5
Estudo de Anomalias no Mercado Brasileiro de Ações através de uma Modificação no Modelo de Fama e French

5.1
Introdução

A hipótese de eficiência de mercado tem sido muito debatida nos meios acadêmicos nas últimas décadas. Particularmente a partir do trabalho apresentado por Fama (1970), onde se define um mercado eficiente como aquele em que os preços refletem de maneira completa a informação disponível, ou ainda aquele que se ajusta rapidamente a uma nova informação. Isto geraria um equilíbrio na relação entre risco e retorno dos ativos, formando a linha de mercado de títulos proposta por Sharpe (1964) no modelo CAPM.

A ineficiência de mercado relatada neste trabalho é, na prática, reduzida a fatores que podem ser incorporados ao Modelo CAPM, como visto adiante. Fama e French (1996) conduziram um estudo que nos mostra significância em uma relação conhecida como "efeito tamanho" e "efeito *book-to-market*", incorporando à já conhecida fórmula de equilíbrio dos títulos no mercado as assimetrias existentes entre as diversas ações disponíveis para negociação no mercado norte-americano a partir destes efeitos. O que se pretende aqui é proporcionar um ajuste a essa abordagem, por ser considerado que os mercados emergentes apresentam resultados mais problemáticos em termos de regressões, como a heterocedasticidade e a autocorrelação, e que estas devem ser tratadas de maneira diferenciada, com a abordagem econométrica mais avançada, que são os modelos autoregressivos heterocedásticos, como os da família ARCH.

Será realizada neste trabalho uma proposta de modificação no Modelo de Fama e French (1996), com aplicação empírica para o mercado de capitais brasileiro, através de testes na Bolsa de Valores de São Paulo (Bovespa) em 205 ações negociadas, com dados referentes ao período compreendido entre julho de 1994 e agosto de 2004. Este é provavelmente o teste mais amplo já realizado em termos de números de empresas no Brasil. Foram utilizadas 20 carteiras, formadas através de análise de *clusters*, agrupando as mesmas através de suas características de tamanho e *book-to-market*, como Fama e French (1996), mas com uma metodologia diferenciada.

Este trabalho se divide em 4 partes, além da introdução. Na primeira parte, é apresentado o referencial teórico a respeito da ineficiência de mercado e dos diversos estudos que foram realizados, inclusive os testes empíricos feitos anteriormente no Brasil. Na segunda parte, a metodologia dos testes é descrita, com as variáveis e amostra trabalhadas. Também são apresentados todos os seis testes de resíduos que foram utilizados, que são: os de autocorrelação de Durbin-Watson e de Breusch-Godfrey de Multiplicadores de Lagrange; o teste RESET de especificação de Ramsey; o teste de Jarque-Bera para normalidade dos resíduos, o teste de White para heterocedasticidade e o teste LM de Resíduos ARCH. Nesta parte, serão apresentados também os Modelos ARCH e GARCH. Na parte seguinte, são detalhados os resultados dos testes e as estimações para a modificação do Modelo de Fama e French (1996), com o acréscimo da função de variância condicional, em duas simulações distintas: ARCH (2) e GARCH (1,1), e também uma análise de todos os resultados. Por fim, discorrem-se as conclusões deste trabalho.

5.2
Referencial Teórico

A previsibilidade de retornos de *portfólios* de ativos é provavelmente o assunto mais discutido na área acadêmica de finanças. Não sem razão, visto a importância na vida de investidores individuais e institucionais. Apesar da relevância do trabalho de Markowitz (1952), pode-se considerar o *Capital Asset Pricing Model* (CAPM), proposto por Sharpe-Lintner, como o arcabouço teórico inicial para este trabalho. Segundo Sharpe (1964), os ativos tendem a se alinhar no longo prazo em uma reta proveniente da seguinte equação:

$$\mathrm{E}\left[R_i\right] - R_f = \beta_i\left(E(R_m) - R_f\right)$$

onde $E(R_i)$ é o retorno que o investidor espera receber pelo ativo i; R_f, é o retorno livre de risco; o β_i, o índice de co-movimento do ativo i com o mercado; e $E(R_m)$, o retorno médio do mercado, normalmente medido pelo Ibovespa para aplicações no caso brasileiro. Essa equação é de uso comum na literatura financeira, mas cabe aqui seu registro pela mesma servir de base para modelagens posteriores. A discussão sobre a validade do modelo CAPM dominou os trabalhos acadêmicos nas duas décadas posteriores à sua publicação, e não será objeto de estudo direto nesta tese, a não ser pelo fato de que podem ser considerados como anomalia os fatores que não compõem o modelo, o que indiretamente remete ao mesmo.

5.2.1
Eficiência de Mercado

Um dos principais pressupostos do Modelo CAPM e de grande parte das teorias econômicas, a hipótese de eficiência de mercado (HEM) vem gerando grande discussão nos últimos trinta anos. Em poucas palavras, pode-se definir um mercado eficiente como aquele onde os agentes rapidamente assimilam as informações disponíveis, não possibilitando ganhos anormais com os ativos de empresas, provenientes de tal informação (Fama, 1970). Esse conceito vai de encontro a alguns pré-requisitos necessários para sua plenitude, como a fácil disseminação das informações entre os agentes, a convergência de objetivos de ganhos entre os mesmos e a maximização da simetria de informações.

A disseminação de informação entre os agentes é um ponto que vem ganhando forte impulso devido à melhoria da qualidade das informações disponíveis no mercado financeiro nos últimos anos. A implantação de bancos de dados on-line, como o Bloomberg, Reuters e o CMA, ou ainda dos atualizados diariamente, como o Economática, que está sendo utilizado nesta tese, vem auxiliando os operadores de bolsa e o público interessado a aumentar a eficiência do mercado. A facilidade do tráfego de informações com a Internet também deve ser ressaltada como benéfico à HEM. Não se espera que as informações disponíveis sejam totalmente simétricas, mas, caso fossem, haveria um mercado totalmente eficiente. Quanto à relação risco/retorno, é de fácil percepção lógica de que todos os agentes iriam preferir investimentos mais rentáveis, a um menor risco. É a chamada racionalidade do investidor. Eles podem até agir de maneira irracional em muitos momentos, mas mesmo este comportamento irracional teve como objetivo um comportamento racional, isto é, de obtenção de retornos mais altos a riscos menores. Até em momentos de bolhas especulativas, pode-se considerar que a irracionalidade dos agentes foi resultado de uma avaliação equivocada da precificação dos títulos, e não de divergência de objetivos no *tradeoff* risco/retorno. No Brasil, Bonomo e Agnol (2003) constataram que, com o início do Plano Real, aumentou significativamente a eficiência do mercado brasileiro. Isso era de se esperar, já que as informações neste caso são mais precisas e não necessitam de tratamento específico para a inflação. É verdade também que coincidiu com um momento em que as facilidades de comunicação evoluíram, e também com a entrada do País dentro de uma lógica internacional de mercados econômicos.

A idéia mais aceita no meio acadêmico é a de que existiriam vários níveis de eficiência de mercado. Parte-se neste caso de um pressuposto comum: de que o mercado tenderia no longo prazo a um determinado equilíbrio, o que levaria o mesmo a ter uma maior eficiência, porém, até chegar a este ponto, existiriam eficiências de diversas formas. Em outras palavras, nenhum mercado é totalmente eficiente nem ineficiente, o seu grau de eficiência seria derivado de vários fatores. Fama (1970) dividiu o mercado em três níveis de eficiência: fraco, semiforte e forte.

Segundo ele, um mercado é eficiente na forma fraca quando não possibilita ganhos apenas com informações de retornos passados. Neste caso, a análise técnica, que utiliza resultados de preços anteriores para possibilitar ganhos aos investidores, não teria valor. Em um mercado eficiente na forma fraca, estas informações não seriam de grande valia, já que haveria uma independência entre os valores anteriores e os futuros (Fama, 1991). Na verdade, espera-se que um mercado em razoável formação realmente não possibilite estas estratégias, pois a facilidade de obtenção destes dados já gerou os ganhos possíveis. Quando fala-se nesta forma de eficiência, quer se dizer também que não há possibilidades de modelagem econométrica de uma série de previsão de retornos através de modelos autoregressivos da família ARIMA de Box e Jenkins. A série temporal de retornos seria dada por um comportamento *white noise*, em que as autocorrelações de ordem *n* seriam estatisticamente nulas. As informações sobre dados passados já foram devidamente assimiladas por todos e incorporadas aos preços dos títulos.

