waterloo, Ontario, Canada.

Mualem, Y. (1976). A new model to predict the hydraulic conductivity of unsaturated porous medis, *Water Resour. Res.*, 12: 513-522.

Nammu (2005). Nammu - User Guide, <http://www.sercoassurance.com/ea-old/groundwater/nammu.htm#>

Neuman, S. P. (1975). Galerkin approach to saturated-unsaturated flow in porous media, Chapter 10 in *Finite Elements in Fluids*, Vol. I, Viscous Flow and Hydrodynamics, edited by R. H. Gallagher, J. T. Oden, C. Taylor, and O.C. Zienkiewicz., pp. 201-217, John Wiley and Sons, London.

Neutral File (2005).Manual - Neutral File, [www.tecgraf.puc-rio.br/neutralfile](http://www.tecgraf.puc-rio.br/neutralfile).

Oliveira, A. M. S. e Brito, S. N. A (1998). *Geologia de Engenharia*, ABGE-FAPESP, São Paulo.

OpenGL (2005). OpenGL, [www.opengl.org](http://www.opengl.org).

Ortega, J. M. e Rheinboldt, W. C. (1970). Iterative solution of nonlinear equations in several variables. Academic Press, New York.

Paniconi C, Aldama A A, Wood E F 1991 Numerical evaluation of iterative and noniterative methods for the solution of nonlinear Richards equation. *Water Resour. Res.* 27: 1147–1163.

Paniconi, C., Putti, M. (1994). A comparison of Picard and Newton iteration in the numerical solution of multidimensional variably saturated flow problems, in *Water Resour. Res.*, 30(12), 1994, pp. 3357-3374.

Philip, J. R. (1969). Theory of infiltration, *Adv. Hydrosoci.*, 5, 215-296.

Piggott, A. R. (1990). Analytical and experimental studies of rock fracture hydraulics, Ph.D. Thesis, Pennsylvania State, University Park, PA.

Pinder, G. F., e Gray, W. G. (1977). *Finite Element Simulation in Surface and Subsurface Hydrology*, Academic Press, New York, N.Y.

PorFlow (2005). PorFlow, [www.acricfd.com/software/porflow/default.htm](http://www.acricfd.com/software/porflow/default.htm).

Pos3D (2005). Pos3D - Pós-processador Genérico para Modelos 3D de Elementos, <http://www.tecgraf.puc-rio.br/~amiranda/pos3d/pos3d.htm>

Priest, S. D. (1975). Geotechnical Aspects of Tunnelling in Discontinuous Rock with Particular Reference to the Lower Chalk, Ph.D. thesis, University of Durham, Durham, UK.

Priest, S. D. (1993). Discontinuity Analysis for Rock Engineering, Chapman & Hall, London.

Priest, S. D. e Hudson, J. A. (1976). Discontinuity spacings in rock, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts*, 13,135-48.

Priest, S. D. e Samaniego, J. A. (1988). The statistical analysis of rigid block stability in jointed rock masses, *Proceedings of 5th Austrália-New Zealand Conference on Geomechanics*, The Institution of Engineers Australia, Sydney, 398-403.

Pruess, K., J. S. Y. Wang, e Y. W. Tsang (1986). Effective continuum approximation for modeling fluid flow in fractured porous tuff, report SAN F86-7000, Sandia National Laboratories, Albuquerque, N. M..

Pruess, K. e Tsang, Y. W. (1990). On two-phase relative permeability and capillary pressure of rough-walled rock fractures, *Water Resour. Res.*, 26(9): 1915-1926.

Pruess, K., J. S. Y. Wang, e Y. W. Tsang (1990a). On thermohydrologic conditions near high-level nuclear wastes emplaced in partially saturated fractured tuff, 1. Simulation Studies with explicit consideration of fracture effects, *Water Resources Research* 26(6):1235-1248.

Pruess, K., J. S. Y. Wang, e Y. W. Tsang (1990b). On thermohydrologic conditions near high-level nuclear wastes emplaced in partially saturated fractured tuff, 2. Effective Continuum Approximation, *Water Resources Research* 26(6):1249-1261.

Rasmussen, T. C. e Evans, D. D. (1989). Fluid flow and solute transport modeling in three-dimensional networks of variably saturated discrete fractures, *U. S. Nucl. Regulat. Comm.*, Washington, DC, Rep. NUREG/CR-5239.

