

3 Fluxo Permanente Não Confinado

3.1. Introdução

O fenômeno da percolação de fluidos em meios porosos é estudado em várias áreas da engenharia. Na engenharia geotécnica, em particular, o conhecimento das características do fluxo da água através de solos é essencial para análise de problemas de estabilidade de taludes, controle de águas subterrâneas, projeto de estruturas hidráulicas como barragens, diques, cais, etc.

A solução da equação de fluxo permanente (equação de Poisson) depende das condições de contorno do problema e, no caso de barragens de terra, um dos contornos, que posiciona a linha freática, é desconhecido *a priori*, o que caracteriza este tipo de problema como um exemplo tradicional de fluxo não confinado.

A aplicação do método dos elementos finitos para a solução de problemas de fluxo não confinado tem sido feita na literatura sob duas abordagens gerais: a) a utilização de malha variável de elementos finitos, com reposicionamento da linha freática a cada nova configuração, num processo iterativo até que as condições de contorno (carga de pressão nula e velocidade normal nula na linha freática para regime permanente) sejam satisfeitas dentro de uma tolerância especificada; b) emprego de malha fixa de elementos finitos, através do método das vazões residuais (Desai, 1976) ou reformulando o problema pela introdução de uma função de condutividade hidráulica não linear (relação entre coeficiente de permeabilidade e poropressão), como proposto por Bathe e Khoshgoftaar (1979) e outros.

3.2. Análise com malha variável

Na primeira abordagem, somente a região do solo abaixo da provável localização da superfície freática é discretizada. Os resultados numéricos obtidos são em geral de boa precisão, mas a metodologia pode apresentar problemas de instabilidade em certas situações, como na determinação da interseção da linha freática com a superfície de fluxo livre (linha 3-4 na figura 3.1).

Na proposta de Taylor e Brown (1967) a linha freática é tratada como condição de contorno natural (impermeável) e o procedimento para determinação de sua posição é semelhante ao empregado para a solução gráfica do problema por redes de fluxo, isto é, em cada nova malha é verificado se as cargas hidráulicas nos nós situados sobre a linha freática estão suficientemente próximas dos respectivos valores das cargas de elevação. Caso negativo, os nós são movimentados de modo a coincidirem os valores das cargas e esta malha modificada é utilizada para uma nova iteração.

A movimentação do nó de saída (ponto 4 na figura 3.1) é ambígua porque este pertence simultaneamente a um contorno impermeável (linha freática) e a um contorno permeável (superfície de fluxo onde a velocidade normal não é necessariamente nula). Esta dificuldade pode ser minimizada, mas não eliminada, refinando-se a malha em torno deste ponto.

Neuman e Witherspoon (1970) sugeriram uma técnica mais aperfeiçoada que requer a solução do problema de fluxo confinado por duas vezes. Na primeira, a linha freática é tratada como condição de contorno essencial, prescrevendo-se valores de cargas hidráulicas iguais às respectivas cargas de elevação, calculando-se em seguida as vazões em todos os nós da malha, incluindo-se os situados sobre a superfície livre 3-4. Uma segunda análise confinada é então executada, impondo-se nos nós da superfície livre os valores anteriormente calculados para obtenção das correspondentes cargas hidráulicas nos nós da linha freática, tratada agora como condição de contorno natural (impermeável). Finalmente, os nós da linha freática são movimentados para igualar seus valores com as respectivas cargas de elevação. Uma nova iteração com a malha modificada, em dois passos de cálculo, está pronta para ser feita.

Este procedimento também não elimina totalmente a dificuldade de estabelecer o ponto de saída da linha freática (ponto 4). Durante a primeira análise de fluxo confinado, a vazão avaliada neste nó corresponde à contribuição tanto da superfície livre como da linha freática (considerada permeável), enquanto que na segunda análise confinada, na qual a nova posição da linha freática é estabelecida, somente a parte do fluxo correspondente à superfície livre (linha freática nesta etapa da análise é considerada impermeável) deveria ser aplicada. Embora esta correção seja possível, na literatura normalmente aconselha-se que, para malhas suficientemente refinadas na região de saída, seja utilizada no nó correspondente ao ponto de saída apenas metade da vazão computada na etapa inicial do procedimento.

Outra dificuldade numérica que pode ocorrer com a abordagem de malhas variáveis é na situação onde a linha freática se apresenta quase vertical e seus nós estão sujeitos a movimentos aproximadamente horizontais (Neuman e Witherspoon, 1970).

