

5 Discussões e Conclusões

Neste capítulo será feita uma análise crítica dos resultados apresentados nos capítulos 3 e 4, finalizando com as principais conclusões obtidas neste trabalho sobre a aplicação do modelo log-periódico a séries de índices de bolsa de valores.

5.1. Sobre as Estimativas dos Parâmetros do Modelo Log-periódico Original

Nesta dissertação, utilizou-se um modelo no qual os *crashes* do mercado financeiro são análogos a pontos críticos da física estatística. O principal pressuposto deste modelo é a existência de comportamento cooperativo crescente entre os agentes devido a um processo imitativo, em um ambiente informacional de mercado com simetria discreta de escala, como descrito no capítulo 2. O resultado geral desta teoria é um crescimento médio progressivamente acelerado da série de preços, acrescido de uma estrutura log-periódica. Devido a esta log-periodicidade, a evolução temporal do índice financeiro se torna (discretamente) invariante por mudança de escala próximo ao tempo crítico.

Os parâmetros β e w são os parâmetros relevantes do modelo log-periódico pois são aqueles que têm maior significância teórica, com β controlando a aceleração dos preços próximo ao tempo crítico e w quantificando a organização hierárquica do mercado no tempo.

Deve-se notar a pequena variabilidade destes parâmetros entre os mercados e *crashes* analisados no capítulo 4 conferindo significância ao modelo. Além disso, de acordo com a teoria de fenômenos críticos, é de se esperar algum grau de universalidade destes parâmetros, pois apenas algumas propriedades comuns dos mercados seriam determinantes em seus valores.

Nossos resultados também corroboram resultados anteriores da literatura [1]. Em particular, os valores $\beta = 0.35$ e $w = 7.3$ encontrados na estimação do modelo log-periódico original para o S&P500 – 1987, apresentados no cap.4,

estão em excelente acordo com os valores $\beta = 0.33$ e $w = 7.4$ encontrados por Sornette [1], usando um modelo log-periódico estendido, com termos até ordem 2 da solução geral dada pela eq.(39).

Ainda de acordo com este modelo, o processo de decisão pelos agentes é um processo estocástico e como consequência, o tempo exato do rompimento do crescimento dos preços não é um evento determinístico. No entanto, o tempo mais provável da ocorrência do *crash* (t_c) pode variar em uma janela até a ordem de apenas um mês.

Todos os valores obtidos de t_c para as séries analisadas situam-se entre t_{\max} e t_{\min} , que compreende a faixa observável de queda acentuada de preços.

Deve-se notar que previsões de mudança de regime como é o caso do rompimento da bolha pré-*crash*, são notadamente difíceis de serem encontradas no contexto dos modelos lineares utilizados na análise econométrica clássica. Estes modelos, apesar de descreverem um conjunto de fatos estilizados observados no mercado de ações (distribuições de retorno leptocúrticas, ausência de correlação linear entre retornos, aglomerados de volatilidade, ...), não descrevem a estrutura das bolhas especulativas pré-*crash*.

A modelagem tratada nesta dissertação por outro lado, descreve o mercado de ações na fase pré-*crash* como um sistema altamente não-linear, caracterizado por mecanismos de retro-alimentação entre os agentes, que resultam no comportamento log-periódico, como a principal componente das bolhas especulativas.

A análise apresentada no capítulo 4, no entanto, mostrou a presença de estrutura linear e não-linear na série dos resíduos do modelo log-periódico original, indicando que este ainda não foi capaz de capturar a complexidade do comportamento dos preços na fase pré-*crash*.

A componente do resíduo foi então modelada por uma estrutura AR(1) – GARCH(1,1) que é comumente utilizada na descrição do comportamento das séries financeiras no regime normal de mercado.

Desta forma, mecanismos de formação de preços presentes no regime normal são incluídos, ainda que de forma residual, no regime pré-*crash*.

5.2.

