

## 2 Revisão Bibliográfica

Como mencionado na Introdução, existe uma variedade de padrões de escoamento possíveis quando duas fases escoam ao longo de uma tubulação. Estes padrões dependem de características do escoamento e a identificação dos mesmos é crucial para um adequado modelamento matemático. Portanto, a revisão bibliográfica apresentada neste capítulo é subdividida em duas partes. Na primeira apresenta-se uma revisão relacionada à identificação dos padrões de escoamento, seguida da revisão dedicada exclusivamente ao padrão de golfadas.

### 2.1 Padrões de Escoamento

Uma das maiores dificuldades na modelagem do escoamento bifásico é a determinação da geometria da interface, a qual não é conhecida *a priori*. Quando há apenas uma fase escoando, a geometria é conhecida (duto circular, por exemplo), e parâmetros de interesse como a perda de carga, distribuição de velocidades, entre outros, são determinados naturalmente. De fato, em escoamentos bifásicos num duto, por exemplo, a distribuição das fases deve fazer parte da solução, como consequência da evolução do campo de escoamento. Não se pode determinar de antemão, por exemplo, se as bolhas irão se distribuir através do líquido como fase dispersa, ou se irão coalescer de tal forma a escoar no centro do tubo, enquanto a fase líquida forma um filme sobre a parede (este arranjo determina o escoamento anular). Assim, enquanto o padrão de escoamento é desconhecido, não há como proceder na resolução do problema.

A necessidade de identificação dos padrões de escoamento está associada, em primeiro lugar, à seleção adequada das relações de fechamento para os termos de interação interfacial. Por exemplo, espera-se que o atrito interfacial seja bastante diferente para o regime de bolhas dispersas e para o escoamento estratificado. A interação entre as fases é que determinará a persistência ou não de um padrão de escoamento, e para que padrão a transição irá ocorrer.

No uso de modelos fenomenológicos para descrição de escoamentos multifásicos, um mapeamento dos padrões de escoamento também possui um papel primordial. Conforme definido por Hetsroni (2002), entende-se aqui por modelos fenomenológicos aqueles que buscam uma descrição mais precisa para determinado tipo de padrão específico. O uso do Modelo de Dois Fluidos, por exemplo, pressupõe um conjunto de hipóteses básicas com relação ao processo de média das equações de conservação (Ishii, 1975). Uma delas é assumir uma única velocidade para cada fase, o que é claramente irreal. Um exemplo é o escoamento anular, onde as gotículas presentes na fase gasosa viajam a velocidades muito maiores do que o filme de líquido. Portanto, um possível modelo fenomenológico para o escoamento anular buscaria também resolver equações de conservação para as gotículas dispersas no gás (Hetsroni, 2002). No caso do escoamento em golfadas, uma tentativa de aumentar o grau de sofisticação da descrição poderia considerar a presença de bolhas de gás na golfada de líquido (Bonizzi, 2003). Mesmo no uso de modelos fenomenológicos para a solução de escoamentos bifásicos em um padrão específico, é preciso determinar as condições iniciais e de contorno plausíveis para que estes aconteçam; e os mapas de padrão devem também formar uma base importante para estes tipos de modelo. Resultados não realistas devem ser esperados se, por exemplo, condições que levariam a um escoamento em golfadas são impostas a um modelo para prever o escoamento anular.

Até a década de 70, a abordagem usualmente utilizada para a determinação dos mapas era a de coletar dados experimentais para um conjunto de vazões de líquido e gás e suas propriedades observando, visualmente, através de uma janela transparente na seção de teste, os diversos padrões que aconteciam (Fig. 2.1). A partir daí, realizava-se uma extensiva busca por uma maneira de mapear os dados através de um gráfico bidimensional e localizar as fronteiras de transição entre os diversos regimes. Isto requeria a escolha de um sistema de coordenadas a ser utilizado, sem qualquer base teórica até então. Os resultados dependiam fortemente dos dados específicos usados para preparar os mapas, sendo muito mais uma forma de representação das medidas experimentais do que uma correlação em si, não podendo ser estendidos com confiabilidade para outras geometrias (diâmetro ou inclinação da tubulação), propriedades dos fluidos ou condições de operação.

