

André Alves Gandolpho

**Metodologia de Resolução de
Problemas de Programação Linear Fuzzy**

TESE DE DOUTORADO

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

Programa de Pós-Graduação em Engenharia

Elétrica

André Alves Gandolpho

**Metodologia de Resolução de
Problemas de Programação Linear Fuzzy**

Tese de Doutorado

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia
Elétrica da PUC-Rio como requisito parcial para obtenção do título
de doutor em Engenharia Elétrica

Orientador: Ricardo Tanscheit

Co-Orientadora: Marley Maria Bernardes Rebuzzi Vellasco

Rio de Janeiro, setembro de 2005



André Alves Gandolpho

**Metodologia de Resolução de Problemas de
Programação Linear Fuzzy**

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Doutor pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Departamento de Engenharia Elétrica do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Dr. Ricardo Tanscheit
Orientador

Departamento de Engenharia Elétrica - PUC-Rio

Dra. Marley Maria Bernardes Rebuzzy Vellasco
Co-Orientadora

Departamento de Engenharia Elétrica - PUC-Rio

Dr. Petr Iakovlevitch Ekel

Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais

Dr. Alexandre Gonçalves Evsukoff
UFRJ

Dr. Juan Guillermo Lazo Lazo

Departamento de Engenharia Elétrica - PUC-Rio

Dr. Nelio Domingues Pizzolato

Departamento de Engenharia Industrial - PUC-Rio

Prof. José Eugenio Leal

Coordenador Setorial do Centro
Técnico Científico - PUC-Rio

Rio de Janeiro, 14 de setembro de 2005

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

André Alves Gandolpho

Graduou-se em Engenharia Elétrica na PUC-Rio. Cursos Mestrado em Engenharia de Produção na PUC-Rio

Ficha Catalográfica

Gandolpho, André Alves

Metodologia de resolução de problemas de programação linear fuzzy / André Alves Gandolpho ; orientador: Ricardo Tanscheit ; co-orientadora: Marley Maria Bernardes Rebuszy Vellasco. – Rio de Janeiro : PUC, Departamento de Engenharia Elétrica, 2005.

98 f. ; 30 cm

Tese (doutorado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Elétrica.

Inclui referências bibliográficas.

CDD: 621.3

**Para meus pais, Almir e Maria José,
pelo apoio e confiança.**

Agradecimentos

A Deus a quem devo a vida.

A meus pais e minha irmã pelo carinho e incentivo nos momentos mais difíceis.

Aos meus orientadores pelo apoio e força que me deram durante todo o curso.

Ao Professor Nélio Pizzolato que acreditou e me incentivou em cada etapa deste trabalho.

A Leda Gomes (In Memoriam) pelo carinho e amor com que sempre me tratou e incentivou.

Aos amigos que sempre estiveram ao meu lado

Resumo

Gandolpho, André Alves. **Metodologia de Resolução de Problemas de Programação Linear Fuzzy**. Rio de Janeiro, 2005, 98 p. Tese de Doutorado – Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Este trabalho propõe uma metodologia para obter uma solução para problemas de programação linear fuzzy. A metodologia aqui descrita apresenta um conjunto de soluções em que tanto os valores das variáveis quanto o valor ótimo para a função de custo, ou função objetivo, possuem uma função de pertinência associada. Assim, é possível fornecer um conjunto de soluções factíveis que atendam a diferentes cenários, além de fornecer ao tomador de decisões uma ferramenta de análise mais poderosa, permitindo que sejam analisadas outras soluções possíveis antes de se escolher uma solução em particular. O problema é resolvido de forma iterativa, tornando mais simples e de fácil aplicação a metodologia desenvolvida.

Palavras-chave

Programação Linear; Modelos de Mistura; Lógica Fuzzy; Conjuntos Fuzzy

Abstract

Gandolpho, André Alves. **Metodologia de Resolução de Problemas de Programação Linear Fuzzy**. Rio de Janeiro, 2005, 98 p. Tese de Doutorado – Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

This work proposes an approach to obtain a solution to linear fuzzy programming problems. The approach described here presents a solution set in which both the variables values and the cost function optimum value have an associated membership function. Thus, it is possible to provide not only a feasible solution set applicable to different scenarios but also to supply the decision maker with a more powerful tool for the analysis of other possible solutions. The problem is solved in an interactive way, so that the developed approach is easily applicable and simple to handle.