Sobre as Estimativas dos Parâmetros do Modelo Log-periódico – AR(1) – GARCH(1,1)

Comparando as estimativas pontuais dos parâmetros comuns entre o modelo log-periódico e o modelo log-periódico – AR(1) – GARCH(1,1),

apresentadas nos capítulos 3 e 4, observa-se uma pequena variação do valor dos parâmetros t_c , β e w entre estes dois modelos, ou seja, verifica-se a robustez da modelagem log-periódica frente à introdução da estrutura do resíduo.

As estimativas pontuais do parâmetro ρ da componente autoregressiva do resíduo do modelo log-periódico – AR(1) – GARCH(1,1), encontram-se muito próximas do valor unitário. A tabela a seguir apresenta um resumo das séries analisadas anteriormente com seus respectivos $\hat{\rho}$.

Série	ρ estimado
S&P500 - 1987	0.935
HSI - 1997	0.968
Nasdaq - 2000	0.972
Ibovespa - 1997	0.943
Merval - 2004	0.962
Índia BSE - 2000	0.960
FTSE100 - 1987	0.968

Tabela 34 - Estimativa do parâmetro autoregressivo do modelo log-periódico – AR(1) – GARCH(1,1) aplicado às séries dos índices financeiros.

Uma estimativa de ρ próxima ao valor unitário indica a presença de choques persistentes, implicando na não-estacionariedade da série dos resíduos do modelo log-periódico original, e conseqüentemente levando a estimadores sem valor estatístico.

Por outro lado, de acordo com os resultados apresentados na seção 4.1, onde se testa a hipótese de raiz unitária para a série dos resíduos do modelo log-periódico, verifica-se que a hipótese de RU (não-estacionariedade) é rejeitada.

Deve-se, no entanto olhar este resultado com cautela, pois, os resultados das estatísticas de teste PP e ADF são assintóticos e as séries analisadas são amostras relativamente pequenas, variando entre 300 a 800 observações.

Observando o gráfico e o correlograma da série do resíduo do modelo log-periódico, verifica-se um comportamento não usual quando comparados aos das séries em regime estacionário. Utilizando como exemplo a série de preços do IBOVESPA, obtém-se a série do resíduo mostrado na fig.(29), onde se pode notar a presença de uma estrutura não trivial. Analisando o correlograma deste resíduo, mostrado na fig.(30), observa-se um lento decaimento da função de autocorrelação. Entretanto, em regimes estacionários, o que se espera é um decaimento rápido da autocorrelação.

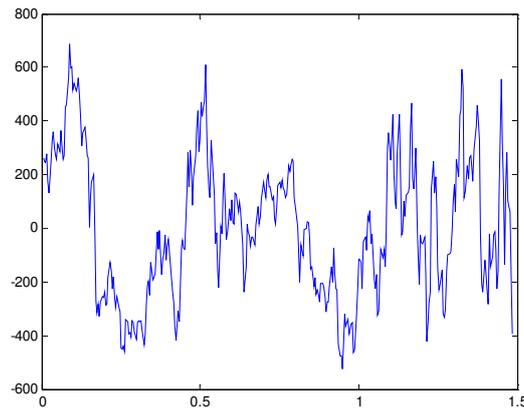


Figura 29 – Resíduo do modelo log-periódico aplicado ao IBOVESPA.