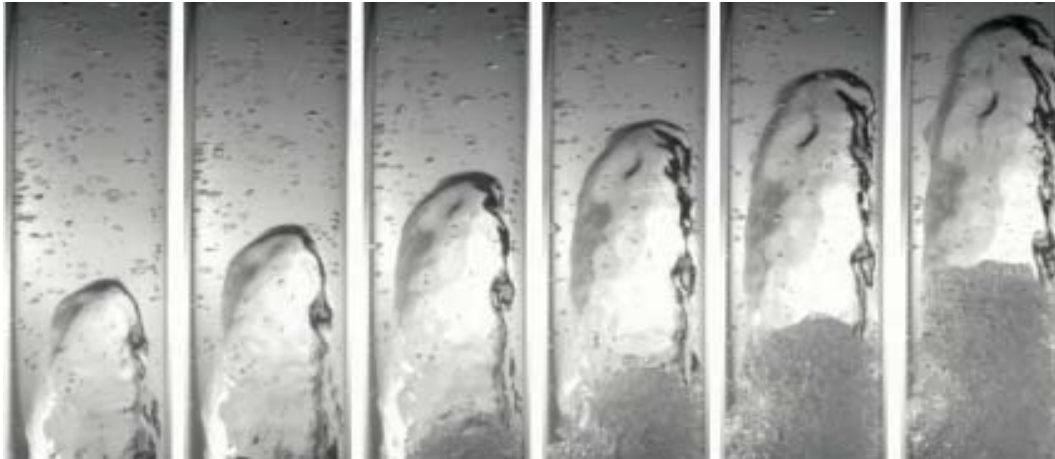
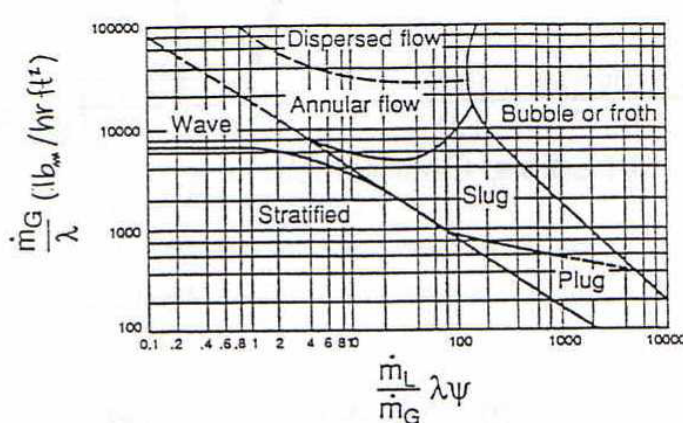


Figura 2.1 – Janela típica de visualização experimental de padrões de escoamento: padrão em golfadas.

O primeiro mapa de padrões de escoamento foi proposto por Baker (1954). Este mapa é apresentado na Fig. 2.2. Nota-se no referido gráfico que a abscissa é representada por um parâmetro adimensional, enquanto que a ordenada é descrita por um parâmetro dimensional. Apesar da intenção do autor de generalizar o mapa através da utilização dos parâmetros  $\lambda$  e  $\psi$ , os quais incorporam variações das propriedades relativas às propriedades da água nas condições atmosféricas, o mapa apresentado não pode ser generalizado. No entanto, este foi o primeiro trabalho reconhecendo a importância do conhecimento dos padrões de escoamento para o cálculo da perda de carga, fração de vazio, entre outros parâmetros.



$$\lambda = \left[ \frac{\rho_G \rho_L}{\rho_A \rho_W} \right]^{0.5}$$

$$\Psi = \frac{\sigma_L}{\sigma_W} \left[ \frac{\mu_L}{\mu_W} \left( \frac{\rho_W}{\rho_L} \right)^2 \right]^{1/3}$$

Figura 2.2 – Mapa dos padrões de escoamento proposto por Baker (1954).

Diversos outros mapas foram sugeridos no decorrer dos anos seguintes, porém ainda puramente baseados em observações experimentais. Seguem alguns exemplos:

Kosterin (1949), White e Huntington (1955), Govier e Omer (1962) e Mandhane et al. (1974). Uma análise crítica destes trabalhos pode ser encontrada em Taitel e Dukler (1976).

A disponibilidade crescente de dados experimentais mostrava claramente a dificuldade em se generalizar as correlações disponíveis, gerando grande necessidade pelo desenvolvimento de modelos teóricos capazes de prever as faixas em que os regimes de escoamento aconteciam.