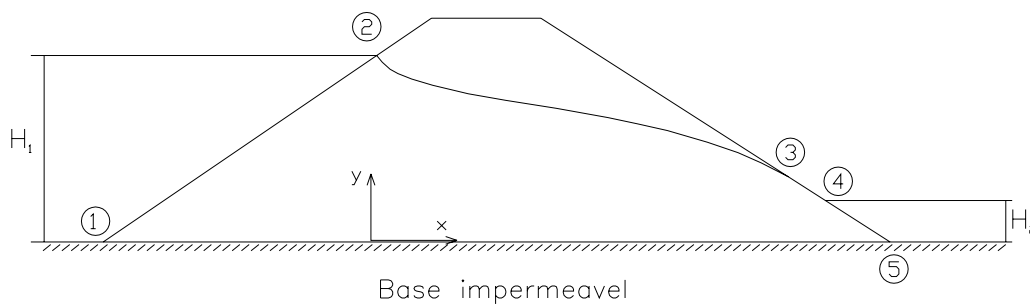


Figura 3.1 – Percolação não confinada do fluxo através da barragem de terra (Gioda e Desideri, 1988).

3.3. Análise com malha fixa

Para a segunda classe de aplicações, podem ser mencionados os trabalhos de Bathe e Khoshgoftaar (1979) e Desai (1976). Nestes estudos, não há variação da geometria da malha de elementos finitos que, por sua vez, deve conter não apenas a região abaixo da linha freática mas também uma parte ou todo o domínio da barragem.

O método proposto por Desai (op.cit.) consiste na execução de uma análise confinada, aplicando-se as condições de contorno conhecidas e tratando a linha

freática (na primeira tentativa localizada no topo da malha) como contorno impermeável. Valores de carga hidráulica são calculados nos pontos nodais e uma segunda posição da linha freática, que passa através dos elementos, pode ser estabelecida levando-se em condição de carga hidráulica h igual à carga de elevação h_e , onde h é determinada considerando-se as funções de interpolação e as cargas hidráulicas nodais calculadas.

A condição de velocidade normal nula através dos diversos segmentos FS da linha freática (figura 3.2) é imposta calculando-se nos elementos que cruzam com a linha freática um vetor de vazões residuais, construído com base nas velocidades normais em FS aplicadas com sinal oposto, num processo que, em análise de tensões, lembra uma das primeiras técnicas propostas para análise de escavações.

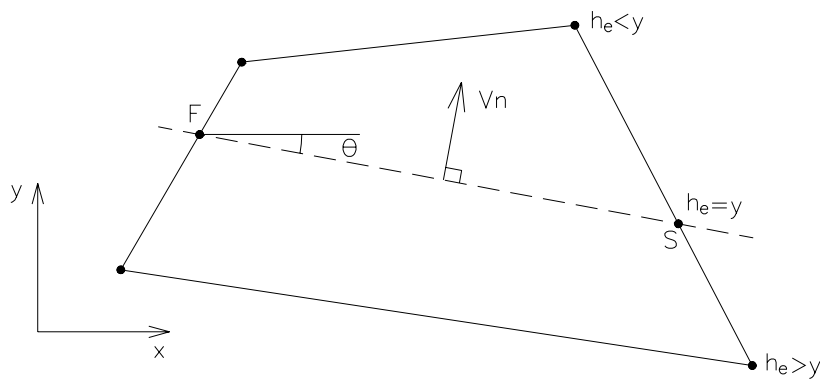


Figura 3.2 – Uma aproximação da linha freática pelo segmento FS no elemento finito (Gioda e Desideri, 1988).

A equação de fluxo contínuo é definida como:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = q \quad (3.1)$$

Segundo a lei de Darcy:

$$v_x = -k_x i_x = -k_x \frac{\partial h}{\partial x} \quad ; \quad v_y = -k_y i_y = -k_y \frac{\partial h}{\partial y} \quad (3.2)$$

em que: v_x é a velocidade de descarga no endereço x , v_y é a velocidade de descarga no endereço y , q é o fluxo por unidade de volume, i é o gradiente hidráulico, h é a carga hidráulica total, k é a permeabilidade.