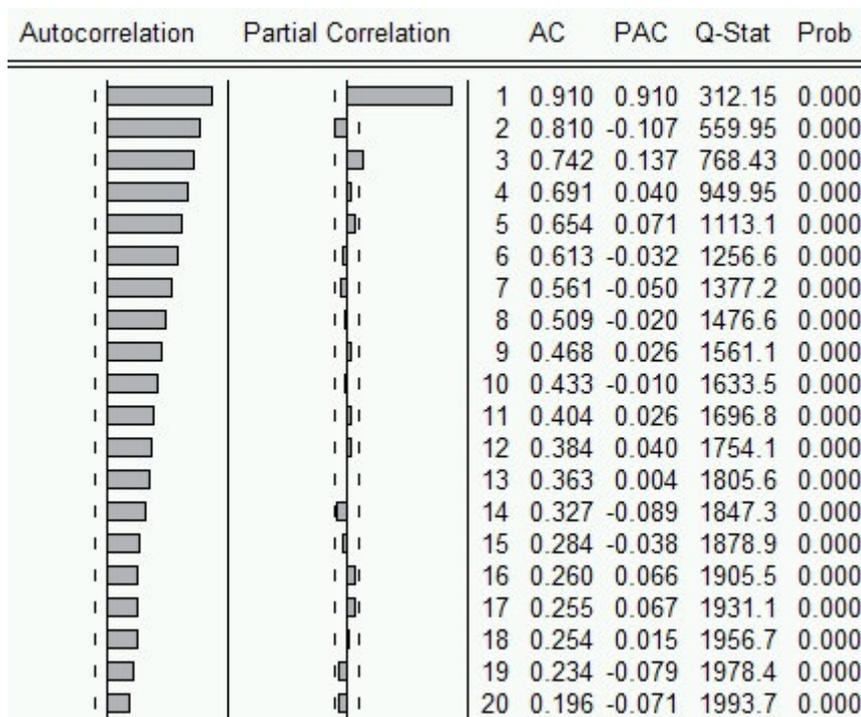


Figura 30 – Correlograma do resíduo do modelo log-periódico aplicado ao IBOVESPA.

Este decaimento lento indica a presença de choques persistentes, o que está consistente com o resultado obtido para as estimativas pontuais do parâmetro ρ .

Observam-se comportamentos similares para o gráfico e o correlograma da série do resíduo do modelo log-periódico original aplicado à série do S&P500, apresentados respectivamente na seção 3.2.2 e 3.2.4, e para as demais séries analisadas no capítulo 4.

As evidências apresentadas acima sugerem assim a possibilidade de aceitação da hipótese de RU para o resíduo do modelo log-periódico aplicado a todas as séries analisadas.

Por outro lado, o procedimento de estimação mais adequado para obtenção de série de resíduos estacionária é estimar o modelo em 1ª diferença, como foi feito por Feigenbaum [14].

Trajetórias de preços log-periódicas geram primeira diferença que também se comporta log-periodicamente. No entanto, em 1ª diferença, a tendência não-linear de crescimento dos preços prevista pelo modelo log-periódico e cujos efeitos são mais evidentes à medida que se aproxima de t_c , podem ser atenuados.

Lembrando que, de acordo com os fundamentos teóricos que deram origem ao modelo, a bolha pré-*crash* é causada pelo crescimento lento de correlação na formação de preços pelos agentes, ela tem início em um tempo bem anterior à ocorrência do *crash*. Por isso, as séries analisadas contêm dados ao longo de em média dois anos antes do *crash*. Os períodos considerados para o ajuste log-periódico são assim longos o suficiente para englobar o limiar do regime normal de mercado, onde a estacionariedade dos retornos de preços é um fato estilizado. Conseqüentemente, trabalhando-se com o modelo log-periódico em 1ª diferença aplicada à série de retornos de preços, espera-se que a estacionariedade dos resíduos seja mais fortemente aceita do que ao nível da série de preços.

Na próxima seção, será feita a investigação do modelo log-periódico em 1ª diferença, onde se espera, a princípio, eliminar os problemas já apontados em inferência de séries não-estacionárias, logo, com uma estimação menos problemática.

5.3.

Investigação Econométrica do Modelo Log-periódico: Estimação do Modelo em 1ª Diferença

Nesta seção, a série de preços, p_t , será substituída pela série do logaritmo do preço, $\ln(p_t)$. Define-se:

$$y_i = \ln(p(t_i))$$

e

$$\Delta y_i = \ln(p(t_i)) - \ln(p(t_{i-1}))$$

ou seja, $\Delta y_i = \Delta \ln(p(t_i)) = R_t$ é o retorno logaritmo de preços.

A seguir, observa-se a série dos retornos logaritmos do S&P500, para o mesmo período analisado até então: de 01/07/85 a 25/08/87.