Em um mercado eficiente na forma semiforte, não haveria ganho anormal através de privilégio de informações públicas, como os dados referentes a publicações contábeis. Neste caso, além das informações dos preços anteriores, resultados referentes a lucros e receitas também foram incorporados aos títulos. Então, só seriam possíveis estratégias rentáveis de negociação através de informações privadas ou transmitidas por *insiders* (ou por melhorias operacionais da empresa). A maneira mais correta, segundo o próprio Fama (1991), de verificação desta forma de eficiência, são os testes de estudos de eventos.

O mercado eficiente na forma forte significaria a impossibilidade de ganhos com estratégias resultantes de qualquer tipo de informação, seja pública ou privada. Todos os agentes econômicos teriam acesso a elas, e seriam rapidamente incorporadas ao preço das ações das empresas. Neste caso, Fama (1991) acredita que um teste específico, sugerido como "teste para informações privadas", seja o mais apropriado. Espera-se que nesse mercado os ganhos referentes aos títulos sejam provenientes apenas de ganhos operacionais ou aberturas de novos mercados.

Vários trabalhos no exterior testaram a eficiência do mercado norte americano. O de maior repercussão, além dos trabalhos de Fama, foi o estudo realizado por DeBondt e Thaler (1985), que analisaram a persistência dos sinais de retornos ao longo do tempo. Chegaram à conclusão de que podem ocorrer ganhos através de estratégias contrárias, já que títulos com rentabilidades inferiores ou superiores à média tenderiam a reverter estes resultados no longo prazo. Além disso, há indícios de *overreaction* em vários momentos. Esse comportamento irracional seria uma leitura incorreta de informações por parte dos agentes econômicos, que estariam precificando equivocadamente os títulos.

Quando se trata do assunto de eficiência de mercado, necessariamente deve ser entendido o funcionamento do mesmo e verificado o comportamento de sua curva de preços histórica. Uma das perguntas clássicas é sobre a previsibilidade das mudanças de preços, talvez pela forte curiosidade dos economistas e matemáticos em acertar previsões que não seriam possíveis se o mercado assimilasse rapidamente as informações.

Dentro desta perspectiva, uma das hipóteses mais testadas é a da independência dos preços anteriores na determinação de preços futuros. Para maior precisão, é aquela entre os *logs* dos preços anteriores do título. A essa independência é dado o nome de *random walk*. Caso a curva de preços seguisse um *random walk*, a equação seria dada por:

$$\ln P_t = \mu + \ln P_{t-1} + \varepsilon_t$$

onde P_t é o preço no período t, μ é um retorno ou ganho esperado e ε_t é o erro aleatório, que teria média zero e distribuição normal, no caso da teoria original.

Em um trabalho recente, Torres, Bonomo e Fernandes (2002) rejeitaram a hipótese de *random walk* para a BOVESPA, em sua forma tradicional, citada acima, o que não descarta a possibilidade de estratégias de ganhos anormais e de um mercado ineficiente. A rejeição desta hipótese não necessariamente leva a um mercado ineficiente, mas reforça a idéia de que não há nem a comprovação de uma eficiência na forma fraca. Trabalhos semelhantes a esse, realizados nos Estados Unidos, chegaram a conclusões diversas. O teste de maior repercussão tem sido o realizado por Lo e MacKinlay (1999), que rejeitaram a hipótese de *random walk* para dados semanais do mercado de capitais americano.

5.2.2
***Arbitrage Pricing Theory* (APT)**

O desenvolvimento do Modelo CAPM na década de 60 e 70 trouxe o debate sobre a validação do mesmo, e as suas deficiências, principalmente porque se tratava de um modelo em que apenas uma variável era a responsável pela determinação do retorno esperado dos ativos. Alguns testes posteriores, inclusive esta tese, viram a necessidade de reformas no modelo, já que outros fatores seriam importantes na determinação dos retornos. A essa modelagem multifatores é dado o nome de *Arbitrage Pricing Theory* (APT), e foi primeiramente formalizada por Stephen Ross (1976).

O APT na verdade é um modelo que incorpora outras variáveis ao modelo CAPM, que é um modelo de equilíbrio baseado apenas nas relações entre o retorno do ativo e a carteira de mercado. O APT estabelece a relação entre o retorno esperado de um ativo sem risco e outros fatores que são efetivamente importantes na determinação do retorno. Normalmente a determinação destes fatores se dá pela experiência histórica das diversas variáveis, o que se torna outro problema, já que nem sempre experiências passadas se configuram em garantias de retornos futuros. Em diversos momentos estes fatos acontecem, gerando momentos de *stress* no mercado financeiro.

O APT proposto por Ross (1976), é dado em seu modelo geral pela seguinte equação:

$$\mathrm{E}[R_i] - R_f = \beta_i (R_m - R_f) + \sum_{j=1}^{n} \beta_j K_j$$

onde K são os diversos fatores que importam na determinação do retorno exigido e as outras variáveis são as mesmas do Modelo CAPM. Alguns trabalhos no Brasil têm encontrado razões significativas para a inclusão de variáveis macroeconômicas, como Nakamura e Camargo Jr. (2003), que obtiveram resultados bastante satisfatórios para sete fatores, quando incluídos no APT: desempenho no nível de produção de vários setores da economia[15], desemprego, inflação, taxa de câmbio/ ouro, reservas cambiais, Ibovespa e transações correntes em relação ao PIB. Acredita-se que outras variáveis são importantes, e que podem ser responsáveis diretamente na influência de preços de ações.

5.2.3
Modelo de Fama e French

As variáveis que são acrescentadas ao CAPM, no que é conhecido como APT, outros conceituaram como anomalias de mercado. Um dos trabalhos mais importantes nesta área foi formulado por Fama e French (1996), quando criaram o modelo de multifatores de explicações às anomalias que influenciam o preço dos ativos no mercado. Os autores partiram da premissa de que muito do que ocorre em relação aos preços dos ativos negociados no mercado tem origem não apenas com o comportamento de mercado, que já é medido pelo CAPM, mas também com duas outras variáveis: o tamanho e o *book-to-market* das empresas.

Fama e French (1996) dividiram as empresas em 5 grupos nestas duas variáveis (tamanho e *book-to-market*), e realizaram o cruzamento das mesmas, formando 25 carteiras de ativos. O modelo de multifatores de Fama e French (1996) foi formalizado como:

$$R_i - R_f = b_i[E(R_m) - R_f] + s_i.SMB + h_i.HML + \varepsilon_i$$

onde $E(R_m)$ e R_f são o retorno médio de mercado e de ativo livre de risco, que já são modeladas no CAPM; *SMB* é a variável tamanho, medida pela diferença entre

[15] Dados obtidos através da Macrométrica

a carteira formada pelas empresas pequenas menos as empresas grandes (*small minus big*); e *HML*, a variável *book-to-market*, formada pela diferença entre as empresas de alto *book-to-market* menos as de baixo (*high minus low*).

Ao rodar o modelo, como foi explicitado acima, Fama e French (1996) dividiram as empresas de acordo com as duas variáveis, em 5 grupos, e realizou o cruzamento, formando 25 carteiras. Também rodou esta regressão para alguns grupos, formados pelas receitas e outras variáveis. O Modelo se mostrou eficaz quando comparado com o CAPM tradicional, pois aumentou a explicabilidade do modelo de forma razoável, o que de certa forma já era esperado, pois os fatores se mostraram estatisticamente significantes nos testes iniciais.

O Modelo de Fama e French (1996) leva à conclusão de que existe um sério viés de mercado, e que este reforça a tese de que é possível estratégias de retornos excessivos através do estudo da assimetria dos retornos das diversas empresas. Explica de certa forma a ineficiência de alguns mercados, ainda mais se for levado em consideração que os autores realizaram testes para um mercado de capitais mais desenvolvido, que é o norte-americano.