O vetor de vazões residuais $\{Q\}_R$, a nível de elemento, é definido por:

$$\{Q\}_R = - \int_{FS} [N]^T \begin{Bmatrix} v_n \\ 0 \end{Bmatrix} ds \quad (3.3)$$

em que: $[N]^T$ representa a matriz das funções de interpolação e v_n a velocidade normal ao segmento FS definida como:

$$v_n = - [\text{sen}\theta \quad \text{cos}\theta] \begin{bmatrix} k_x & 0 \\ 0 & k_y \end{bmatrix} [J]^{-1} \begin{Bmatrix} \frac{\partial N}{\partial \zeta} \\ \frac{\partial N}{\partial \eta} \end{Bmatrix} \{q\} \quad (3.4)$$

em que: θ representa a inclinação com a horizontal do segmento FS (figura 3.2), k_x e k_y os coeficientes de permeabilidade principais, $[J]^{-1}$ a matriz Jacobiana inversa, $\{q\}$ o vetor das cargas hidráulicas nodais, ζ e η as coordenadas locais do elemento.

Aplicando-se o vetor de vazões residuais nos elementos interceptados pela linha freática, uma nova solução do problema levará a valores de cargas hidráulicas corrigidas que, por sua vez, serão utilizadas para a realocação da linha freática. O processo iterativo continua até que as modificações na geometria da linha freática estejam dentro da tolerância especificada.

A técnica proposta por Bathe e Khoshgoftaar (1979) substitui o problema de intrínseca não linearidade geométrica das propostas acima por uma formulação de não linearidade do material, considerando-se uma relação não linear entre o coeficiente de permeabilidade não saturada e a poropressão (função de condutividade hidráulica). Este esquema foi implementado em vários softwares comerciais voltados para a solução de problemas geotécnicos, como o Plaxis V.8 e o Seep/W, pois permite a análise de problemas sob condição não saturada de solo não saturado e, sob ponto de vista computacional, é baseado nos mesmos métodos de solução (Newton-Raphson, Newton-Raphson Modificado, comprimento do arco) utilizados em problemas de análise de tensão para determinação de contornos de separação entre regiões elásticas e plásticas.

Inicialmente, as cargas hidráulicas em toda a malha de elementos finitos são consideradas iguais à carga hidráulica máxima do problema (sugestão de Bathe e Khoshgoftaar, 1979) ou uma análise preliminar é executada admitindo-se caso de fluxo confinado, de maneira similar ao método das vazões residuais.

As cargas de pressão nos pontos de integração são então obtidas (interpolação das cargas hidráulicas nodais para os pontos de integração com a subtração das respectivas cargas de elevação) permitindo a determinação da permeabilidade do material de acordo com a função de condutividade hidráulica não linear ilustrada na figura 3.3.

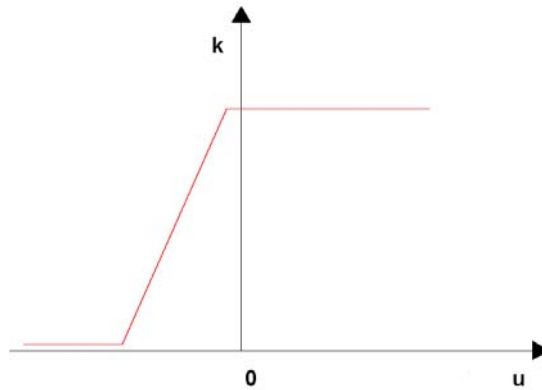


Figura 3.3 – Representação esquemática da função de condutividade hidráulica (Gioda e Desireri, 1988).

A matriz de fluxo global pode então ser construída

$$[K]^{(i-1)} = \sum_{m=1}^n \int_{V^{(m)}} [B^{(m)}]^T [C^{(m)(i-1)}] [B^{(m)}] dV^{(m)} \quad (3.5)$$

em que: $[K]^{(i-1)}$ é a matriz de fluxo global na iteração (i-1) considerando os n elementos da malha, $[B^{(m)}]$ é a matriz que relaciona gradientes com cargas hidráulicas nodais no elemento m , $[C^{(m)(i-1)}]$ é a matriz das permeabilidades principais na iteração (i-1).