Taitel e Dukler (1976) desenvolveram um modelo teórico mecanicista capaz de prever as transições entre os diversos regimes de escoamento, para tubulações horizontais e levemente inclinadas, estabelecendo grupos adimensionais que representassem razões entre as forças mais importantes governando as transições. As fronteiras entre os padrões eram então previstas analiticamente, mostrando-se ainda que, para cada ângulo de inclinação da tubulação, eram necessários apenas dois parâmetros adimensionais para descrever a transição entre dois padrões quaisquer. Desta forma, foi construído um mapa generalizado baseado unicamente nos mecanismos físicos de cada transição, sem qualquer dado experimental por trás. A única base empírica do modelo estava inserida no cálculo dos fatores de atrito entre cada fase e a parede, e do fator de atrito interfacial.

O trabalho de Taitel e Dukler (1976) não só apresentou uma boa concordância com dados experimentais para tubulações horizontais (Mandhane et al., 1974), como mostrou ser capaz de prever os efeitos de pequenas mudanças no diâmetro e na inclinação do tubo, além das propriedades dos fluidos, na transição entre os regimes.

Um trabalho experimental realizado por Barnea et al. (1979) mostrou que a teoria proposta por Taitel e Dukler (1976) era capaz de prever as transições com razoável concordância para a faixa de inclinações da tubulação entre  $\pm 10^\circ$ . Qualitativamente, as tendências são bem previstas para inclinações de até  $\pm 30^\circ$ , exceto em inclinações descendentes, para as quais a teoria não previa corretamente a transição entre os padrões estratificado e estratificado ondulado.

Diversos trabalhos decorreram da metodologia proposta por Taitel e Dukler (1976), alcançando-se, nos anos seguintes, progresso substancial nesta área. Entretanto, a maioria dos modelos apresentados ainda se restringia a uma faixa específica de inclinações da tubulação, dando apenas uma visão parcial dos mecanismos de transição. Seguem alguns exemplos de trabalhos desenvolvidos:

- i) Kadambi (1982) e Lin e Hanratty (1986), para tubulações horizontais e levemente inclinadas;
- ii) Taitel et al. (1980) e Mishima e Ishii (1984), para escoamentos ascendentes em tubulações verticais;
- iii) Barnea et al., para escoamentos descendentes em tubulações verticais (1982a) e escoamentos inclinados; ascendentes (1982b) e descendentes (1985).

Uma revisão dos trabalhos acima encontra-se em Barnea (1987). Estes modelos incluem uma variedade de mecanismos que tentam explicar os fundamentos físicos das transições, os quais, como já mencionado, diferem significativamente para escoamentos horizontais e verticais. Desta forma, houve um considerável esforço na tentativa de modificá-los de modo a incluir o efeito de pequenas inclinações a partir destes casos extremos. A dificuldade surgia em determinar com segurança as faixas de inclinação para as quais cada mecanismo de transição dominava. No estudo de Barnea (1987) é apresentado um modelo unificado capaz de prever o mapa de transição entre regimes para toda a faixa de inclinações da tubulação, reunindo de forma crítica e sistemática os mecanismos de transição propostos em trabalhos anteriores. O mapa generalizado é apresentado na Fig. 2.3, onde cada transição é descrita em termos de dois parâmetros adimensionais.

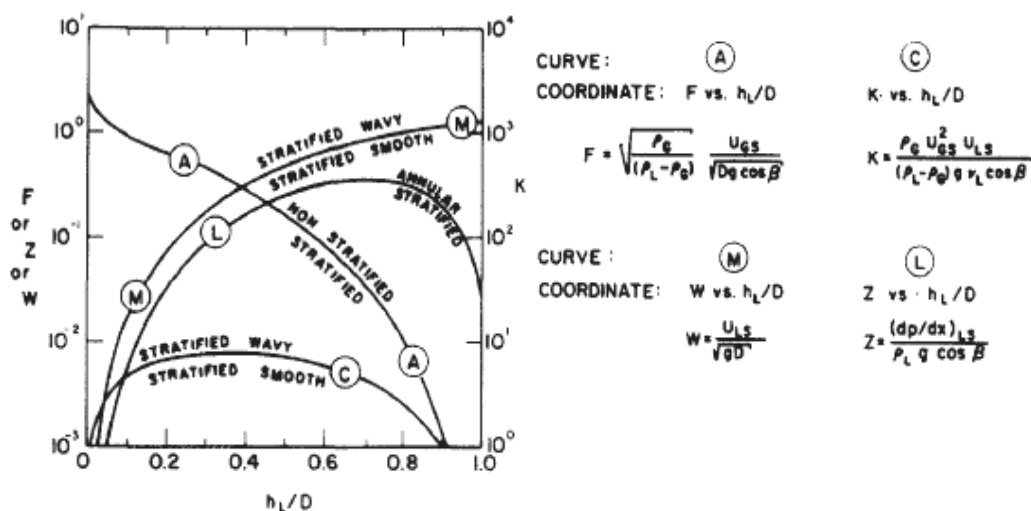


Figura 2.3 – Mapa generalizado apresentado por Barnea (1987).