Fama e French (1996) concluíram que o modelo de multifatores é conveniente e que deve ser utilizado por três razões principais: apenas o APT simples (por exemplo, colocando apenas as variáveis tamanho) não explica adequadamente o comportamento dos títulos do mercado, é necessário capturar a diferença entre as empresas grandes e pequenas; as variações dos retornos entre as empresas de *book-to-market* alto e baixo são muito elevadas para serem explicadas apenas pela média do mercado, isto é, o comportamento é claramente irracional, ou não explicado pelo modelo; e que alguns problemas estatísticos podem ser atribuídos quando o CAPM puro é utilizado, pois podem apresentar diversos erros, causando o que é conhecido como regressão espúria. Normalmente são erros relacionados aos resíduos, e que serão trabalhados em detalhes adiante.

5.2.4
Estudos Empíricos no Brasil

Diversos estudos vêm sendo realizados no Brasil com o objetivo de mensurar e identificar fatores que são responsáveis por resultados anormais no mercado de capitais. A maioria deles é testes com base no APT tradicional, tentando captar variáveis importantes na determinação do retorno de carteiras. Outros trabalham com estudos de eventos específicos, e a influência de decisões no preço das ações das empresas.

Desde a década de 70, a hipótese de eficiência de mercados vem sendo estudada no Brasil. Contador (1975) estudou a eficiência em retornos mensais de 1955 a 1971, e retornos diários entre 1968 e 1969, chegando à conclusão de que o mesmo seria ineficiente. Brito (1978) também não encontrou resultados que comprovassem a hipótese de eficiência de mercado, mesmo na sua forma fraca, quando estão sob condição de inflação. Resultados diferentes foram encontrados, porém em períodos de tempo distintos, por Menezes (1981), que viu indícios de assimilação rápida de informações de retornos passados, comprovando a eficiência de mercado na forma fraca. Brito (1985) viu ganhos de eficiência no período de 1983 e 1984 no mercado brasileiro, utilizando testes de correlação serial.

Algumas anomalias de mercado foram estudadas durante os últimos anos, como as de efeito tamanho e efeito calendário. Lemgruber, Becker e Chaves (1988) observaram a existência do efeito fim de semana quando estudaram os retornos diários de ações entre agosto de 1983 e de 1987. Bonomo e Agnol (2003) sugeriram que há um efeito tamanho no retorno das ações, quando trabalham com carteiras hipotéticas na Bovespa. Este trabalho vai na mesma linha proposta por Fama e French (1996), quando os ativos foram agrupados segundo o tamanho da empresa e o seu *book-to-market*. Costa Jr. e Neves (2000) também estudaram o impacto de algumas variáveis fundamentalistas nos retornos das ações, e chegaram a conclusões semelhantes em relação ao tamanho das empresas e às variáveis índice preço/lucro e valor patrimonial da ação/preço.

Outros eventos específicos foram estudados, como o efeito das decisões de investimento sobre o preço das ações (Procianoy e Antunes, 2001), ou o anúncio do lançamento público de ações (Leal e Amaral, 1990). Nos dois casos específicos, foram comprovados efeitos de *overreaction* em função destes dois diferentes anúncios, o que reforça a hipótese de que não há um mercado eficiente no Brasil, como proposto por Fama (1970). Costa Jr. (2000) realizou um estudo semelhante ao de DeBondt e Thaler (1985) para o mercado brasileiro, entre 1970 e 1989, encontrando indícios de *overreaction*, mas de maneira homogênea em relação às carteiras perdedoras e ganhadoras, ao contrário do mercado americano, que apresenta resultados assimétricos para as duas carteiras. No estudo de Costa Jr. (2000), as carteiras não apresentam diferenças significativas.

A maioria dos trabalhos nos últimos anos, porém, visa testar a hipótese de *random walk* no mercado de capitais brasileiro. Enquanto Leal e Amaral (1990) e Ceretta (2001) não rejeitam a hipótese de *random walk* para o preço das ações no Brasil, Torres, Bonomo e Fernandes (2002) encontraram indícios mais robustos de pouca eficiência e de alguma correlação serial entre os resultados passados dos ativos negociados na Bovespa.

Em um trabalho recente, Malaga e Securato (2004) testam o modelo de três fatores de Fama e French (1996), para o período de 1995-2003, corroborando a importância do mesmo e sua significância, indo ao encontro dos resultados do segundo capítulo desta tese. Um trabalho que possui semelhança com esta tese é o apresentado por das Neves e Leal (2003), que investiga a relação entre o crescimento do PIB, e os efeitos tamanho, valor e momento. O trabalho encontrou significância estatística entre as duas variáveis propostas por Fama e French (1996), tamanho e valor patrimonial/valor de mercado, e o crescimento do PIB. Porém não foi encontrada nenhuma relação significativa com a variável momento, também estudada pelos autores.

A grande dificuldade dos estudos no Brasil nesta área, violando um dos pressupostos naturais para um mercado eficiente, vem da baixa liquidez e do baixo número de empresas com títulos em negociação. Durante o quadrimestre maio/agosto de 2005, 56 empresas compunham o índice Ibovespa, o que acaba concentrando e viesando a análise quando trabalhadas com modelos tradicionais, como o CAPM. Além disso, os modelos tradicionais trabalham com os pressupostos de normalidade nos retornos e ausência de autocorrelação nos seus resíduos, o que não ocorre na maioria dos casos na Bovespa, conforme sugerido por Lucena, Andres e Ness (2003).

5.3
Metodologia

Com o objetivo de realizar algumas modificações no Modelo de Multifatores de Fama e French (1996), é necessário realizar um grande número de testes econométricos, principalmente de resíduos, e possivelmente acrescentar algumas variáveis heterocedásticas, como será visto mais adiante. Será utilizada também a formação de carteiras vista anteriormente, através da análise de *clusters*, ao invés da formação através de quintis, utilizada por Fama e French (1996), pela mesma apresentar resultados mais satisfatórios.

5.3.1
Dados e Informações Gerais

Como visto anteriormente, podem-se formar carteiras através de análises de *clusters*, divididos neste caso por tamanho e *book-to-market*. Serão utilizadas 205 ações negociadas na Bolsa de Valores de São Paulo (Bovespa), que é o máximo que se pode trabalhar, dada a falta de liquidez do restante dos papéis disponíveis para negociação. Estas 205 ações foram divididas por *clusters* a partir de suas características de tamanho e *book-to-market* em 5 grupos, que teoricamente formariam 25 carteiras. Algumas carteiras (formadas pelos *clusters*) não tiveram ações da amostra selecionada, quando realizado o cruzamento dos *clusters*, então foram excluídas das tabelas que serão apresentadas posteriormente.

Os dados foram coletados do Banco de dados da Economática[16], que estão disponíveis no IAG/PUC-Rio, e são referentes ao preço de fechamento mensal das 205 ações escolhidas e listadas em anexo. Foram escolhidos como período inicial o mês de julho de 1994 e final o mês de agosto de 2004. A data inicial teve como objetivo excluir períodos de turbulência inflacionária pré-Plano Real, o que poderia prejudicar a análise dos dados. Considerou-se como razoável a série de mais de 10 anos de negociação. Algumas ações não tiveram todos os períodos completos, pois começaram a ser negociadas posteriormente, como é o caso das empresas de telefonia, mas como as carteiras representam a média dos ativos negociados, este fator foi de certa maneira amortecido dentro da carteira. Os dados são deflacionados pelo IPCA/IBGE, com base em agosto de 2004, e representam o preço de fechamento da ação. Foi dado um período de tolerância de 15 dias para a última negociação do mês, isto é, aceitou-se ações que tiveram alguma negociação pelo menos nos últimos 15 dias do mês.

[16] www.economatica.com.br

Como foram utilizados o preço de fechamento em reais para o cálculo do retorno mensal das ações, o conjunto de dados terá uma informação a menos. O cálculo dos retornos foi feito através da seguinte fórmula:

$$R_{it} = \ln(\frac{P_{it}}{P_{it-1}})$$

onde P_t é o preço de fechamento do ativo i no mês t e P_{t-1} é o preço de fechamento no mês anterior a t.