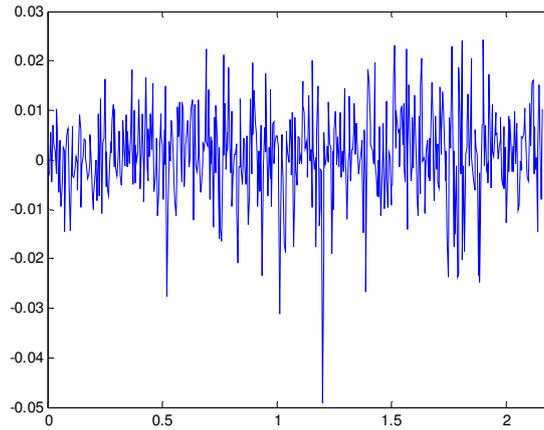


Figura 31 – Série de retornos do S&P500 – 1987.

Para construir o modelo log-periódico em 1ª diferença, é necessário reescrever a eq.(42) da seguinte forma:

$$y(t) = \ln(p(t)) = A + Bf_1(t) + Cf_2(t) + \varepsilon_t \quad (49)$$

sendo

$$f_1(t) = (t_c - t)^\beta$$

$$f_2(t) = (t_c - t)^\beta \cos(w \ln(t_c - t) + \phi)$$

Definem-se, também, as seguintes igualdades:

$$\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$$

$$\Delta f_{1i} = f_1(t_i) - f_1(t_{i-1})$$

$$\Delta f_{2i} = f_2(t_i) - f_2(t_{i-1})$$

Assim, a partir da eq.(49), obtém-se que:

$$\Delta y_i = \Delta \ln(p(t_i)) = B\Delta f_{1i} + C\Delta f_{2i} + \varepsilon_i \quad (50)$$

O modelo da eq.(50) foi estimado utilizando os algoritmos GSA e BFGS, minimizando a soma dos quadrados dos resíduos.

Como mencionado no capítulo 3, a forte não-linearidade do modelo log-periódico levou a uma grande dificuldade na estimação da solução ótima. Considerando o modelo em 1ª diferença, a estimação enfrentou problemas maiores de não convergência ou convergência para muitos mínimos locais (este fato também foi relatado por Feigenbaum, 2001 [14]) devido à dificuldade intrínseca em quantificar tendência e aceleração em dados muito ruidosos. Os resultados apresentados nesta seção foram obtidos após um trabalho minucioso modificando as condições iniciais e serão considerados como os de melhor convergência para um mínimo global.

Os estimadores de MQO $\hat{\Phi}' = [B, C, t_c, \beta, w, \phi]$ obtidos para o S&P500 e o IBOVESPA são apresentados na tabela 35.

Modelo log-periódico em 1ª diferença		
	S&P500 - 1987	Ibovespa - 1997
B	-0.134	-2.318
C	0.005	0.001
β	0.0012	0.041
w	6.37	5.16
ϕ	2.00	5.78
t_c	2.16	1.50

Tabela 35 – Estimativas pontuais dos parâmetros do modelo log-periódico em 1ª diferença aplicado ao S&P5000 e ao IBOVESPA.

As estimativas apresentadas acima, como intuitivamente já se esperava, possuem algumas diferenças em relação às apresentadas nos capítulos 3 e 4 para o modelo log-periódico aplicado ao nível da série. Os valores de B e C são bem menores, consistentes com a escala logarítmica do preço. Em particular, a estimativa pontual para β é próxima de zero. Lembrando que o expoente β , no modelo log-periódico, é o responsável pela tendência aplicada à série, esta estimativa para β representa um crescimento lento do valor médio local da série de retornos, indicando crescimento insignificante.

A seguir são apresentados os gráficos da série dos resíduos do modelo log-periódico em 1ª diferença para o S&P500 e o IBOVESPA.

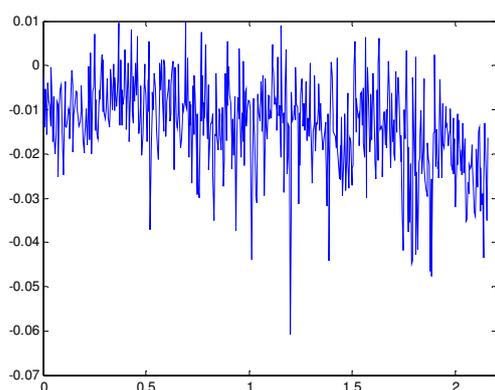


Figura 32 - Resíduo do modelo log-periódico em 1ª diferença para o S&P500.