Reitsma, S. e Kueper, B. H. (1994). Laboratory measurement of capillary pressure-saturation relationships in a rock fracture, *Water Resour. Res.*, 30(4): 865-878.

Rowe, R. K. e Booker, J. R. (1990). Contaminant migration through fractured till into an underlying aquifer, *Can. Geotech. J.* 27(4):484-495.

Runchal, A. K., Sagar, B. e Kline, N. W. (1992). PORFLO-3: A mathematical model for fluid flow, heat and mass transport in variably saturated geologic media, User's Manual Version 1.2, Westinghouse Hanford Company report WHC-EP-0385, Richland, WA 99352.

Schwartz, F. W. e Smith, L. (1988). A continuum approach for modeling mass transport in fractured media, *Water Resour. Res.* 24(8):1360-1372.

Segall, P. e Pollard, D. D. (1983). Joint formation in granitic rock of the Sierra Nevada, *Geol. Soc. Amer. Bull.*, 94, 563-575.

Simunek, J., Vogel, T. e Van Genuchten, M. T. (1992). The SWMS\_2D code for simulating water flow and solute transport in two-dimensional variably saturated media, Version 1.1. Research Report No. 126, 169 p., U. S. Salinity Laboratory, USDA, ARS, Riverside, California.

Simunek, J., Huang, K. e Van Genuchten, M. T. (1995). The SWMS\_3D code for simulation water flow and solute transport in three-dimensional variably-saturated media, U. S. Salinity Laboratory Agricultural Research Service, n° 139, version 1.0.

Staff3D (2005). Staff3D, [www.modhms.com/software/staff3d.html](http://www.modhms.com/software/staff3d.html).

Sudicky, E. A. e McLaren, R. G. (1992). The Laplace transform Galerkin technique for large-scale simulation of mass transport in discretely-fractured porous formations, *Water Resour. Res.*, 28(2): 499-514.

Sudicky, E. A. (1990). The Laplace transform galerkin technique for efficient time-continuous solution of solute transport in double-porosity media, *Geoderma*, 46:209-232.

SWIFT/486 (2005). SWIFT/486, [www.mpassociates.gr/software/environment/swift.html](http://www.mpassociates.gr/software/environment/swift.html).

Tang, D. H., Frind, E. O. e Sudicky, E. A. (1981). Contaminant transport in fractured porous media: Analytical solution for a single fracture, *Water Resour. Res.*, 17(3): 555-564.

Telles, I. A. (2001). Aplicações de Métodos de Análise Numérica de Transporte Reativo de Multicompostos em Meios Porosos, Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil.

Therrien, R. e Sudicky, E.A. (1996). Three-dimensional analysis of variably-saturated flow and solute transport in discretely-fractured porous media, *J. Contam. Hydrol.* 23, 1-44.

TOUGH2 (2005). TOUGH2, [www-esd.lbl.gov/TOUGH2](http://www-esd.lbl.gov/TOUGH2).

Tsang, Y. W. (1984). The effect of tortuosity on fluid flow through a single fracture, *Water Resour. Res.* 20(9):1209-1215.

Van Genuchten, M. Th. (1980). A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils, *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 44: 892-898.

Vargas, C. A. L. (2001). Modelo probabilístico de distribuição tridimensional de descontinuidades em maciços rochosos fraturados, Tese de Doutorado, Universidade de Brasília, Departamento de Engenharia Civil.

Vargas, E. A. Jr. e A. B. C. Barreto (2003). Considerações sobre aspectos do fluxo em aquíferos fraturados relevantes à exploração de água, XIII Encontro Nacional de Perfuradores de Poços e I Simpósio de Hidrogeologia do Sudeste, 71-82.

VIS (2005). VIS, [www.tecgraf.puc-rio.br](http://www.tecgraf.puc-rio.br).

Wallis, P. F. e King, M. S. (1980) Discontinuity spacings in a crystalline rock, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts*, 17, 63-6.

Wang, H. F. e Anderson, M. P. (1982). *Introduction to Ground Water Modeling Finite Difference and Finite Element Methods*, W. H. Freeman and Company, San Francisco.

Wang, J. S. Y. e Narasimhan, T. N. (1985). Hydrologic mechanisms governing fluid flow in a partially saturated, fractured, porous medium, *Water Resour. Res.*, 21(12): 1861-1874.

Warburton, P. M. (1980). A stereological interpretation of joint trace data, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts*, 17, 181-90.