Possibilitando o cálculo de um acréscimo de cargas hidráulicas em todos os nós da malha por meio da equação do método dos elementos finitos.

$$[K]^{(i-1)} \{\Delta r\}^i = \{R\} - \{F\}^{(i-1)} \quad (3.6a)$$

em que: $\{\Delta r\}^i$ é o vetor global das cargas hidráulicas nodais, $\{R\}$ é o vetor das cargas hidráulicas nodais prescritas como condição de contorno.

$$\{F^{(i-1)}\} = \sum_{m=1}^n \int_{V^{(m)}} [B^{(m)}]^T [C^{(m)(i-1)}] [B^{(m)}] \{r^{(i-1)}\} dV^{(m)} \quad (3.6b)$$

O vetor das cargas hidráulicas nodais pode então ser atualizado.

$$\{r\}^i = \{r\}^{i-1} + \{\Delta r\}^i \quad (3.7)$$

Uma nova iteração é realizada caso o critério de convergência abaixo não seja satisfeito dentro de determinada tolerância.

$$\left\| \{\Delta r^{(i)}\} \right\|_2 / \left\| \{r^{(i)}\} \right\|_2 \ll 1 \quad (3.8)$$

Na prática, frequentemente emprega-se o método de Newton-Raphson Modificado, no qual a matriz de fluxo global não necessita ser atualizada a cada nova iteração e pode ser triangularizada para resolver o sistema de equações com menor esforço computacional.

Uma questão que precisa ser discutida, principalmente em relação aos exemplos estudados neste trabalho, é como considerar a função de condutividade hidráulica para o caso envolvendo solo não saturado (acima da linha freática) e saturado apenas, não se contemplando a região de solo parcialmente saturado pela inexistência de resultados de ensaios de laboratório que permitam construir a variação do coeficiente de permeabilidade com a sucção.

A utilização de uma função de condutividade de grande inclinação pode criar problemas de convergência e, de fato, alguns programas comerciais (Seep/W) não convergem quando a função se aproxima de uma linha vertical, situação teórica para representação de uma interface solo seco – solo saturado como na figura 3.4.

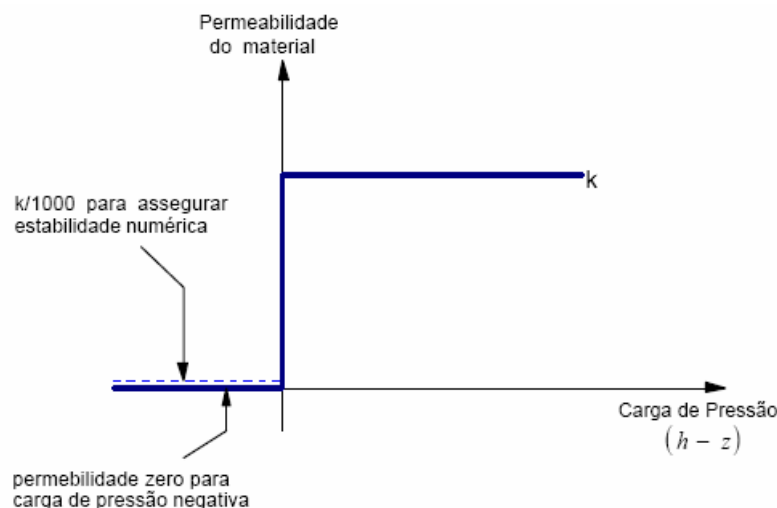


Figura 3.4 – Variação abrupta do coeficiente de permeabilidade com a carga de pressão para representação da interface solo seco – solo saturado (Bathe e Khoshgoftaar, 1979).

O programa Plaxis v.8 emprega um coeficiente de redução da permeabilidade K^r para a região não saturada, como sugerido por Desai (1976), Li e Desai (1976), Bakker (1989), conforme mostram os gráficos da figura 3.5.

Na zona de transição a função de condutividade hidráulica é descrita pela relação:

$$K^r = 10^{-\frac{4h_p}{h_p^k}} \quad \text{para} \quad 10^{-4} \leq K^r \leq 1 \quad (3.8a)$$

ou

$$\log_{10} K^r = -4 \frac{h_p}{h_p^k} \quad (3.8b)$$

Onde h_p é a carga de pressão e h_p^k seu correspondente valor quando o coeficiente de redução K^r atinge o valor mínimo de 10^{-4} . No programa Plaxis v.8, $h_p^k = 0,7m$ para todo o tipo de solo.

Admitindo-se que esta estratégia é suficiente para evitar problemas de convergência na análise não linear do problema de fluxo não confinado em solo seco – solo saturado, neste trabalho então considerou-se na região de sucção um decréscimo exponencial do coeficiente de permeabilidade saturado k (equação 3.8a) até o valor limite $10^{-4}k$ para a carga de pressão $\frac{h_p}{h_p^k} = \frac{h_p}{0,7} = 1$ (ou $h_p = 0,7m$ ou pressão de sucção $u = 7kPa$).