Keywords

Linear Programming; Blending Models; Fuzzy Logic; Fuzzy Sets

Sumário

1 – INTRODUÇÃO	1
1.1. MOTIVAÇÃO	1
1.2. OBJETIVOS	4
1.3. CONTRIBUIÇÕES	5
1.4. ESTRUTURA DA TESE	6
2 – PROGRAMAÇÃO LINEAR <i>FUZZY</i>	7
2.1. PROGRAMAÇÃO LINEAR	7
2.2. CONCEITOS	8
2.3. MODELOS DE PROGRAMAÇÃO LINEAR <i>FUZZY</i>	12
2.4. TÉCNICAS DE RESOLUÇÃO DE MODELOS DE PROGRAMAÇÃO LINEAR <i>FUZZY</i>	15
2.4.1. Programação linear com restrições soft	17
2.4.2. Programação linear com relações de desigualdade	20
2.4.3. Maximizando a função objetivo	21
2.4.4. Caso Geral	24
2.4.5. Programação Possibilística	28
2.5. A ANÁLISE DE SENSIBILIDADE	30
2.6. DESENVOLVIMENTO HISTÓRICO	31
3 – PROBLEMA DE MISTURAS	34
3.1. INTRODUÇÃO	34
3 – PROBLEMA DE MISTURAS	34
3.1. INTRODUÇÃO	34
3.2. O MODELO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR PARA PROBLEMAS DE MISTURAS	34
3.3. ESTRUTURA GERAL DO PROBLEMA DE MISTURAS	35
3.4. O MODELO DO CARVÃO	37
3.5. O PROBLEMA <i>FUZZY</i>	39
4 – METODOLOGIA	41
4.1. INTRODUÇÃO	41
4.2. MOTIVAÇÃO	42
4.3. METODOLOGIA	43

4.3.1. Região de Viabilidade	43
4.3.2. Função Objetivo	46
5 – ESTUDO DE CASOS	48
5.1. INTRODUÇÃO	48
5.2. MODELO <i>CRISP</i>	48
5.3. PROGRAMAÇÃO POSSIBILÍSTICA	51
5.3.1. Medidas de Possibilidade e de Necessidade	54
5.3.2. Tratamento das Restrições	56
5.3.3. Tratamento da Função Objetivo	58
5.3.4. Modelo Global e Resultados	59
5.4. MODELO LINEAR <i>FUZZY</i> DE MISTURAS	61
5.4.1. Região de Viabilidade	61
5.4.2. Função Objetivo	63
5.4.3. Modelo Geral	64
5.4.4. Resultados	64
5.5. SIMULAÇÃO	65
5.6. CONSIDERAÇÕES FINAIS	67
6 – CONCLUSÕES	70
7 – REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA	74
A – ANÁLISE DE SENSIBILIDADE	80
A.1. ABORDAGEM TEÓRICA	80
A.1.1. Mudança no vetor c	87
A.1.2. Mudança no vetor do lado direito	88
A.1.3. Mudança em um ou mais coeficientes da matriz A	88
A.1.4. Adição de uma nova variável (ou atividade)	89
A.2. PROGRAMAÇÃO PARAMÉTRICA	89
A.2.1. Parametrizando o vetor de custos	89
A.2.2. Parametrizando o vetor de constantes do lado direito (RHS)	91
B – NÚMEROS <i>FUZZY</i>	93
B.1. DEFINIÇÃO	93
B.2. NÚMEROS <i>FUZZY</i> DO TIPO L-R	93
B.3. NÚMERO <i>FUZZY</i> TRIANGULAR	94
B.4. NÚMERO <i>FUZZY</i> TRAPEZOIDAL	95
B.5. CÁLCULO COM NÚMEROS <i>FUZZY</i>	96

B.5.1. Operações em Intervalos	96
B.5.2. Operações em Intervalos α -cut	97
B.5.3. Operações com números <i>fuzzy</i>	97

Lista de Figuras

Figura 2.1 -Procedimento	7
Figura 2.2 – Taxonomia de Programação Linear Fuzzy	17
Figura 2.3 – Função de Pertinência de b_i	18
Figura 2.4 – Função de Pertinência de \tilde{c}_j	21
Figura 2.5 – Função de Pertinência de \tilde{z}	23
Figura 4.1 – Conjunto $S_b^{\alpha_k}$, do nível α_k , do conjunto b	45
Figura 5.1 – Teor de cinza representado por um número fuzzy	52
Figura B.1 – Número <i>Fuzzy</i> Triangular Simétrico	94
Figura B.2 – Número <i>Fuzzy</i> Triangular Não Simétrico	95
Figura B.3 Número <i>Fuzzy</i> Trapezoidal	96

Lista de Tabelas

Tabela 3.1 - Exemplos de produtos vindos de mistura	35
Tabela 5.1 – Resultados da otimização	50
Tabela 5.2 – Resultados da Análise de Sensibilidade – Coeficientes da Função Objetivo	51
Tabela 5.3 – Resultados da Análise de Sensibilidade–Constantes do Lado Direito (RHS)	51
Tabela 5.4 – Representação dos teores por números <i>fuzzy</i>	53
Tabela 5.5 – Resultados da otimização do problema <i>fuzzy</i>	60
Tabela 5.6 – Resultados da Otimização	65
Tabela 5.7 – Resultados da Simulação – 5.500 iterações	66
Tabela 5.8 – Resultados da Simulação – 50.000 iterações	66
Tabela 5.9 – Resultados da Simulação – 100.000 iterações	66
Tabela 5.19 – Resumo dos Resultados do Capítulo 5	68

Lista de Quadros

Quadro A.1 - Relação Primal/Dual	84
Quadro A.2 – Resumo	85
Quadro A.3 – Tableau inicial	86

Abreviaturas e Siglas

μ = função de pertinência

F(R) = conjunto de números *fuzzy* reais

a_{ij} = coeficiente do lado direito das restrições

b_i = constante do lado direito das restrições

c_j = coeficiente da função objetivo

\sim = representa um número ou conjunto *fuzzy*

AS = análise de sensibilidade

FO = função objetivo

PL = programação linear

PO = pesquisa operacional

RHS = Right Hand Side – constantes do lado direito das restrições