O mapa generalizado pode ser transformado para a forma dimensional, utilizando-se as velocidades superficiais das fases. Os dados são comparados com os experimentos de Shoham (1962) para toda a faixa de inclinações (o sistema é

ilustrado na Fig. 2.4). Por simplicidade, apenas os casos da tubulação na horizontal e vertical são apresentados aqui (Fig. 2.5).

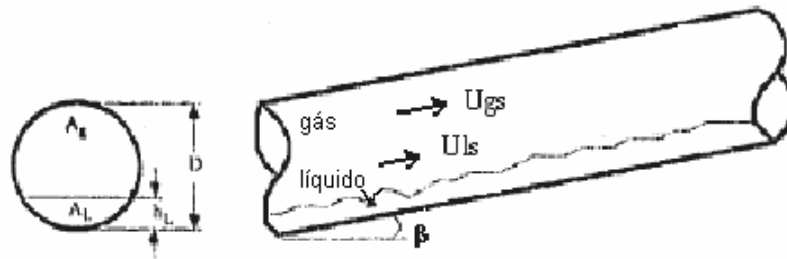


Figura 2.4 – Sistema considerado por Barnea (1987).

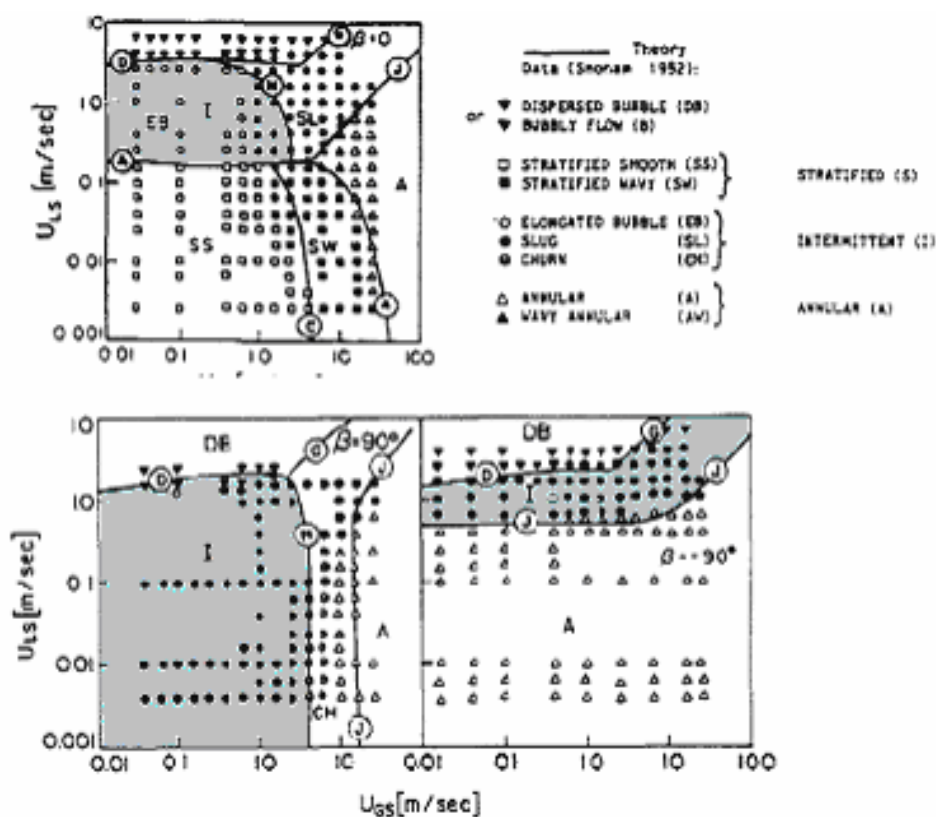


Figura 2.5 – Comparação com os dados experimentais de Shoham (1962).