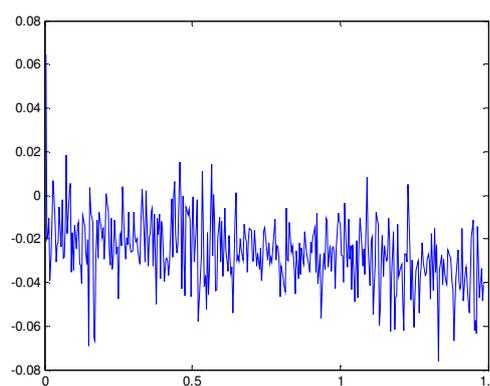


Figura 33 - Resíduo do modelo log-periódico em 1ª diferença para o IBOVESPA.

Para uma série de retornos logaritmos dos preços estacionária, espera-se um resíduo também estacionário. Entretanto, os gráficos 32 e 33 deixam dúvidas em relação a este resultado.

A fim de testar a hipótese de raiz unitária, procedeu-se com os testes PP e ADF, cujos resultados estão na tabela abaixo.

Teste de Raiz Unitária				
Índice	Phillips-Perron		ADF	
	Sem intercepto	Com intercepto	Sem intercepto	Com intercepto
S&P500 - 1987	0.0000	0.0000	0.3899	0.0000
Ibovespa - 1997	0.0000	0.0000	0.0394	0.0000

Tabela 36 - p-valores das estatísticas de teste PP e ADF aplicadas às séries de resíduo do modelo log-periódico em 1ª diferença.

Verifica-se na tabela 36 que a hipótese nula de RU é rejeitada para todos os testes, com exceção do teste ADF sem intercepto. Os resultados sugerem que as séries dos resíduos do modelo log-periódico em 1ª diferença podem estar no limiar da estacionariedade.

Continuando com a investigação das características econométricas das séries dos resíduos $\hat{\varepsilon}_i$ da 1ª diferença do modelo log-periódico aplicado ao S&P500 e ao IBOVESPA, obtém-se o correlograma da função de autocorrelação dos resíduos.

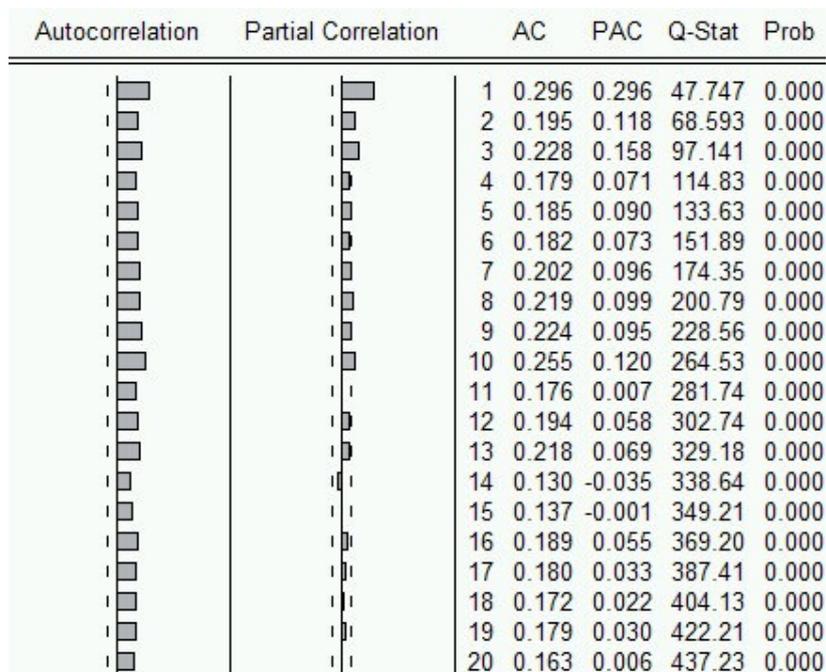


Figura 34 – Correlograma do resíduo do modelo log-per. em 1ª diferença para o S&P500.