Warren, J. E., e P. J. Root (1963). The behavior of naturally fractured reservoirs, *Society of Petroleum Engineers Journal*, pp. 245-255, Sept..

Waterloo Hydrogeologic (2005). *Visual MODFLOW - User's Manual*, [www.waterloohydrogeologic.com/software/visual\\_modflow\\_pro/visual\\_modflow\\_pro\\_ov.htm](http://www.waterloohydrogeologic.com/software/visual_modflow_pro/visual_modflow_pro_ov.htm).

Zarba, R. L. (1988). A numerical investigation of unsaturated flow, M.S. thesis, Dep. of Civ. Eng., Mass. Inst. Of Technol., Cambridge.

Zheng, C. (1990). MT3D – A Modular Three-Dimensional Transport Model for Simulation of Advection, Dispersion and Chemical Reactions of Contaminants in Groundwater Systems, Report to the U.S. Environmental Protection Agency, Robert S. Kerr Environmental Research Laboratory, Ada, Oklahoma.

Zheng, C. e Bennett, G. D. (2002). *Applied contaminant transport modeling*, John Wiley and Sons, Inc., New York.

Zienkiewicz, O. C. (1977). The Finite Element Method, 3rd ed., McGraw-Hill, London, United Kingdom.

## APÊNDICE A

### Distribuições probabilísticas

As características das descontinuidades podem ser geradas segundo distribuições probabilísticas. Essas distribuições estão relacionadas às variáveis aleatórias contínuas que podem representar dados escalares ou direcionais. As distribuições probabilísticas usadas neste trabalho para geração de dados escalares são: distribuição uniforme, distribuição exponencial, distribuição normal e distribuição log-normal. Para geração de dados direcionais é utilizada a distribuição a distribuição de Fisher.

A geração de dados aleatórios é geralmente feita por meio de computadores. Neste caso, os valores gerados não são números aleatórios, mas sim números pseudo-aleatórios (NPA). Os NPA são obtidos através de técnicas que utilizam relações matemáticas recursivas determinísticas (Bussab e Morettin, 2004).

Dentre os vários métodos existentes para geração de NPA, pode-se citar o método congruencial e o método dos quadrados centrais (Bussab e Morettin, 2004). Normalmente, esses métodos são utilizados por diversos pacotes aplicativos, estatísticos ou não, para implementar sub-rotinas de geração de NPA.

Os principais programas computacionais geram NPA segundo uma distribuição uniforme. Na realidade, de posse de um número gerado segundo uma distribuição uniforme é possível transformar esse número em um outro que siga uma outra distribuição probabilística qualquer. Este assunto será tratado nas seções seguintes.

#### A.1. Distribuição uniforme

A distribuição uniforme é a distribuição mais simples para variáveis contínuas. A função de distribuição de probabilidade uniforme é dada por:

$$f_x(x) = \frac{1}{b-a} \quad a < x < b \quad (\text{A.1})$$

Na equação,  $x$  é a variável aleatória,  $b$  é o limite superior e  $a$  é o limite inferior.

A Figura A.1 representa a função dada pela equação A.1.

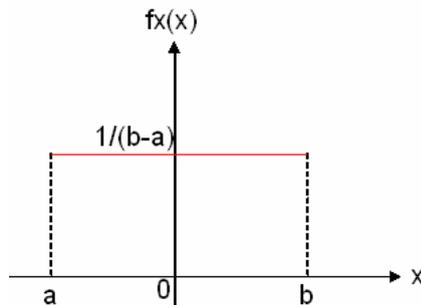


Figura A.1: Distribuição uniforme no intervalo  $[a, b]$ .

A distribuição uniforme é a distribuição mais importante, pois é a base para geração de números aleatórios segundo qualquer outra distribuição.

Para geração de um número aleatório segundo a distribuição uniforme, primeiro gera-se o número no intervalo  $[0,0,1,0]$  e em seguida transforma-se este número em um outro dentro de um intervalo desejado  $[a, b]$ , utilizando a equação A.2.

$$u_u = a + (b - a)u \quad (\text{A.2})$$

Na equação,  $u_u$  é um número aleatório gerado a partir de uma distribuição uniforme no intervalo de  $[a, b]$ , e  $u$  é um número aleatório gerado a partir de uma distribuição uniforme no intervalo  $[0,0, 1,0]$ .

Os parâmetros utilizados para gerar um número aleatório segundo a distribuição uniforme são  $a$  e  $b$ .