Conforme mencionado na seção 1, o padrão de golfadas ocorre com bastante frequência, não só para uma grande faixa de vazões de líquido e gás, mas para toda a faixa de inclinações da tubulação. Isto pode ser observado diretamente nos mapas de padrões de escoamento da Fig. 2.5, onde a região destacada em cinza representa as combinações de vazão de líquido e gás para as quais o padrão de golfadas existe.

## **2.2 Regime de Golfadas**

O padrão de golfadas tem sido vastamente estudado ao longo dos anos, tanto experimentalmente quanto numericamente. Correlações e observações experimentais para as principais propriedades das golfadas são extremamente importantes para validar os resultados obtidos numericamente. A seguir, a revisão bibliográfica referente ao regime de golfadas está subdividida em duas seções: a primeira, englobando os estudos experimentais mais importantes referentes à determinação dos principais parâmetros das golfadas (comprimento, velocidade e frequência); e a segunda, envolvendo as principais metodologias numéricas utilizadas na previsão do regime de golfadas em tubulações, com especial ênfase dada ao Modelo de Dois Fluidos.

### **2.2.1 Estudos Experimentais**

O escoamento no regime de golfadas possui uma natureza sabidamente estocástica, de modo que sua descrição é normalmente feita em termos dos valores médios do comprimento, velocidade e frequência das golfadas (Taitel, 1995).

Para tubulações horizontais, foi observado experimentalmente (Dukler e Hubbard, 1975; Fabre e Liné, 1992) que o comprimento médio das golfadas é dependente apenas do diâmetro da tubulação (e não das propriedades físicas dos fluidos ou das velocidades de entrada), estando compreendido numa faixa de  $15-40D$ . Segundo Barnea e Taitel (1993), pode haver uma grande variância na distribuição dos comprimentos das golfadas, sendo que o máximo comprimento pode atingir valores até maiores do que 2 vezes o comprimento médio.

Diversos autores (Moissis e Griffith, 1962; Barnea e Brauner, 1985; Fagundes Netto et al. 2001) estudaram a influência da interação entre duas bolhas alongadas consecutivas no comprimento das golfadas. De uma maneira geral, foi observado que, como resultado da esteira deixada pela bolha alongada à frente da golfada, a bolha alongada atrás dela tende a se mover mais rápido, incorporando-a. Assim, para que uma golfada persista na tubulação, é preciso que tenha um comprimento suficiente (“separando” as duas bolhas consecutivas) para que a bolha de trás não seja afetada pela da frente.

A velocidade de translação das golfadas é normalmente tomada como a velocidade com a qual o “nariz” da bolha (ou, a cauda da golfada) viaja na tubulação. Uma relação linear entre a velocidade de translação da golfada e a velocidade de mistura (definida pela soma das velocidades superficiais de líquido e gás) foi proposta por diversos autores (Nicklin, 1962; Gregory e Scott, 1969; Bendiksen, 1984). Cook e Behnia (2000), propuseram uma relação entre as velocidades da frente e da cauda da golfada, a qual depende apenas do comprimento adimensional da mesma. De acordo com esta relação, a diferença entre a velocidade da cauda e da frente da golfada é menor do que 5% para comprimentos maiores do que  $5D$ , decaindo exponencialmente com este parâmetro.

A frequência das golfadas é definida como o número de golfadas que passam por um determinado ponto fixo da tubulação, por intervalo de tempo. Correlações para a frequência média das golfadas foram propostas por diversos autores (Gregory e Scott, 1969; Heywood e Richardson, 1979; Tronconi, 1990). No entanto, são válidas estritamente para posições axiais suficientemente longe da entrada da tubulação, de modo que o regime já tenha se desenvolvido espacialmente (no trabalho de Gregory e Scott, por exemplo, uma distância de  $300D$  da entrada foi escolhida). Segundo Tronconi (1990), dois fatores contribuem para que a frequência das golfadas (longe da região de entrada) seja menor do que a frequência das ondas que surgem na interface do escoamento estratificado. Primeiramente, apenas uma fração das ondas efetivamente origina golfadas. Ainda, algumas das golfadas originadas são instáveis e se dissipam, ou são absorvidas por outras cuja velocidade de translação é maior. Este processo contribui para que as golfadas aumentem de comprimento e diminuam, por conseguinte, a sua frequência na tubulação. O autor especula que a frequência de geração de ondas seja aproximadamente o dobro da frequência das golfadas para um regime de golfadas em desenvolvimento. Para um regime de golfadas desenvolvido, quando aproximadamente todas as ondas devem originar golfadas, a frequência de golfadas próximo à região da entrada deve ser o dobro daquela longe da entrada.