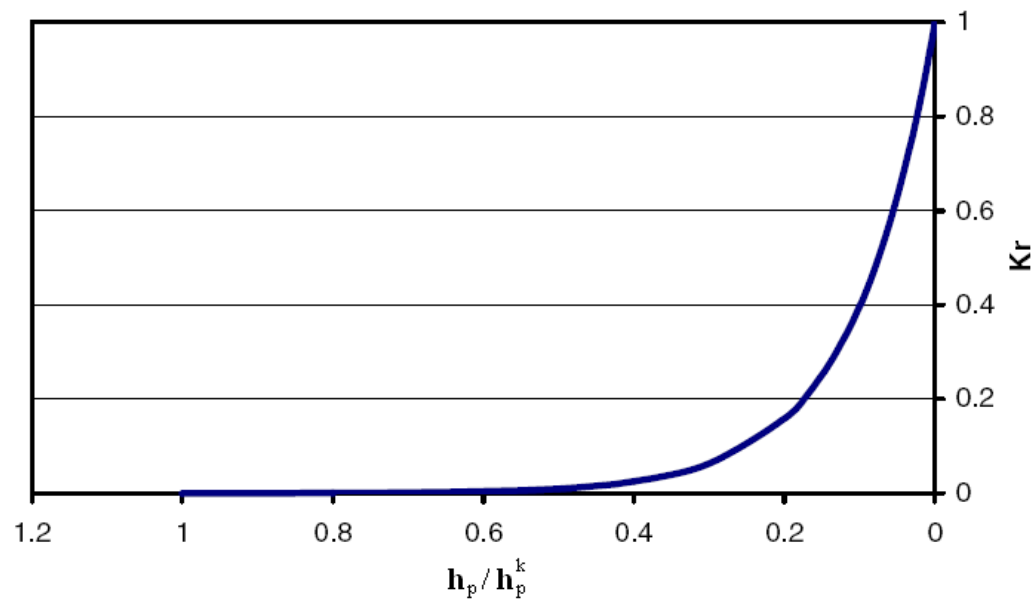
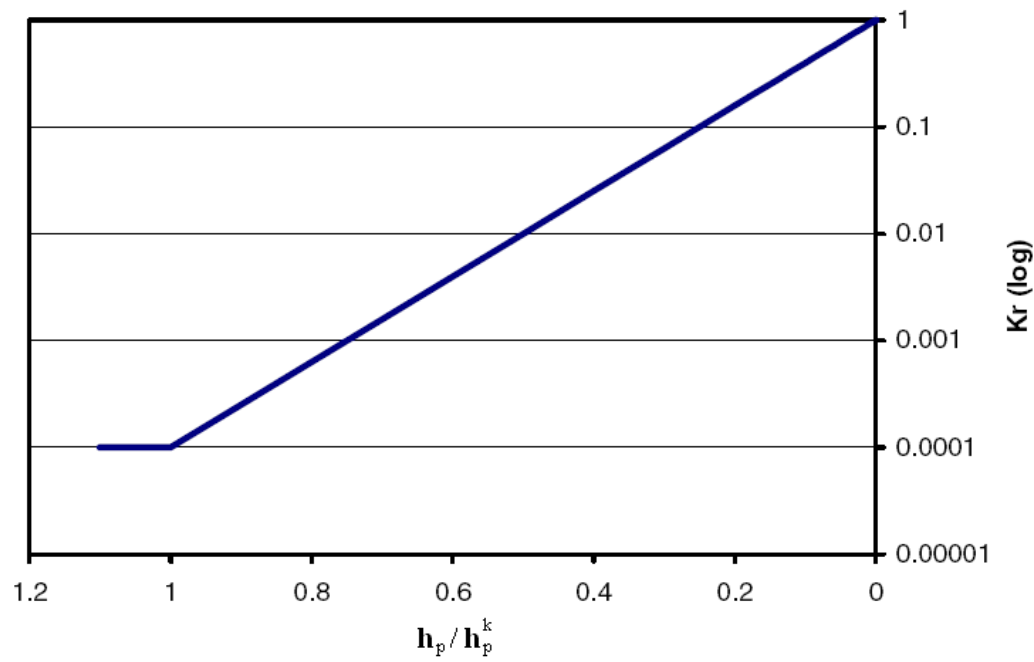


Figura 3.5 – Variação do coeficiente de redução de permeabilidade K_r com a razão entre cargas de sucção - escalas logarítmica e aritmética (Plaxis v.8).