5.3.2
Testes de Resíduos para Determinação do Modelo

Os testes mais importantes na determinação de um modelo financeiro são realizados através da análise dos resíduos do próprio modelo. Os problemas normalmente são relacionados a eles através da autocorrelação dos mesmos e da heterocedasticidade. A violação destes pressupostos e a existência de variância condicional podem ser detectados nos testes que serão apresentados a seguir, e que foram realizados com as todas as carteiras.

5.3.2.1
Teste de Ramsey para Especificação Incorreta do Modelo

É razoável que alguém pergunte se o modelo que será utilizado aqui já é adequado ou se alguma modificação se faz necessária. Vários motivos podem levar um modelo a ser especificado de maneira incorreta. Entre os erros pode ser a forma funcional da equação, que pode estar especificada de maneira incorreta, a omissão de alguma variável explicativa importante, existência de resíduos correlacionados simultaneamente e outros erros que acabam por violar os pressupostos do modelo.

Será feito aqui um procedimento conhecido como Teste RESET (*Regression Specification Error Test*), formulado por Ramsey[17] para verificação da adeqüabilidade do modelo proposto. O teste apresentado neste tópico é descrito logo abaixo.

[17] Ver Ramsey e Alexander (1984) e Ramsey (1969)

O Modelo de Fama e French é dado pela seguinte equação, já descrita anteriormente:

$$E(R_i) - R_f = \beta_1(E(R_M) - R_f) + \beta_2 SMB + \beta_3 HML + \varepsilon$$

Espera-se que o erro tenha valor esperado igual a zero. A equação pode ser reescrita como:

$$y = \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + u$$

O Teste de Ramsey exige a aproximação dos resíduos através da seguinte forma linear:

$$\hat{u} = \varphi_0 + \varphi_1 v_1 + \varphi_2 v_2 + ... + e_t$$

onde $v_j = y^{(1+j)}$, para todo j = 0,1,2 e 3. O teste de Ramsey se dá então por:

H_0: $\varphi_i=0$, para i = 0,1,2....n

H_1: qualquer $\varphi_i \neq 0$

Neste caso específico, testa-se a hipótese nula de que o modelo foi corretamente especificado. Precisa-se então especificar o número de termos para rodar a equação de regressão dos resíduos. Aqui foi utilizado i=2 para todas as carteiras. Não há uma razão específica para esta escolha, apenas por ser o número de *lags* normalmente indicado, e por ser considerado neste trabalho como suficiente.

O teste para comparação é o *qui-quadrado*, com *n-1* graus de liberdade, sendo *n* neste caso igual a 2 . Na tabela especifica-se o valor do *p-value*, que já é fornecido pelo resultado do *software eviews*.

5.3.2.2
Teste de Jarque-Bera para Normalidade dos Resíduos

Um dos pressupostos importantes nos modelos de regressão linear é o da normalidade dos retornos dos resíduos, o que nem sempre acaba acontecendo, obrigando os modelos a terem algumas correções para obter-se consistência nos parâmetros do mesmo.

O teste que será realizado é o de verificação de normalidade na curva de resíduos do Modelo, diferente do que foi verificado anteriormente no primeiro capítulo, e por Lucena, Andres e Ness (2003), quando da verificação da normalidade dos retornos propriamente ditos. No primeiro, o teste é o mesmo, o de Jarque-Bera. No segundo, os autores utilizaram a estatística de Kolmogorov-Smirnoff, chegando à mesma conclusão, de que os retornos não são distribuídos normalmente. Ficou decidido anteriormente que os modelos seriam trabalhados mesmo com este problema, visto que qualquer ajuste na série de dados poderia modificar a estrutura das mesmas, piorando mais ainda a previsão através das modelagens financeiras tradicionais, como o CAPM, ou o Modelo de Fama e French.

O teste de Jarque-Bera mede a diferença entre a assimetria e a curtose de uma determinada distribuição de dados, que neste caso é a curva de resíduos do Modelo de Fama e French. A estatística de Jarque-Bera é dada por:

$$JB = n\left[\frac{A^2}{6} + \frac{(C-3)^2}{24}\right]$$

onde n é o número de dados, A é a assimetria e C a curtose da curva de dados.

O que deseja-se aqui é verificar se o pressuposto básico dos modelos, o de que os erros são distribuídos normalmente, está sendo atendido pelo Modelo de Multifatores de Fama e French. O teste de hipótese realizado neste caso é:

H_0: a distribuição é normal.

H_1: a distribuição não é normal.

O valor apresentado na tabela é justamente esta estatística, que é distribuída em uma curva de *qui-quadrado*(χ^2), com 2 graus de liberdade, o que equivale a dizer que o seu valor crítico, para uma grau de significância de 5%, é igual a 5,99.

5.3.2.3
Teste para Autocorrelação de Resíduos – Estatística de Durbin-Watson e Teste de Breusch-Godfrey de Multiplicadores de Lagrange

Uma maneira objetiva de detectar autocorrelação nos resíduos seria através da plotagem de um gráfico com os resíduos em função dos resíduos de primeira ordem, mas que na prática seria de pouca valia, pois é preciso uma maneira mais acurada de verificação. Dois testes serão realizados neste trabalho com este intuito, o de Durbin-Watson, para verificação de autocorrelação de resíduos de primeira ordem, e o de Breusch-Godfrey, para autocorrelação de resíduos de ordem *n*.

O Teste de Durbin-Watson é para verificação da existência de autocorrelação apenas no *lag* 1. Suponha a seguinte equação:

$$u_t = \varphi . u_{t-1} + v_t$$

onde v_t é o erro, supondo que seja também distribuído normalmente com média zero e variância igual a v_t^2. O teste de Durbin-Watson seria um teste de primeira ordem do tipo:

H_0: $\varphi = 0$

H_1: $\varphi \neq 0$

Está se testando neste caso a ausência de autocorrelação (hipótese nula). A maneira mais usual de se realizar este teste, no entanto, não é rodando a regressão acima, mas através da seguinte estatística:

$$DW = \frac{\sum_{t=1}^{T} \left(\hat{u}_t - \hat{u}_{t-1} \right)^2}{\sum_{t=1}^{T} \hat{u}_t^2}$$

com $0 \leq DW \leq 4$. O valor da estatística deve se aproximar de 2 para que não se rejeite a hipótese nula de ausência de autocorrelação. Este teste é um pouco diferente dos testes de hipótese convencionais, pois se tem áreas de não rejeição, áreas inconclusivas e de rejeição da ausência de autocorrelação. Tem-se dois valores, o valor crítico mais alto e o mais baixo, e a comparação se dá como segue abaixo.

Entre 0-D_L: autocorrelação positiva

Entre D_L e D_U: Inconclusivo

Entre D_L e (4 - D_U): Não-rejeição de H_0

Entre (4-D_U) e (4-D_L): Inconclusivo

Entre (4-D_L) e 4: autocorrelação negativa

O valor tabelado é dado pelo número de observações *T* (neste caso mais de 100) e pelo número de parâmetros do modelo, que, como será visto a seguir, é igual a 3 (três). Os valores para D_L e D_U são, respectivamente, 1,48 e 1,60; o que leva aos intervalos para os casos apresentados acima como: 0-1,48; 1,48-1,60; 1,60-2,40; 2,40-2,52 e 2,52-4. Os resultados serão detalhados posteriormente para as carteiras encontradas.