## A.2. Distribuição exponencial

A função de distribuição de probabilidade exponencial é dada por:

$$f_x(x) = Ie^{-Ix} \quad x \geq 0 \quad (\text{A.3})$$

Na equação,  $x$  é a variável aleatória,  $I$  é o parâmetro da distribuição.

A Figura A.2 representa a função dada pela equação A.3.

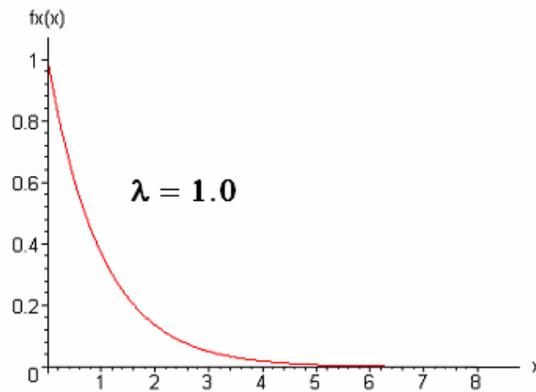


Figura A.2: Distribuição exponencial com  $\lambda = 1.0$ .

A geração de um número aleatório segundo a distribuição exponencial é feita pela seguinte expressão:

$$u_e = -\left(\frac{1.0}{I}\right) \log(-u + 1.0) \quad (\text{A.4})$$

Na equação,  $u_e$  é um número aleatório gerado a partir de uma distribuição exponencial, e  $u$  é um número aleatório gerado a partir de uma distribuição uniforme no intervalo  $[0.0, 1.0]$ .

O único parâmetro utilizado para gerar um número aleatório segundo a distribuição exponencial é  $I$ .

### A.3. Distribuição normal

A função de distribuição de probabilidade normal é dada por:

$$f_x(x) = \frac{1}{s\sqrt{2p}} \exp\left[-\frac{(x-m)^2}{2s^2}\right] \quad -\infty < x < +\infty \quad (\text{A.5})$$

Na equação,  $x$  é a variável aleatória,  $m$  é a média e  $s$  é o desvio padrão.

A Figura A.3 representa a função dada pela equação A.5.

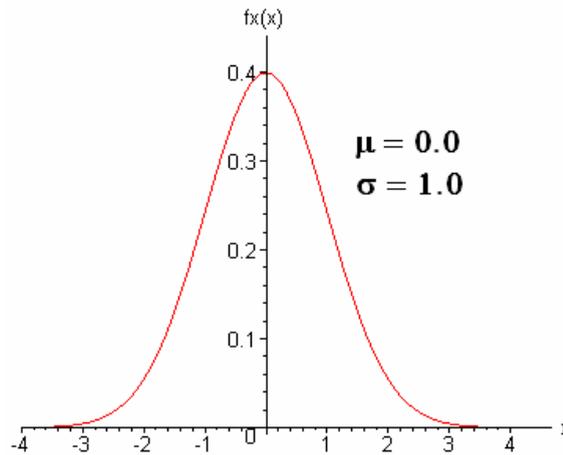


Figura A.3: Distribuição normal com  $\mu = 0.0$  e  $\sigma = 1.0$ .

A geração de um número aleatório segundo a distribuição normal é feita utilizando o método de Box-Müller (1985). Nesse método são gerados dois números aleatórios  $z_1$  e  $z_2$  independentes, por meio das equações A.6 e A.7. Esse método considera que a média e o desvio padrão são iguais a 0.0 e 1.0, respectivamente.

$$z_1 = \sqrt{-2.0 \ln(u_1)} \cdot \cos(2.0\pi \cdot u_2) \quad (\text{A.6})$$

$$z_2 = \sqrt{-2.0 \ln(u_1)} \cdot \text{sen}(2.0\pi \cdot u_2) \quad (\text{A.7})$$

Nas equações,  $z_1$  e  $z_2$  são números aleatórios gerados a partir de uma distribuição normal ( $m = 0.0$  e  $s = 1.0$ ), e  $u_1$  e  $u_2$  são números aleatórios gerados a partir de uma distribuição uniforme no intervalo  $[0.0, 1.0]$ .

Qualquer um dos dois números  $z_1$  e  $z_2$  pode ser escolhido para representar o número aleatório gerado segundo a distribuição normal. Neste trabalho utiliza-se a equação A.6.