### 2.2.2 Estudos Numéricos

Escoamentos bifásicos sempre envolvem algum movimento relativo entre as fases, portanto, a descrição matemática mais exata do fenômeno deve ser feita em função de dois campos de velocidade. Apesar disto, Modelos de Escorregamento (“*Drift-Flux Models*”), os quais resolvem apenas uma equação de conservação de quantidade de movimento para a mistura (além de duas equações de conservação de massa; uma para a fase dispersa e outra para a mistura), também podem ser utilizados na previsão do escoamento em regime de golfadas, conforme evidenciado em diversos trabalhos na literatura (Henriot et al., 1997, Faille e Heintzé, 1999; Fjelde e Karlsen, 2002; Henriot et al., 2002). No entanto, quando as fases estão segregadas (como é o caso do regime estratificado, ou do anular), estes modelos não possuem um desempenho satisfatório. Assim, como o objetivo do trabalho envolve a previsão da transição natural do regime estratificado para o regime de golfadas, foco será dado aqui aos trabalhos em que o Modelo de Dois Fluidos foi utilizado.

Desde a década de 70, o Modelo de Dois Fluidos (Ishii, 1975) tem sido bastante utilizado na resolução de escoamentos bifásicos em tubulações. Inicialmente utilizado pela indústria nuclear para a análise de transientes hidráulicos (em códigos como o RELAP5, Ransom, 1983 e ATHENA, Richards et al., 1985), o Modelo de Dois Fluidos foi introduzido apenas alguns anos depois na indústria do petróleo, sendo também incorporado em diversos códigos comerciais como o OLGA (Bendiksen et al., 1991).

Na análise mecanicista de Taitel e Dukler (1976) para o escoamento estratificado, apesar de terem sido considerados termos viscosos para avaliar a altura de líquido em equilíbrio na seção transversal, os termos inerciais e de aceleração local foram desprezados no Modelo de Dois Fluidos. O critério de instabilidade em si se baseava numa argumentação em torno da equação de *Bernoulli* aplicada ao escoamento do gás. O crescimento de uma onda solitária de amplitude finita era dado quando a pressão de sucção gerada sobre esta (pelo efeito *Bernoulli*) prevalecesse em relação ao efeito estabilizante da gravidade. Em diversas outras referências (Mishima e Ishii, 1980; Lin e Hanratty, 1986; Andritsos e Hanratty., 1987; Barnea, 1991), mostra-se que o modelo falha na previsão da região estável do escoamento estratificado, principalmente quando efeitos viscosos da fase líquida são importantes, e alguns destes trabalhos propõem fatores de correção de modo compensar esta falha.

Um dos trabalhos mais importantes na investigação da transição a partir do escoamento estratificado foi o desenvolvido por Barnea e Taitel (1994). Eles realizaram análises de estabilidade linear e não-linear nas equações do Modelo de Dois Fluidos em sua forma transiente e unidimensional, visando estabelecer um critério de transição a partir do escoamento estratificado, de forma a solucionar algumas discrepâncias que os critérios disponíveis ainda geravam. A estratégia consiste em aplicar uma perturbação exponencial complexa e verificar sob que circunstâncias pequenas perturbações aplicadas em relação aos valores de equilíbrio crescem com o tempo, determinando a instabilidade da solução.

Os resultados da análise de Barnea e Taitel (1994) contemplavam os casos viscosos e não-viscosos, sem a necessidade, a princípio, da inserção de fatores de correção no critério. Como resultado da análise, definiu-se, para o critério de transição, valores limite da velocidade relativa entre as fases, abaixo dos quais um escoamento estável deve existir, e a partir dos quais uma transição do regime estratificado para o regime de golfadas, anular, ou simplesmente estratificado ondulado deve ser esperado. O critério depende de velocidades críticas das ondas na iminência dos escoamentos se tornarem instáveis, tanto para o caso viscoso como não-viscoso. Porém, a expressão resultante se mostrou demasiadamente complicada, por possuir diversos termos implicitamente relacionados às velocidades superficiais.