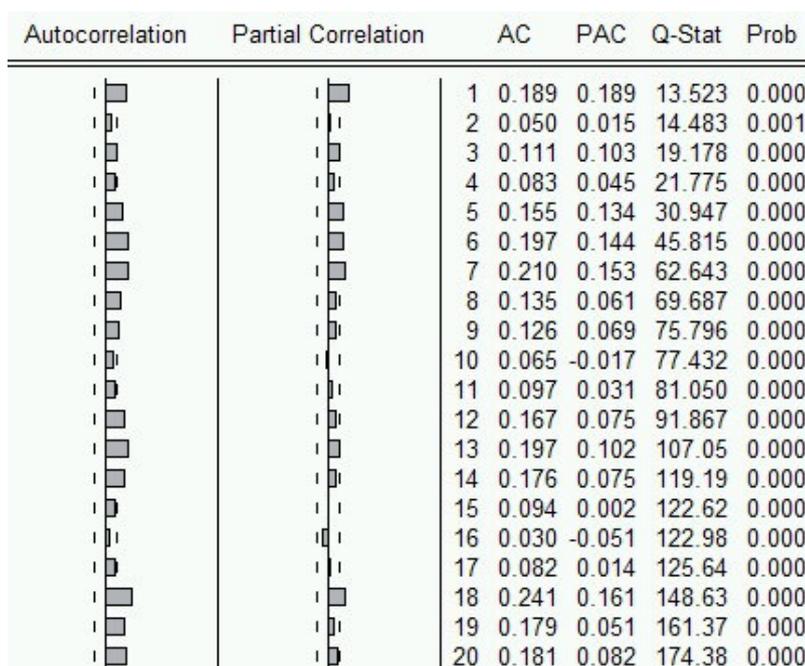


Figura 35 - Correlograma do resíduo do modelo log-per. em 1ª difer. para o Ibovespa.

Verifica-se que ambas as funções de autocorrelação, do S&P500 e do IBOVESPA, possuem um decaimento lento com estrutura oscilante.

Duas conclusões podem ser obtidas a partir destes resultados em relação ao modelo log-periódico em 1ª diferença.

Primeiramente, este resultado seria, na verdade, um artefato do modelo em 1ª diferença. A obtenção de resíduos com tal comportamento é um indicativo de que o modelo em 1ª diferença está sobre-especificando os dados, agregando informações espúrias a eles e conseqüentemente as propriedades estatísticas das estimativas não serão mais garantidas.

Segundo, a estrutura oscilante presente na FAC dos resíduos, poderia estar indicando a necessidade de expansão em ordem mais elevada do modelo log-periódico. Na seção 2.6.2., demonstrou-se que a expressão de modelo log-periódico é, na verdade, constituída pelos termos de mais baixa ordem de uma expansão em série de Fourier. Assim, este modelo estaria mal-especificado e para melhor especificá-lo, termos de ordem mais alta deveriam ser utilizados na expansão (o que já foi feito por Sornette, 2002 [1]).

Assim, os resultados preliminares deste trabalho indicam uma estimação bastante problemática para o modelo log-periódico em 1ª diferença, além da maior dificuldade na estimação dos parâmetros ótimos.

Desta forma, pode-se concluir que a estimação do modelo log-periódico em 1ª diferença não produziu uma inferência mais confiável quando comparada

à inferência do modelo em nível. Como consequência, a extensão do modelo log-periódico em 1ª diferença, incorporando estruturas autoregressivas e heterocedásticas, não possui valor estatístico, já que a sua base log-periódica está sendo questionada.

5.4. Sobre a Previsão da Série de Preços

De posse dos estimadores de MV, $\hat{\Theta}$ do capítulo 3, pode-se construir a previsão $\hat{p}_{t/t-1}$ para a série de preços p_t definida como: $\hat{p}_{t/t-1} = E[p_t / P_{t-1}]$, onde P_{t-1} é o conjunto das m observações mais recentes de p_t expresso pelo vetor $P_{t-1} = [p_{t-1}, p_{t-2}, \dots, p_{t-m}]$.