Quando a média e o desvio padrão são diferentes de 0.0 e 1.0, respectivamente, é necessário fazer uma transformação no valor calculado  $z_1$ . Essa transformação é feita pela seguinte expressão:

$$u_n = z_1 \cdot s + m \quad (\text{A.8})$$

Na equação,  $u_n$  é um número aleatório gerado a partir de uma distribuição normal, com média  $m$  e desvio padrão  $s$ .

Em resumo, para geração de um número aleatório segundo a distribuição normal, primeiro gera-se dois os números segundo a distribuição uniforme, no intervalo  $[0,0, 1,0]$ . Em seguida calcula-se  $z_I$  pela equação A.6. Por fim, caso a  $\mathbf{m} \neq 0,0$  ou  $\mathbf{s} \neq 1,0$ , transforma-se  $z_I$  em  $u_n$  pela equação A.8.

Os parâmetros utilizados para gerar um número aleatório segundo a distribuição normal são  $\mathbf{m}$  e  $\mathbf{s}$ .

#### A.4. Distribuição log-normal

A função de distribuição de probabilidade log-normal é dada por:

$$f_x(x) = \frac{1}{\mathbf{s} \cdot x \sqrt{2\mathbf{p}}} \exp\left[-\frac{1}{2\mathbf{s}^2} (\ln x - \mathbf{m})^2\right] \quad x \geq 0 \quad (\text{A.9})$$

Na equação,  $x$  é a variável aleatória,  $\mathbf{m}$  é a média e  $\mathbf{s}$  é o desvio padrão.

A Figura A.4 representa a função dada pela equação A.9.

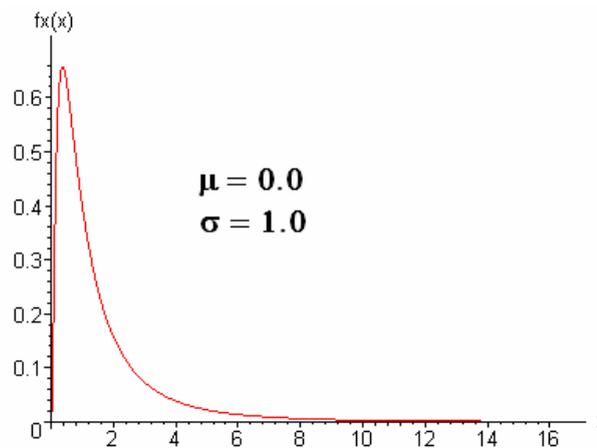


Figura A.4: Distribuição log-normal com  $\mu = 0,0$  e  $\sigma = 1,0$ .

A geração de um número aleatório segundo a distribuição log-normal é feita pela seguinte expressão:

$$u_l = \exp(u_n) \quad (\text{A.10})$$

Na equação,  $u_l$  é um número aleatório gerado a partir de uma distribuição log-normal, e  $u_n$  é um número aleatório gerado a partir de uma distribuição normal, com média  $\mathbf{m}$  e desvio padrão  $\mathbf{s}$ .

Os parâmetros utilizados para gerar um número aleatório segundo a distribuição log-normal são ***me s***.

### A.5. Distribuição de Fisher

A distribuição de Von Mises (Evans *et al.*, 2000) representa uma distribuição para dados direcionais, bidimensionais, obtida a partir da ampliação da distribuição normal. Com base nessa distribuição, Fisher em 1953 (Fisher, 1953) apresentou uma distribuição para dados esféricos. Essa distribuição, denominada distribuição de Fisher, apresenta uma analogia à distribuição Gaussiana, sendo caracterizada pela sua representação em uma esfera (Mardia, 1972).

Fisher (1953) assume que a população de vetores direcionais está distribuída aleatoriamente ao redor de uma direção verdadeira, como apresentado na Figura A.5. Essa direção corresponde a resultante dos vetores normais aos planos das fraturas (*R*) (ver seção 2.2.2.2).

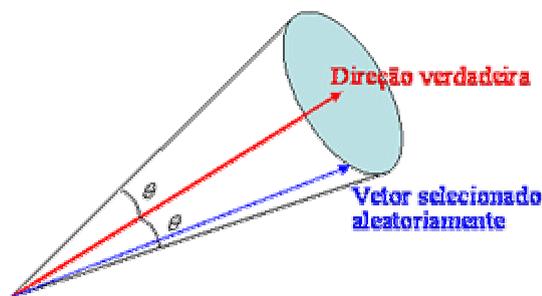


Figura A.5: Representação da orientação verdadeira e de um vetor selecionado aleatoriamente.