Quando se deseja verificar a autocorrelação de resíduos para *lags* mais altos, deve-se utilizar outro teste, conhecido como Teste de Breusch-Godfrey de Multiplicadores de Lagrange. Na prática, está se testando se os parâmetros da seguinte função são estatisticamente significantes:

$$u_t = \varphi_1.u_{t-1} + \varphi_2.u_{t-2} + \varphi_3.u_{t-3} + ... + \varphi_r.u_{t-r}v_t$$

com as mesmas propriedades e variáveis da equação de apenas um parâmetro de Durbin-Watson, apenas permitindo autoregressores de ordem 1 até *r*. Este teste permite a verificação de autocorrelação em *lags* maiores que um. O teste de hipótese neste caso é dado por:

H_0: $\varphi_1 = 0$, $\varphi_2 = 0$, ..., $\varphi_{12} = 0$

H_1: $\varphi_1 \neq 0$ ou $\varphi_2 \neq 0$ ou .... $\varphi_{12} \neq 0$

A estatística do teste é dada por $T \; x \; R^2$. O R^2 é o da regressão acima, com todos os parâmetros, T é o número de observações (neste caso 121). Acredita-se não haver razão para testes com mais parâmetros, pois aqui já são captados também os efeitos sazonais. A distribuição assintótica para comparação é a *qui-quadrado* com *r* graus de liberdade. Como tem-se 12 *lags*, o valor crítico na *qui-quadrado* para comparação será de 21,026.

5.3.2.4
Teste de White para Heterocedasticidade

Na Teoria Financeira, é comum encontrar referências à quebra do pressuposto da homocedasticidade na regressão estimada. Algumas sugestões são oferecidas para correções, mas a que mais vem encontrando adesão é a modelagem através de modelos autoregressivos heterocedásticos, como será visto mais adiante. O Teste de White com *cross terms* (1980) parece ser de grande valia, para que possa ser indicada a necessidade da modelagem ARCH no Modelo de Fama e French.

O Teste de White (1980) é uma regressão auxiliar, onde o erro ao quadrado é utilizado como variável dependente e as variáveis explicativas continuam iguais, com o acréscimo das mesmas ao quadrado e com a multiplicação entre elas. A regressão de Fama e French que será rodada é dada por:

$$C_i - R_f = \beta_1(R_m - R_f) + \beta_2.SMB + \beta_3.HML + \varepsilon_t$$

e a regressão auxiliar do Teste de White (1980) é dada por:

$$\varepsilon_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1(R_m - R_f) + \alpha_2(R_m - R_f)^2 + \alpha_3(R_m - R_f)\times SMB + \alpha_4(R_m - R_f)\times HML$$
$$+ \alpha_5 SMB + \alpha_6 SMB^2 + \alpha_7 SMB \times HML + \alpha_8 HML + \alpha_9 HML^2 + v_t$$

onde v_t é normalmente distribuído, e as variáveis são as mesmas do Modelo de Fama e French. O C_i neste caso é o retorno da carteira *i*.

A estatística do Teste de White é dada por T x R^2 da regressão auxiliar, sendo T o número de observações (neste caso 121). O valor crítico para comparação é dado pela distribuição *qui-quadrado* com o número de coeficientes da regressão auxiliar, excluindo-se a constante, o que neste caso é uma *qui-quadrado* com 9 graus de liberdade, que apresenta valor igual a 16,919 para um grau de significância de 5%.

O teste de hipótese no caso é dado por:

H_0: $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = 0$, ..., $\alpha_{12} = 0$

H_1: pelo menos um dos $\alpha_i \neq 0$, i=1,2,...,12

A hipótese nula testada aqui é a de presença de homocedasticidade nos resíduos da função original.

5.3.2.5
Teste de Multiplicador de Lagrange para Resíduos ARCH (ARCH LM *Test*)

Como pretende-se verificar a possibilidade de acréscimo de parâmetros de modelos ARCH no Modelo de Fama e French, faz-se necessário realizar os testes para a incorporação de parâmetros autoregressivos heterocedásticos. Engle (1995) sugere uma regressão com parâmetros defasados ao quadrado do erro da regressão original, tal como segue.

$$\varepsilon_t = \beta_0 + \beta_1\varepsilon_{t-1}^2 + \beta_2\varepsilon_{t-2}^2 . + ... + \beta_q\varepsilon_{t-q}^2 + v_t$$

com v_t normalmente distribuído. A estatística do teste é dada por T x R^2 da regressão acima. T é o número de observações, e novamente neste caso igual a 121 para todas as carteiras. O valor crítico é dado pela distribuição *qui-quadrado* com q graus de liberdade. Será utilizado q igual a 2, pois pretende-se realizar, caso tenha necessidade, regressões com ARCH(2) e GARCH(1,1). Desta forma, o teste de hipótese é:

H_0: $\beta_1 = 0$ e $\beta_2 = 0$ (ausência de resíduos ARCH)

H_1: $\beta_1 \neq 0$ ou $\beta_2 \neq 0$

Neste teste, verifica-se na hipótese nula se não há resíduos ARCH através da regressão auxiliar. O valor crítico para comparação, com grau de significância de 5%, é igual a 5,991.

5.3.3 Modelagem Econométrica

Duas modelagens muito conhecidas no campo das finanças serão utilizadas neste trabalho, que é o Modelo de Multifatores de Fama e French (1996), que incorpora ao Modelo CAPM variáveis de tamanho e *book-to-market* das empresas, o que na prática se assemelha a um APT (*Arbitrage Pricing Theory*), visto anteriormente no referencial teórico; e o Modelo Autoregressivo Heterocedástico (ARCH), de Engle (1995), e suas extensões (GARCH). Aproveita-se também para realizar as estimações para ARCH (*n*) e GARCH (1,1) para todas as carteiras, com *n* sendo igual a 1 ou 2, dependendo do resultado do teste de resíduos.

5.3.3.1 Modelo de Multifatores de Fama e French

Como visto anteriormente, o Modelo de Multifatores de Fama e French (1996) é uma espécie de extensão do Modelo CAPM, mas que captura o que os acadêmicos consideram como anomalias de mercado, que são as variáveis tamanho e *book-to-market*.

O Modelo de Fama e French foi explicado anteriormente em maiores detalhes, mas, em resumo, a regressão do mesmo remete à seguinte equação:

$$R_i - R_f = b_i[E(R_m) - R_f] + s_i.SMB + h_i.HML + \varepsilon_i$$

onde $E(R_m)$ e R_f são o retorno médio de mercado e o de ativo livre de risco, que já são modelados no CAPM; *SMB* é a variável tamanho, medida pela diferença entre a carteira formada pelas empresas pequenas menos as empresas grandes (*small minus big*); e *HML* a variável *book-to-market*, formada pela diferença entre as empresas de alto *book-to-market* menos as de baixo (*high minus low*).

O que será feito aqui é um teste inicial dos parâmetros e dos resíduos desse modelo quando aplicado ao mercado de capitais brasileiro, e uma modificação substancial no mesmo, incorporando variáveis relativas à variância condicional dos resíduos, possibilitada pelo Modelo ARCH, formulado por Engle (1995), explicado em detalhes a seguir.

5.3.3.2
Modelos ARCH e GARCH

Uma grande parte das séries financeiras apresenta dificuldades de modelagem por violar um pressuposto básico da regressão, que é a homocedasticidade das mesmas. Nos testes que serão realizados, será verificada a existência deste pressuposto nas carteiras que foram formadas através da análise de *clusters*, que possibilitarão indicar se o Modelo de Multifatores de Fama e French apresenta heterocedasticidade condicional nos erros da regressão, o que mostra a necessidade de ajuste no mesmo, para melhoria de resultados de previsão. Estes efeitos ARCH de forma alguma invalidariam o Modelo original de Fama e French (1996), apenas indicam que o mesmo pode ser aperfeiçoado.

Os modelos ARCH foram propostos inicialmente por Engle (1995), com o objetivo de estimação da variável da volatilidade[18]. A idéia principal do modelo, neste caso específico, é a de que o retorno de uma determinada carteira não é determinado apenas pelos retornos de mercado, tamanho e book-to-market, mas também pelo seu erro condicional. Na sua forma mais simples, o modelo ARCH é descrito como:

$$y_t = \beta_1 x_t + u_t$$
$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2$$

com a variância do erro sendo igual a 1. Esta generalização (y e x poderiam representar qualquer relação) seria o Modelo conhecido como ARCH de ordem 1,

[18] Este não é o objetivo principal deste trabalho. Deseja-se aqui verificar a possibilidade de melhorar o Modelo de Fama e French a partir de variáveis de variância condicional.

onde h_t é a variância condicional, que é função direta do erro do modelo (u_t). O Modelo na prática pode ser descrito para ordem p, como segue:

$$y_t = \beta_1 x_t + u_t$$
$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + ... + \alpha_p u_{t-p}^2$$

onde o erro é um conjunto de variáveis aleatórias em seqüência independentes e distribuídas de maneira idêntica, com média zero e variância igual a 1(um). Supondo-se por questões de praticidade que o erro possui uma distribuição normal de média zero e igual a um (ε ~ normal(0,1)).