Da equação (44) obtém-se que:

$$p_t = g(\Phi, t) + \rho(p_{t-1} - g(\Phi, t-1)) + \eta_t \tag{51}$$

Evoluindo com a esperança condicional de p_t dado as observações passadas, se tem que:

$$E[p_t / P_{t-1}] = E[g(\hat{\Phi}, t) / P_{t-1}] + \hat{\rho} E[p_{t-1} / P_{t-1}] - \hat{\rho} E[g(\hat{\Phi}, t-1) / P_{t-1}] + E[\eta_t / P_{t-1}]$$

onde $g(\hat{\Phi}, t)$ é a componente log-periódica avaliada com os parâmetros obtidos a partir de $\hat{\Theta}$.

Sendo $g(\hat{\Phi}, t)$, $g(\hat{\Phi}, t-1)$ e η_t independentes de P_{t-1} e ainda $E[\eta_t] = 0$, a expressão final de $\hat{p}_{t/t-1}$ é dada por:

$$\hat{p}_{t/t-1} = g(\hat{\Phi}, t) + \hat{\rho}[p_{t-1} - g(\hat{\Phi}, t-1)] \tag{52}$$

A figura 36 apresenta a série dos valores observados de p_t e a previsão $\hat{p}_{t/t-1}$ do modelo log-periódico - AR(1) - GARCH(1,1) para o *crash* de 1987 do S&P500.

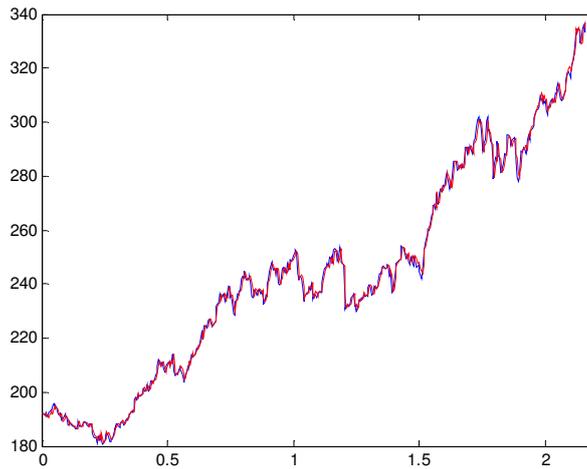


Figura 36 - Em azul série do S&P500 – 1987 observada, em vermelho a previsão.

A fim de compreender o resultado obtido na figura 36, a eq.(52) será re-escrita a da seguinte forma:

$$\hat{p}_{t/t-1} = \hat{\rho} p_{t-1} + [g(\hat{\Phi}, t) - \hat{\rho} g(\hat{\Phi}, t-1)],$$

como $\hat{\rho} \cong 1$ (ver tabela 34), a previsão $\hat{p}_{t/t-1}$ se reduz a:

$$\hat{p}_{t/t-1} \cong p_{t-1} + [g(\hat{\Phi}, t) - g(\hat{\Phi}, t-1)].$$

No entanto, como pode ser visto pelo gráfico abaixo da diferença entre $g(\hat{\Phi}, t)$ a $g(\hat{\Phi}, t-1)$, podemos considerar $g(\hat{\Phi}, t) \cong g(\hat{\Phi}, t-1)$, uma vez que $g(\hat{\Phi}, t)$, para a série do S&P500 – 1987, tem ordem de grandeza igual a dois.