Fisher também assume, que a probabilidade de um vetor selecionado aleatoriamente da população e que ele fazer um ângulo entre  $\mathbf{q}$  e  $\mathbf{q} + d\mathbf{q}$  com a orientação verdadeira, seja definido pela distribuição de probabilidade apresentada pela equação A.11. Deve-se ressaltar, entretanto, que essa equação representa uma simplificação da distribuição de probabilidade de Fisher, onde a direção de mergulho e o mergulho são considerados iguais a zero. Isto significa que a direção verdadeira coincide com o eixo  $z$  (Adler e Thovert, 1999).

$$P(\mathbf{q}) = \frac{K \cdot \text{sen} \mathbf{q} \cdot e^{K \cdot \cos \mathbf{q}}}{e^K - e^{-K}} \quad (\text{A.11})$$

Na equação acima,  $\mathbf{q}$  é o ângulo de divergência da direção verdadeira e  $K$  é uma medida de dispersão das direções. Essa medida pode ser estimada para uma amostra a partir da resultante dos vetores direcionais  $R$  e da quantidade de dados  $M$  de amostras, utilizando a seguinte relação:

$$K = \frac{M - 1}{M - R} \quad (\text{A.12})$$

Se os dados direcionais são quase paralelos, então a resultante  $R$  se aproximará de  $M$  e em consequência  $K$  se aproximará ao infinito. No entanto, se as direções estão distribuídas de forma aleatória, então  $R$  e  $K$  serão pequenos (Vargas, 2001).

Quando  $K$  apresentar valores maiores que 5 e  $M$  apresentar um valor alto, então, pode-se usar a seguinte distribuição de probabilidade acumulada (Priest, 1993):

$$P(< \mathbf{q}) = 1 - e^{-K(\cos \mathbf{q} - 1)} \quad (\text{A.13})$$

Invertendo a equação 3.13, tem-se:

$$\cos \mathbf{q} \approx 1 + \frac{\ln[1 - P(< \mathbf{q})]}{K} \quad (\text{A.14})$$

Maiores informações sobre a distribuição de Fisher podem ser obtidas em (Priest, 1993) e (Adler e Thovert, 1999).

A geração de um vetor direção aleatório segundo a distribuição de Fisher é realizada da seguinte maneira:

- aplica-se uma matriz de rotação  $[Q]$  no vetor resultante normal ( $R$ ) de forma que sua direção torne-se  $(0, 0, 1)$ , ou seja, que a direção do vetor coincide com o eixo  $z$ , como mostrado na Figura A.6;
- gera-se um número aleatório ( $u$ ) a partir de uma distribuição uniforme no intervalo  $[0.0, 1.0]$ ;
- gera-se um ângulo aleatório  $\mathbf{q}$  pela equação A.15, proveniente da equação A.14, usando  $u$  gerado no passo anterior;
- gera-se um novo número aleatório ( $t$ ) a partir de uma distribuição uniforme no intervalo  $[0^\circ, 360^\circ]$ , como mostrado na Figura A.7;

- determina-se o vetor  $R'$  originado da rotação do vetor  $R$  pelos ângulos  $q$  e  $t$ , como mostrado na Figura A.7;
- aplica-se a inversa da matriz de rotação  $[Q]$  no vetor  $R'$ .

$$q = \text{Arc cos} \left[ 1 + \frac{\ln(1-u)}{K} \right] \quad (\text{A.15})$$

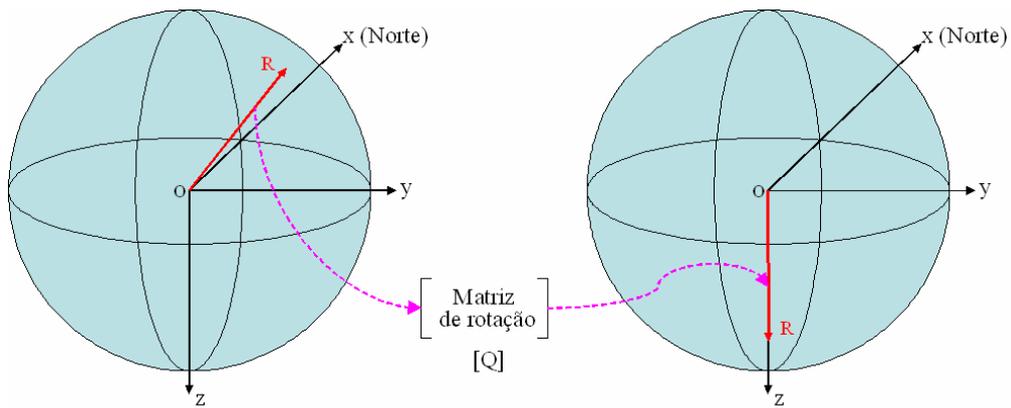


Figura A.6: Rotação no vetor resultante normal.