Para a construção deste modelo, primeiramente deve ser realizada a identificação do componente ARCH através dos testes desenvolvidos, e que foram descritos previamente, principalmente os testes de resíduos. Os estimadores dos parâmetros do modelo são encontrados pelo método de máxima verossimilhança, já computados no *software eviews*, que será utilizado neste trabalho.

A generalização desta modelagem, que na prática é muito mais utilizada por apresentar melhores resultados, é conhecida como GARCH, e foi proposta por Bollerslev (1986). A generalização do ARCH é definida como GARCH (p,s), e dada por:

$$y_t = \beta_1 x_t + u_t$$
$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i u_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{s} \beta_j h_{t-j}^2$$

As propriedades e pressupostos são os mesmos do modelo ARCH, porém o que este apresenta como acréscimo é a variância condicional em função não apenas do componente autoregressivo da variável dependente, mas também do quadrado de seu componente autoregressivo. O GARCH também é estimado por máxima verossimilhança.

Lembrando que, neste caso, y é o prêmio pelo risco do ativo, calculado anteriormente para os 205 ativos e para todas as carteiras formadas através da análise de *clusters*. As demais variáveis são apenas as defasagens do erro e as variáveis componentes do Modelo ARCH.

Neste trabalho, incorporam-se elementos autoregressivos heterocedásticos a um modelo já existente, o que na prática se transforma num modelo ARCH ou GARCH multivariado. O Modelo de Fama e French modificado fica então para o Modelo ARCH de *lag* 2:

$$C_i - R_f = \beta_1(R_m - R_f) + \beta_2.SMB + \beta_3.HML + u_t$$
$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \alpha_2 u_{t-2}^2$$

onde C_i é o retorno da carteira *i*; R_f é o retorno do ativo livre de risco; R_m, o retorno médio do mercado; *SMB*, a variável tamanho (*small minus big*), medida pelos retornos do *cluster* das empresas pequenas (*small*) menos os retornos do *cluster* das empresas grandes (*big*); e *HML* é a variável *book-to-market* (*high minus low*), medida pelos retornos do *cluster* das empresas de alto *book-to-market* (*high*) menos os retornos do *cluster* das empresas de baixo *book-to-market* (*low*). Os pressupostos são:

$$u_t \approx \mathrm{N}(0, h_t)e$$
$$Var[u_t / u_{t-1}, u_{t-2}] = h_t$$

O Modelo de Fama e French com aplicação dos componentes GARCH (1,1) fica então:

$$C_i - R_f = \beta_1(R_m - R_f) + \beta_2.SMB + \beta_3.HML + u_t$$
$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \alpha_2 h_{t-2}^2$$

com as variáveis sendo as mesmas, com exceção do componente da perturbação do erro autoregressivo (h_t) que é acrescentado no GARCH. Os dois modelos possuem as mesmas propriedades.

5.4
Resultados Encontrados

Antes de serem inseridas as variáveis de variância condicional no Modelo de Fama e French (1996), acredita-se ser conveniente um amplo conjunto de testes, para a verificação da aplicabilidade desta formulação. Os testes de resíduos são os mais adequados, que foram detalhados anteriormente, e cujos resultados são apresentados na tabela a seguir. Seis testes foram realizados para todas as carteiras disponíveis, são eles: os testes de autocorrelação de resíduos de Durbin-Watson de ordem 1 e de Breusch-Godfrey de Multiplicadores de Lagrange de ordem *n* (neste caso foram utilizados 12 *lags*), o teste de Ramsey para Especificação Incorreta do Modelo, o Teste de Jarque-Bera para normalidade dos resíduos, o Teste de White com *cross terms* para heterocedasticidade e o Teste de Multiplicadores de Lagrange para resíduos ARCH. Os resultados destes testes foram encontrados através do *software eviews*, em sua versão 3.1, e são apresentados nas tabelas abaixo.

Tabela 9 – Testes de Durbin-Watson de Autocorrelação de Resíduos de lag 1, de Breusch-Godfrey de Multiplicadores de Lagrange de ordem 12 e de Ramsey de Especificação Correta do Modelo

Carteira	DW	Teste (H_0)	BG (12lags)	Teste (H_0)	Reset (2lags) *p-value*	Teste (H_0)
1	2,41	Inconclusivo	10,92	Não-rejeita	0,12	Não-rejeita
2	2,42	Inconclusivo	12,37	Não-rejeita	0,30	Não-rejeita
3	2,51	Inconclusivo	17,06	Não-rejeita	0,12	Rejeita
4	2,38	Não-rejeita	4,92	Não-rejeita	0,55	Não-rejeita
5	2,91	Rejeita	28,87	Rejeita	0,40	Não-rejeita
6	2,68	Rejeita	26,62	Rejeita	0,31	Não-rejeita
7	1,96	Não-rejeita	3,65	Não-rejeita	0,88	Não-rejeita
8	2,45	Inconclusivo	23,55	Rejeita	0,91	Não-rejeita
9	2,18	Não-rejeita	13,43	Não-rejeita	0,24	Não-rejeita
10	2,41	Inconclusivo	11,33	Não-rejeita	0,86	Não-rejeita
11	2,30	Não-rejeita	13,81	Não-rejeita	0,18	Não-rejeita
12	2,19	Não-rejeita	8,79	Não-rejeita	0,16	Não-rejeita
13	2,21	Não-rejeita	14,46	Não-rejeita	0,47	Não-rejeita
14	2,61	Rejeita	25,42	Rejeita	0,43	Não-rejeita
16	2,31	Não-rejeita	10,03	Rejeita	0,73	Não-rejeita
18	2,42	Inconclusivo	13,62	Não-rejeita	0,81	Não-rejeita
21	2,46	Inconclusivo	16,81	Não-rejeita	0,51	Não-rejeita
22	1,83	Não-rejeita	10,73	Rejeita	0,81	Não-rejeita
23	2,59	Rejeita	16,06	Não-rejeita	0,26	Não-rejeita
25	1,84	Não-rejeita	17,02	Não-rejeita	0,79	Não-rejeita

O teste de Durbin-Watson para autocorrelação nos resíduos foi, assim como os outros testes, realizado para todas as carteiras disponíveis e formadas através da análise de *clusters*. Os resultados se mostraram muito diversificados para as carteiras, rejeitando a hipótese nula de ausência de autocorrelação em 4 carteiras, e com resultado inconclusivo em 8 delas. Os intervalos são dados por:

Entre 0 e 1,48: apresenta autocorrelação positiva

Entre 1,48 e 1,60: apresenta resultado inconclusivo

Entre 1,60 e 2,40: Não rejeição da hipótese de ausência de autocorrelação

Entre 2,40 e 2,52: apresenta resultado inconclusivo

Entre 2,52 e 4: apresenta autocorrelação negativa

Em 8 casos não houve rejeição da hipótese de ausência de autocorrelação no *lag* 1. Este resultado mostra que em grande parte das carteiras um dos pressupostos básicos do modelo de regressão linear não é atendido, o que pode sugerir uma relação condicional entre os resíduos passados e futuros, o que deverá ser melhor detalhado no teste a seguir.

Os resultados para o Teste de Breusch-Godfrey de Multiplicadores de Lagrange de ordem 12 são menos precisos do que o de Durbin-Watson, pois apenas foram rejeitadas a hipótese de ausência de autocorrelação em 6 casos. A distribuição assintótica para comparação é a *qui-quadrado* com *r* graus de liberdade. Como tem-se 12 *lags*, o valor crítico na *qui-quadrado* para comparação foi 21,026. Esses teoricamente deveriam coincidir com os resultados do teste anterior, pelo menos nos casos de rejeição, mas a flexibilização estatística da distribuição assintótica de *qui-quadrado* acabou causando um problema. Mas, de toda maneira, os resultados ainda são confusos, sugerindo que possa haver autocorrelações de resíduos em alguns casos, pelo menos no *lag* 1.