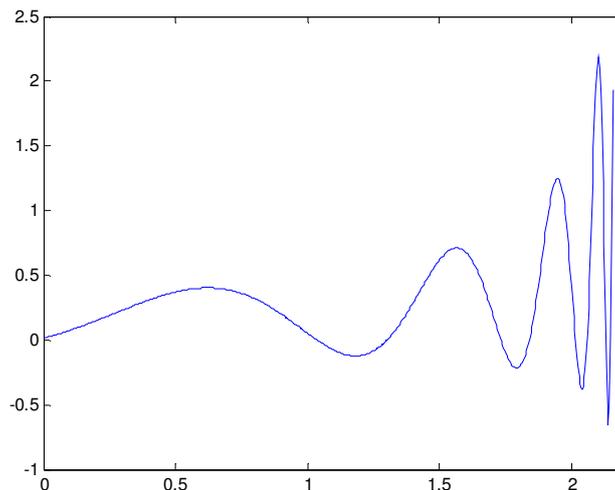


Figura 37 – Gráfico da diferença entre a função $g(\hat{\Phi}, t)$ e $g(\hat{\Phi}, t-1)$

A partir destes resultados conclui-se que $\hat{p}_{t/t-1} \cong p_{t-1}$, ou seja, a previsão se comporta aproximadamente como um passeio aleatório. Este resultado é comum aos demais índices financeiros que estão no escopo deste trabalho.

Assim, conclui-se que ao se incorporar à estrutura AR(1) – GARCH(1,1) ao modelo log-periódico, o qual está mal especificado, a estrutura AR(1) “domina” a previsão, tornando a componente log-periódica residual.

Deve-se observar, no entanto, que o comportamento $g(\hat{\Phi}, t) \cong g(\hat{\Phi}, t-1)$ apresentado na figura 37 não é exclusivo da função log-periódica, sendo esperado o mesmo comportamento para qualquer função determinística contínua e suave.

5.5. Observações finais

Com este trabalho, objetivou-se unir duas abordagens, uma modelagem fenomenológica de formação de preços com uma modelagem econométrica da série de preços, garantindo-se assim estimativas mais confiáveis para os parâmetros do que as originalmente apresentadas por Sornette.

Um ponto técnico importante que deve ser mencionado está relacionado à forte não-linearidade do modelo log-periódico que levou a uma grande dificuldade na estimação da solução ótima. A estimação enfrentou problemas de não convergência ou convergência para mínimos locais, ou seja, se trabalhou em um ambiente operacionalmente difícil, capaz de gerar resultados espúrios. Para contornar estes problemas, a escolha de “boas” condições iniciais, como foi feito na seção 3.3 utilizando o EViews e o método de *Generalized Simulated Annealing* foi crucial para a estimação do modelo log-periódico-AR(1)-GARCH(1,1).

Na seção 3.3 foi demonstrado que não existe estrutura presente no resíduo do modelo log-periódico-AR(1)-GARCH(1,1), sendo necessário, porém, para garantir estimativas dos parâmetros com sentido estatístico, considerar o pressuposto apresentado na seção 3.4 e assumir que $\hat{\rho} \neq 1$.

As inferências e testes dos parâmetros $(A, B, C, t_c, \beta, w, \phi, \rho, \alpha_1, \alpha_2)$ resultaram ser confiáveis e consistentes. No entanto, os intervalos de confiança, estritamente falando, não são válidos se o tamanho da amostra não for

suficientemente grande, como é o caso de todas as séries analisadas neste trabalho.

Os resultados apresentados nesta dissertação indicam que a utilização do modelo log-periódico – AR(1) – GARCH(1,1) na prática requer ainda alguma cautela uma vez que a sua base inferencial é frágil. No entanto a estimação do modelo proposto é inferencialmente mais confiável quando comparado ao modelo log-periódico original, uma vez que as estimativas obtidas, apesar de frágeis, possuem sentido estatístico.

Como perspectivas futuras em relação à modelagem proposta nesta dissertação, podemos apontar como possibilidade de melhorias a utilização da técnica de *bootstrap* para a obtenção empírica dos intervalos de confiança e dos valores críticos dos testes de hipótese. Além disso, na construção da log-verossimilhança podemos considerar um ruído *t-student*, utilizando assim a teoria da quase maxi-verossimilhança a fim de obter a expressão assintótica da matriz variância – covariância. Outras análises também podem ser feitas como, por exemplo, previsão *out-of-sample*, testando-se assim o poder preditivo desta modelagem.