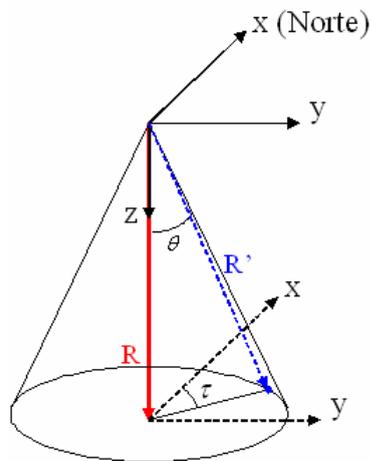


Figura A.7: Geração do ângulo  $\tau$  e determinação do vetor  $R'$ .

Os parâmetros utilizados para gerar um vetor direção aleatório segundo a distribuição de Fisher são  $R$  e  $K$ .

## APÊNDICE B

### Gocad

O programa de pesquisa Gocad (*Geological Object Computer Aided Design*) foi inicializado em 1989 pelo grupo de Ciências Computacionais (*Computer Science group*) da Escola Nacional de Geologia (*National School of Geology - ENSG*) em Nancy, França. Esse projeto está atualmente sendo realizado em colaboração com o Instituto Nacional Politécnico de Lorraine (*Institut National Polytechnique de Lorraine - INPL*) e com o Centro de Pesquisa Petrográfica e Geoquímica (*Centre de Recherches Petrographiques et Geochimiques - CNRS*), na França.

O objetivo desse projeto é desenvolver uma nova abordagem de computação para modelagem de objetos geológicos. Esta abordagem é especificamente adaptada para aplicações geofísicas, geológicas e de engenharia de petróleo.

O projeto Gocad é controlado pela ASGA (*Association Scientifique pour la Geologie et ses Applications*) e atualmente é mantido por um consórcio internacional aberto para todas as companhias ou instituições de pesquisa. Dentre as instituições, encontra-se o Tecgraf/PUC-Rio (Tecnologia de Computação Gráfica) no Rio de Janeiro, Brasil.

O Gocad é um programa CAD integrado e geologicamente orientado que fornece todas as ferramentas necessárias para construção de modelos de geologia, geofísica e engenharia de reservatório.

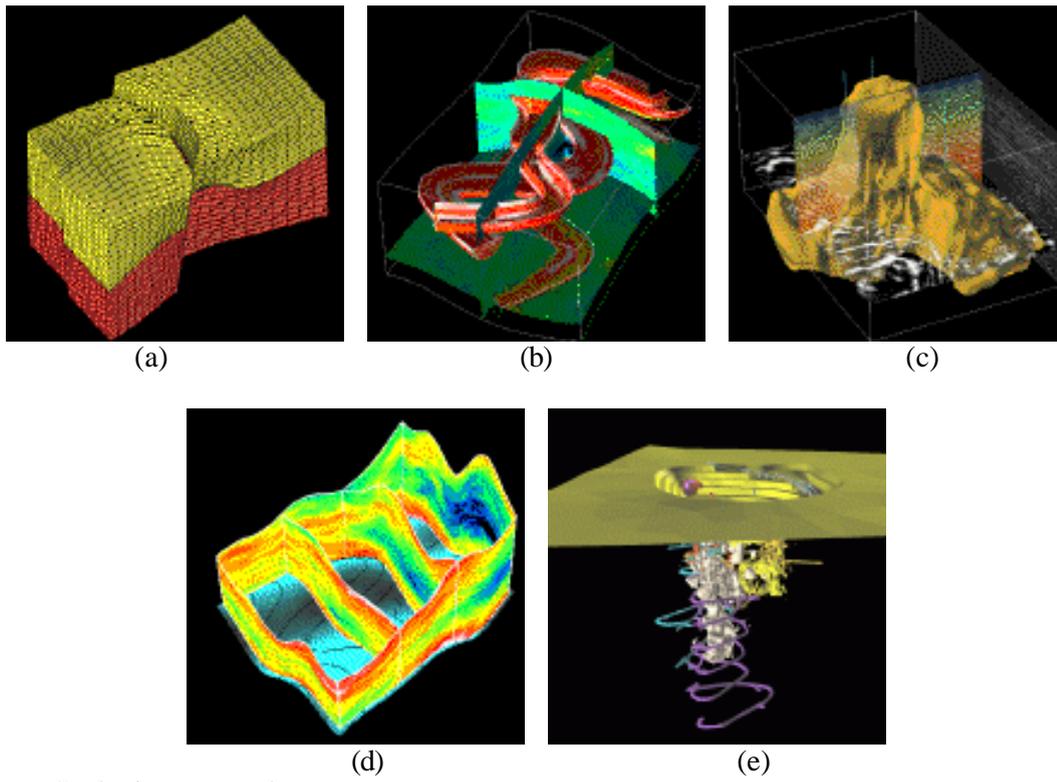
O programa é um sistema de modelagem de superfícies e sólidos, sendo capaz de representar objetos geométricos, e modelar propriedades espaciais. Ele pode ser utilizado na construção de simples superfícies, para interpretação de dados pontuais ou para produzir modelos sólidos complexos, com propriedades armazenadas em malhas estratigráficas em cada ponto do modelo. O Gocad também fornece algumas aplicações internas de geociência como incertezas estruturais e incertezas volumétricas.