Quando verificado se a especificação do Modelo de Fama e French (1996) está correta ao utilizar os dados referentes às carteiras utilizadas neste trabalho, percebe-se que em apenas uma delas há rejeição da hipótese nula no Teste RESET de Ramsey. Neste caso, conclui-se que, de uma maneira geral, o Modelo de Fama e French apresenta bons regressores, e que este trabalho está na direção correta, quando tenta realizar uma melhoria a partir da variância condicional, pois o mesmo apresenta uma especificação que pode ser considerada como razoável.

Tabela 10 - Testes de White para Heterocedasticidade, de Jarque-Bera para Normalidade dos Resíduos, e de Multiplicadores de Lagrange para Resíduos ARCH

Carteira	White	Teste (H_0)	JB RES	Teste (H_0)	ARCH(2lags)	Teste (H_0)
1	6,08	Não-rejeita	186,03	Rejeita	22,38	Rejeita
2	5,01	Não-rejeita	2.127,67	Rejeita	0,15	Não-rejeita
3	5,21	Não-rejeita	1.872,23	Rejeita	32,24	Rejeita
4	9,29	Não-rejeita	20,39	Rejeita	1,86	Não-rejeita
5	11,44	Não-rejeita	368,63	Rejeita	16,06	Rejeita
6	5,21	Não-rejeita	4635,12	Rejeita	39,27	Rejeita
7	7,05	Não-rejeita	268,66	Rejeita	34,63	Rejeita
8	6,61	Não-rejeita	78,88	Rejeita	14,04	Rejeita
9	9,33	Não-rejeita	9,23	Rejeita	1,34	Não-rejeita
10	5,04	Não-rejeita	413,39	Rejeita	25,59	Rejeita
11	4,70	Não-rejeita	337,77	Rejeita	17,37	Rejeita
12	8,34	Não-rejeita	69,12	Rejeita	0,28	Não-rejeita
13	5,94	Não-rejeita	506,21	Rejeita	21,85	Rejeita
14	5,00	Não-rejeita	1.588,65	Rejeita	28,22	Rejeita
16	3,97	Não-rejeita	178,41	Rejeita	19,09	Rejeita
18	13,80	Não-rejeita	69,50	Rejeita	15,79	Rejeita
21	4,84	Não-rejeita	1.707,65	Rejeita	36,14	Rejeita
22	2,24	Não-rejeita	18,69	Rejeita	2,67	Não-rejeita
23	5,30	Não-rejeita	3.522,51	Rejeita	39,01	Rejeita
25	1,74	Não-rejeita	15,15	Rejeita	3,35	Não-rejeita

O Teste de White para heterocedasticidade apresentou resultados bem definidos para todas as carteiras. Não se rejeita a hipótese nula de heterocedasticidade em nenhum dos casos, o que sugere que os resíduos apresentam comportamento explosivo em todos eles, indo de encontro à maioria dos testes financeiros realizados e à hipótese de que a heterocedasticidade dos resíduos é um problema quase que constante em séries financeiras. Foi rodada a regressão de Fama e French (as variáveis são as mesmas já apresentadas anteriormente) e a regressão auxiliar do Teste de White (1980) que é dada por:

$$\varepsilon_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 (R_m - R_f) + \alpha_2 (R_m - R_f)^2 + \alpha_3 (R_m - R_f) \times SMB + \alpha_4 (R_m - R_f) \times HML$$
$$+ \alpha_5 SMB + \alpha_6 SMB^2 + \alpha_7 SMB \times HML + \alpha_8 HML + \alpha_9 HML^2 + v_t$$

A estatística do teste dada na tabela é dada por $T \times R^2$ desta regressão auxiliar. O valor para comparação neste caso é fornecido pela distribuição assintótica de *qui-quadrado* com o número de coeficientes da regressão auxiliar, excluindo-se a constante, ficando uma *qui-quadrado* com 9 graus de liberdade, que apresenta valor igual a 16,919 para um grau de significância de 5%.

O Teste de Jarque-Bera de normalidade nos resíduos apresentou, ao lado do Teste de White, resultado totalmente homogêneo. Em todas as carteiras, rejeitou-se a hipótese de normalidade nos resíduos. O valor crítico para comparação é o de *qui-quadrado*(χ^2), com 2 graus de liberdade. Com um grau de significância de 5%, seu valor é igual a 5,99.

Os resultados para o Teste LM ARCH também se mostraram divididos, mas em grande parte apresentam a possibilidade de modelagem através da incorporação da variância condicional, pois não houve rejeição da hipótese de ausência de resíduos ARCH em 14 das 20 carteiras. O valor crítico para comparação, com grau de significância de 5%, é igual a 5,991.

Como há fortes indícios para existência de variância condicional, deve ser estimado um modelo ARCH multivariado. A equação na qual os parâmetros são estimados é dada por:

$$C_i - R_f = \beta_1 (R_m - R_f) + \beta_2 .SMB + \beta_3 .HML + u_t$$
$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \alpha_2 u_{t-2}^2$$

onde h_t é a variância condicional. Os resultados são explicitados na Tabela 10. Quando os parâmetros para o ARCH de segunda ordem não foram significativos, roda-se um ARCH de ordem 1, e α_2 foi desconsiderado. Os resultados foram obtidos no *eviews* 3.1. Os valores em parênteses representam o *p-value* do teste *t* dos parâmetros.

Tabela 11 – Parâmetros do Modelo de Fama e French com Componentes de Variância Condicional - ARCH(2) ou ARCH (1) e seus respectivos *p-value*

Carteira	N	β_1	β_2	β_3	α_0	α_1	α_2
1	1	0,84(0,00)	0,64(0,00)	-0,01(0,81)	0,003(0,00)	0,16(0,02)	Não
2	2	0,88(0,00)	0,72(0,00)	0,11(0,01)	0,004(0,00)	0,18(0,05)	1,82(0,00)
3	1	0,89(0,00)	0,70(0,00)	-0,11(0,20)	0,004(0,00)	0,17(0,00)	Não
4	1	0,39(0,02)	-0,13(0,61)	0,18(0,32)	0,007(0,00)	0,08(0,69)	Não
5	2	0,66(0,00)	0,15(0,34)	-0,08(0,09)	0,001(0,40)	0,46(0,27)	2,18(0,00)
6	1	0,61(0,00)	0,87(0,00)	-0,05(0,16)	0,001(0,00)	2,65(0,00)	Não
7	1	0,81(0,00)	0,95(0,00)	-0,01(0,84)	0,002(0,00)	0,22(0,03)	Não
8	2	0,95(0,00)	1,20(0,00)	-0,17(0,00)	0,003(0,00)	0,18(0,01)	-0,03(0,01)
9	1	0,84(0,00)	1,09(0,00)	1,24(0,00)	0,005(0,00)	0,75(0,00)	Não
10	2	0,91(0,00)	0,77(0,00)	-0,12(0,08)	0,003(0,00)	0,28(0,04)	0,78(0,00)
11	1	0,85(0,00)	0,36(0,01)	-0,02(0,74)	0,005(0,00)	0,18(0,00)	Não
12	1	0,92(0,00)	0,53(0,00)	-0,11(0,35)	0,01(0,00)	0,53(0,00)	Não
13	1	0,89(0,00)	0,58(0,00)	-0,13(0,09)	0,004(0,00)	0,19(0,04)	Não
14	2	0,93(0,00)	0,27(0,12)	0,48(0,00)	0,006(0,00)	0,24(0,01)	0,72(0,00)
16	1	1,05(0,00)	0,36(0,00)	0,02(0,67)	0,003(0,00)	0,66(0,00)	Não
18	1	0,88(0,00)	0,27(0,00)	-0,10(0,11)	0,003(0,00)	0,21(0,03)	Não
21	1	0,87(0,00)	0,08(0,54)	-0,04(0,63)	0,005(0,00)	0,17(0,01)	Não
22	1	1,05(0,00)	-0,36(0,02)	0,30(0,00)	0,009(0,00)	-0,08(0,00)	Não
23	1	0,71(0,00)	-0,15(0,03)	0,01(0,98)	0,001(0,00)	1,77(0,00)	Não
25	2	1,10(0,00)	-0,31(0,01)	0,27(0,00)	0,006(0,00)	-0,05(0,00)	0,23(0,03)