Visando simplificar o critério, os autores propõem a mesma modificação sugerida por Taitel e Dukler (1976), os quais sugeriram a introdução de um fator de correção para levar em consideração as ondas de amplitudes finitas, com o argumento de ser capaz de modelar corretamente a influência da altura de líquido no critério de transição. Segundo os autores, se o filme de líquido se aproxima do topo da tubulação, a golfada deve se formar para qualquer velocidade relativa (na verdade, só haverá líquido presente); por outro lado, quando o nível de líquido tende a zero, a velocidade relativa necessária para formar a golfada tende a aumentar (na realidade, a velocidade relativa tende a infinito). De fato, neste caso, seria impossível formar uma golfada, uma vez que só haveria gás na tubulação. Surpreendentemente, o fator proposto também incorpora corretamente os efeitos viscosos quando a viscosidade do líquido situa-se próxima à da água (da ordem de 1 cP). No entanto, a variação do critério de instabilidade com a viscosidade é desprezível, o que não concorda com dados experimentais.

Barnea e Taitel (1994) apresentam ainda diferentes interpretações cabíveis às análises de estabilidade viscosa e não-viscosa. O aparente paradoxo de que a análise viscosa se aproxima da análise invíscida para viscosidades muito altas é explicado através da comparação dos fatores de amplificação das perturbações em cada tipo de análise. O fator de amplificação de uma perturbação é dado pela parte complexa de frequência obtida através da solução da equação de dispersão. Quando o fator de amplificação for negativo, ocorrerá o crescimento exponencial no tempo da perturbação imposta. Tanto para altas quanto para baixas viscosidades, os fatores de amplificação dos dois tipos de análise se aproximam um do outro. No entanto, o ponto onde o fator de amplificação muda de sinal (denominado “ponto de estabilidade neutra”, uma vez que determina o ponto a partir do qual as perturbações não mais são atenuadas, mas sim amplificadas) se afasta quando as viscosidades são baixas e se aproxima quando são muito altas, quando os dois tipos de análise são comparados. Por esta razão os critérios de estabilidade apresentados num típico mapa de padrões em termos das velocidades superficiais de líquido e gás, apresentam a discrepância observada quando o efeito da viscosidade é analisado (Fig. 2.6).

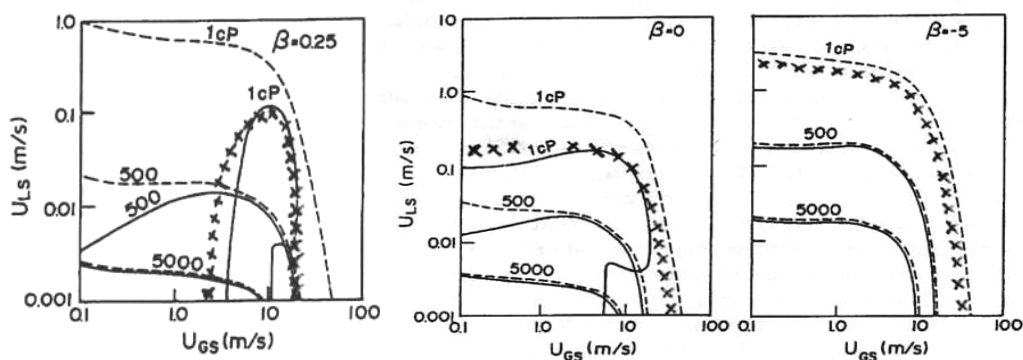


Figura 2.6 – Mapas de padrão de escoamento obtidos a partir da análise viscosa (—) e não-viscosa (----) de Barnea e Taitel (1994); e comparação com os dados experimentais (x x x) de Shoham (1962).

De uma maneira geral, as curvas da análise viscosa e não-viscosa que representam os critérios de estabilidade no mapa de padrões delimitam três regiões: uma região estável segundo os dois critérios (abaixo da curva representando a análise viscosa); outra estável segundo o critério não-viscoso, porém instável segundo o critério viscoso (entre as curvas); e uma terceira região instável para ambos (acima da curva representando a análise não-viscosa). Entretanto, para inclinações descendentes,

toda a região estável segundo a análise invíscida é instável segundo a análise viscosa. Contrariamente aos resultados para o duto em inclinações ascendentes e na horizontal, a curva representando o critério não-viscoso apresenta melhor concordância com os dados experimentais. Este fato também é observado nos resultados da análise de estabilidade não-linear realizada nas equações do modelo. Os aspectos comentados acima encontram-se ilustrados na Fig. (2.6).

Na derivação do critério de estabilidade, os autores argumentam ainda que, para perturbações de longos comprimentos de onda, o efeito da tensão superficial deve ser muito pequeno, sendo o termo devido a esta influência desprezado no critério de estabilidade. No entanto, nenhum argumento quantitativo é apresentado para justificar esta escolha.