O programa pode ser aplicado nas seguintes áreas:

- Geologia estrutural

- Construção de superfícies por pontos e linhas;
  - Construção de modelos 3D por seções 2D;
  - Modelagem de falhas;
  - Dobramento de horizontes e camadas 3D.
- Geologia do petróleo
  - Poços;
  - Modelagem de canais.
- Geofísica aplicada
  - Construção de modelos de velocidade tridimensionais usando funções discretas ou contínuas definidas dentro de cada camada geológica;
  - Algoritmo de traçado de raios para vários tipos de representação de meios;
  - Interpretação de sísmica 3D para construção ou edição de superfícies;
  - Sísmica 3D.
- Modelagem de reservatório
  - Métodos geoestatísticos (modelagem de variograma, krigagem, simulações estocásticas);
  - Manipulação de propriedades e computação volumétrica.
- Aplicações em minas
  - Avaliação da geometria e propriedades de corpos complexos de minérios.

A Figura B.1 mostra alguns exemplos da aplicação do Gocad nas áreas citadas acima.



- (a) Geologia estrutural
- (b) Geologia de petróleo
- (c) Geofísica
- (d) Modelagem de reservatório
- (e) Mina

Figura B.1: Exemplos da utilização do Gocad (adaptado de Gocad, 2005).

## APÊNDICE C

### Pos3D

O Pos3D é um programa gráfico interativo para pós-processamento de resultados de modelos tridimensionais de elementos finitos. O programa foi concebido para visualização de modelos sólidos, mas também trata de modelos de superfície. O programa é genérico porque faz o pós-processamento de modelos com qualquer tipo de elemento finito sólido e de superfície e considera qualquer tipo de análise. A descrição dos elementos e tipo de análise é feita através de um arquivo padrão, chamado de arquivo neutro (Neutral File, 2005), que contém informações sobre a malha de elementos finitos e dos resultados. O arquivo neutro tem um formato extensível e o programa pode facilmente incorporar novos elementos implementando apenas as funções que diferenciam o novo elemento dos já implementados.

As principais características do programa são apresentadas abaixo:

- Leitura de vários tipos de Elementos Finitos (EF).
- Leitura e visualização de arquivos que tenham grande quantidade de resultados, pois o programa utiliza tecnologia de Banco de Dados para gerenciar todas as informações.
- Fácil manipulação do modelo 3D na área de visualização.
- Editor de gráficos bidimensionais.
- Ambiente de visualização do modelo em um ambiente *Stereo*.
- Animação 3D em ambiente *Stereo*.
- Várias formas de visualizar a malha/resultados de EF.
- Ambiente de cores de malha/resultados de EF configurável.
- Gráficos de história de análise e resultados ao longo de linhas traçadas no modelo.
- Plano de corte em qualquer posição do modelo, permitindo visualização de resultados internos.
- Animação da história de análise e de plano de corte.
- Exportação do modelo e de gráficos para arquivo de imagem.