Estimou-se também a generalização do Modelo ARCH, conhecido como GARCH, e dada pela seguinte fórmula:

$$C_i - R_f = \beta_1(R_m - R_f) + \beta_2.SMB + \beta_3.HML + u_t$$
$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \alpha_2 h_{t-2}^2$$

Tabela 12 – Parâmetros do Modelo de Fama e French com Componentes de Variância Condicional - GARCH(1,1) e seus respectivos *p-value*

Carteira	β_1	β_2	β_3	α_0	α_1	α_2
1	0,83(0,00)	0,67(0,00)	0,02(0,73)	0,004(0,00)	0,16(0,02)	-0,24(0,46)
2	0,97(0,00)	1,16(0,00)	-0,04(0,71)	0,003(0,29)	0,29(0,00)	0,78(0,00)
3	0,94(0,00)	0,70(0,00)	-0,15(0,09)	0,005(0,00)	0,16(0,00)	-0,13(0,06)
4	0,57(0,00)	0,19(0,55)	0,14(0,28)	0,005(0,08)	-0,15(0,00)	1,07(0,00)
5	0,76(0,00)	0,27(0,26)	-0,18(0,03)	0,002(0,56)	1,90(0,02)	0,24(0,09)
6	0,64(0,00)	0,84(0,00)	-0,05(0,12)	0,000(0,77)	1,57(0,00)	0,42(0,00)
7	0,84(0,00)	0,92(0,00)	-0,03(0,34)	0,004(0,00)	0,21(0,03)	-0,37(0,13)
8	0,97(0,00)	1,14(0,00)	-0,11(0,01)	0,000(0,41)	0,21(0,01)	0,76(0,00)
9	0,79(0,00)	0,59(0,00)	1,27(0,00)	0,000(0,45)	0,23(0,04)	0,76(0,00)
10	0,88(0,00)	0,86(0,00)	0,11(0,29)	0,01(0,00)	0,22(0,04)	-0,12(0,50)
11	0,86(0,00)	0,37(0,01)	-0,03(0,65)	0,002(0,27)	0,18(0,00)	0,43(0,23)
12	0,91(0,00)	0,50(0,00)	-0,13(0,26)	0,006(0,20)	0,51(0,00)	0,23(0,50)
13	0,87(0,00)	0,59(0,00)	-0,11(0,13)	0,005(0,00)	0,20(0,04)	-0,15(0,63)
14	0,94(0,00)	0,28(0,13)	0,45(0,00)	0,003(0,03)	0,52(0,02)	0,49(0,00)
16	1,05(0,00)	0,36(0,00)	0,03(0,69)	0,003(0,00)	0,65(0,00)	-0,00(0,98)
18	0,88(0,00)	0,28(0,01)	-0,10(0,13)	0,003(0,01)	0,21(0,04)	0,07(0,82)
21	0,89(0,00)	0,14(0,38)	-0,03(0,73)	0,007(0,00)	0,12(0,00)	-0,24(0,18)
22	1,02(0,00)	-0,40(0,03)	0,32(0,00)	0,005(0,08)	-0,08(0,00)	0,54(0,09)
23	0,73(0,00)	-0,07(0,43)	-0,02(0,65)	0,001(0,00)	1,03(0,00)	-0,00(0,81)
25	1,01(0,00)	-0,31(0,04)	0,29(0,00)	0,007(0,01)	-0,07(0,00)	0,26(0,40)

Como pode-se ver nos dois conjuntos de regressões realizadas, os parâmetros se mostraram em grande parte dos casos significativos. O que se viu aqui, é que, além disso, outros fatores endógenos podem ser incorporados.

Pode-se afirmar que uma modificação no Modelo de Fama e French se faz adequada ao caso brasileiro, visto que o mercado pode apresentar, além dos componentes de anomalia já estudados, como tamanho e *book-to-market*, efeitos em seus resíduos que podem levar a erros de especificação. Desta forma, se faz adequada uma adaptação ao modelo de multifatores que leve a uma melhoria, através da equação de variância condicionada fornecida pelos Modelos ARCH e GARCH.

5.5
Conclusões

O estudo de anomalias no mercado de capitais tem sido amplamente realizado, e mostrando algumas características que confrontam diretamente a teoria tradicional de finanças, a qual durante décadas trabalhou com a hipótese restritiva de equilíbrio no mercado de ativos a partir da equação do Modelo

CAPM, como a influência de fatores que desequilibram a relação de eficiência no mercado de capitais.

Os dois trabalhos mais difundidos neste tema são o de DeBondt e Thaler (1985), de *overreaction* no mercado de capitais norte-americano, e o de Fama e French (1996), que desenvolve um modelo de multifatores que agrega ao Modelo CAPM duas variáveis que consideram importante, que são o tamanho e o *book-to-market* de algumas empresas que negociam seus títulos no mercado aberto. Este modelo de Fama e French (1996) foi o que serviu de referencial neste trabalho.

A partir desta modelagem, realizou-se uma aplicação empírica no mercado de capitais brasileiro, especificamente com carteiras formadas a partir de 205 ações preferenciais e ordinárias negociadas na Bolsa de Valores de São Paulo (Bovespa), realizando uma modificação no modelo de multifatores proposto pelos autores. Após realizar vários testes de resíduos no modelo original, foi incorporada a equação da variância condicional a partir de duas diferentes tentativas: o modelo ARCH (n) e o modelo GARCH (1,1), sendo n=1 ou 2, dependendo dos testes de aderência.

Os resultados, tanto dos testes de resíduos quando da simulação destas duas modificações, sugerem que a utilização da equação da variância condicional se mostra adequada neste modelo de multifatores, pelo fato dos resíduos apresentarem comportamentos de autocorrelação e de heterocedasticidade. Viu-se também que, aparentemente, pelo teste de Ramsey de especificação correta do modelo, o Modelo de Fama e French (1996) se mostra adequado para previsão de retornos no mercado de capitais brasileiro, mas com a necessidade de algumas modificações, que foram realizadas neste trabalho.

Algumas limitações podem ser encontradas neste capítulo, e dizem respeito à aplicação empírica. A primeira delas é a utilização de dados de retornos que não necessariamente apresentam distribuições normais. Esta é uma característica que se mostrou presente nesta tese, em se tratando de dados de retornos de ações negociadas na Bovespa. Outra limitação é a utilização do índice Ibovespa como *proxy* do retorno médio de mercado, e do CDI bancário como retorno de ativo livre de risco. O primeiro por representar apenas os títulos mais líquidos do mercado e o segundo por apresentar uma situação aparentemente irreal, dada a elevada taxa de juros praticada no Brasil. Mesmo sabendo que estas limitações apresentam restrições reais à generalização posterior do modelo, foram opções de pesquisa que tiveram que ser feitas.

As conclusões não diferem do que a linha de estudos em finanças comportamentais vem sugerindo, que é a necessidade de encontrar modelagens mais completas, ou mesmo flexíveis, que representem com maior eficácia as ineficiências que os mercados de capitais, principalmente os de países emergentes, apresentam. Para trabalhos posteriores é sugerida a incorporação de variáveis de corte para verificação de diferenciação entre períodos, ou seja, a verificação de determinadas anomalias em momentos específicos do tempo. Além disso, seria muito interessante a aplicação da modificação no Modelo, resultado deste capítulo, em carteiras médias formadas por mercados emergentes, ao invés de carteiras formadas diretamente por ativos. Resultados importantes poderiam ser encontrados, e com possibilidade mais ampla de generalização do Modelo de Fama e French Modificado.