O Modelo de Dois Fluidos foi também recentemente utilizado para a previsão da formação do regime de golfadas a partir do escoamento estratificado, através de uma metodologia desenvolvida por Issa e Kempf (2003) denominada de “*slug capturing*” (ou “captura das golfadas”). A grande vantagem desta abordagem frente às outras metodologias, como por exemplo, “*slug tracking*” (Bendiksen et al., 1991, Nydal e Banerjee, 1996) e “*empirical slug specification*” (De Henau e Raithby, 1995) doravante denominadas “acompanhamento das golfadas” e “especificação empírica das golfadas”, respectivamente) é o fato de conseguir prever a transição e o desenvolvimento do padrão de golfadas através do crescimento natural de instabilidades inerentes ao sistema de equações sendo resolvido. Isto elimina a necessidade da introdução de critérios de transição entre os padrões no modelo. As golfadas se desenvolvem, crescem e podem coalescer ou se dissipar, a depender unicamente da solução numérica do sistema de equações de conservação de massa e de quantidade de movimento linear das fases. A única informação empírica requerida é para as equações de fechamento envolvendo as forças viscosas interfaciais (líquido – parede, gás – parede e líquido-gás). No entanto, para a previsão da formação e subsequente desenvolvimento das golfadas a partir do escoamento estratificado, é preciso que o espaçamento da malha seja pequeno o suficiente para que capture corretamente o crescimento das instabilidades presentes no escoamento. Isto tende a desrespeitar o compromisso entre acurácia e rapidez, principalmente no que concerne às simulações de dutos cuja extensão pode atingir quilômetros. Assim, em boa parte das situações práticas de interesse, a resolução numérica inadequada exige que outros

critérios sejam usados para estabelecer o padrão local de escoamento, conforme feito na maior parte dos códigos comerciais existentes (Issa e Kempf, 2003).

A filosofia de acompanhamento da golfada utiliza uma abordagem *lagrangeana*, visando acompanhar a translação das golfadas individualmente. Normalmente, assume-se que o regime de golfadas se desenvolveu segundo algum critério, que usualmente é baseado no conceito de mapas de padrões de escoamento. Subseqüentemente, monitora-se continuamente a frente e a cauda das golfadas ao longo da tubulação, e os fluxos de massa e quantidade de movimento são alimentados nas equações do Modelo de Dois Fluidos. Neste tipo de análise, algumas características das golfadas são modeladas empiricamente. Este tipo de metodologia encontra-se implementada no *software* comercial OLGA (Bendiksen et al., 1991), por exemplo.

Um exemplo do uso da metodologia de “especificação empírica da golfada” pode ser encontrado no trabalho de De Henau e Raithby (1995). Os autores desenvolveram uma formulação unidimensional baseada no modelo de dois fluidos, utilizando um sub-modelo que fornece as equações constitutivas para cálculo da interação interfacial entre líquido e gás, no qual uma configuração com base empírica é assumida para o regime de golfadas (o comprimento da golfada, por exemplo é arbitrado em 30 diâmetros). Os autores avaliam também a influência do termo de massa virtual nas equações constitutivas. Algumas oscilações observadas nos resultados sem a consideração deste efeito parecem ser amortecidas quando este passa a ser considerado.

No que diz respeito à evolução da metodologia de captura das golfadas, Bonizzi e Issa (2003) utilizaram um modelo combinado para considerar o efeito da presença de bolhas na fase líquida (“*aerated slug*” ou “golfada aerada”), resolvendo duas equações de conservação de massa e duas de quantidade de movimento linear para a fase gasosa e para a mistura (a qual representa a golfada de líquido e as bolhas nela dispersas). Os autores também estenderam a metodologia de captura das golfadas para a previsão do regime de golfadas a partir do escoamento estratificado de óleo, água e gás na tubulação (Modelo de Três Fluidos ou “*three-fluid model*”). A presença da água pode levar a um padrão de emulsão para o escoamento da fase líquida, num regime em que tanto a água quanto o óleo podem representar a fase dispersa. A sofisticação do modelo requer a introdução de novas relações constitutivas para a transição de regime estratificado para o regime de fases dispersas (líquido-líquido),

assim como o ponto de inversão de fases e viscosidade efetiva da mistura líquida. Nos resultados do estudo, mostrou-se a existência de altas perdas de carga próximo ao ponto de inversão de fases.