4
Modelos para rochas consolidadas e não consolidadas

No capítulo anterior, apresentou-se um modelo de física de rochas calibrável para o reservatório em questão, que é o modelo proposto para realizar estimativas de pressões de poros, e que será daqui para frente chamado de modelo principal. Como foi visto, o modelo principal é constituído por 4 partes: um modelo para o grão da rocha, um modelo para a rocha seca, um modelo para o fluido e um modelo que permite o acoplamento entre esses modelos. Neste capítulo, apresentam-se outros dois modelos para a rocha seca, que permitem conferir ao modelo principal as características de uma rocha-reservatório não consolidada (ou pouco consolidada) e de uma rocha-reservatório consolidada. Observe que esses modelos serão utilizados para realização de testes sintéticos de previsão de pressão de poros através da metodologia proposta.

4.1.
Modelo para rocha não consolidada (ou pouco consolidada)

Para simular o comportamento de uma rocha-reservatório não consolidada, ou pouco consolidada, o modelo teórico de Hertz-Mindlin é utilizado (Mavko et al., 1998). Este modelo simula o meio poroso como um pacote de esferas aleatoriamente distribuídas no espaço e fornece os módulos compressionais e cisalhantes da rocha seca através das seguintes relações:

$$K_{seco} = \sqrt[3]{\frac{C_m^{\ 2}(1-\phi)^2 G_g^{\ 2}}{18\pi^2(1-\nu_g)^2} P_d} \tag{51}$$

e

$$G_{seco} = \frac{5-4\nu_g}{5(2-\nu_g)} \sqrt[3]{\frac{3C_m^{\ 2}(1-\phi)^2 G_g^{\ 2}}{2\pi^2(1-\nu_g)^2} P_d}\ , \tag{52}$$

onde ϕ é a porosidade, P_d é a pressão diferencial hidrostática, C_m é número médio de contatos por grão, G_g é o módulo cisalhante do grão e ν_g é a razão de Poisson do grão.

Para se obter o número médio de contatos por grão (C_m), utiliza-se o trabalho de Murphy (1982), que permite obter esse parâmetro através da porosidade:

$$C_m = 25.98\phi^2 - 43.762\phi + 21.672 \ . \tag{53}$$

Para se obter as propriedades elásticas do grão (G_g e ν_g), assume-se novamente que este é constituído de uma mistura homogênea de areia e argila, cujas propriedades são conhecidas. Assim sendo, utiliza-se o limite inferior de Hashin-Shtrikman (equações (7) e (8)) para obter os módulos elásticos do grão.

Acoplando as equações de Hertz-Mindlin (equações (51) e (52)), a relação de Murphy (equação (53)), e ao limite inferior de Hashin-Shtrikman (representadas pelas equações (10) e (11)), obtêm-se os módulos da rocha seca em função da pressão diferencial, conteúdo de argila e porosidade:

$$\tilde{K}_{seco} = \sqrt[3]{\frac{\left(25.98\phi^2 - 43.762\phi + 21.672\right)^2 (1-\phi)^2 \left(f_3(C)\right)^2}{18\pi^2 \left(1-\nu_g\right)^2} P_d} \tag{54}$$

e

$$\tilde{G}_{seco} = \frac{5-4\nu_g}{5\left(2-\nu_g\right)} \sqrt[3]{\frac{3\left(25.98\phi^2 - 43.762\phi + 21.672\right)^2 (1-\phi)^2 f_3(C)^2}{2\pi^2 \left(1-\nu_g\right)^2} P_d} \ , \tag{55}$$

com:

$$\nu_g = \frac{3K_g - 2G_g}{2\left(3K_g + G_g\right)} = \frac{3f_2(C) - 2\left(f_3(C)\right)}{2\left(3f_2(C) + \left(f_3(C)\right)\right)}, \tag{56}$$

onde $\tilde{K}_{seco}$ e $\tilde{G}_{seco}$ são os módulos compressionais e cisalhantes da rocha seca dados pelo modelo de rocha não consolidada. De forma resumida, escreve-se:

$$\tilde{K}_{seco} = f_{14}(\phi, C, P_d) \tag{57}$$

e

$$\tilde{G}_{seco} = f_{15}(\phi, C, P_d)\ . \tag{58}$$

Observe que essas funções (equações (57) e (58)) substituirão respectivamente as equações (20) e (21) do modelo principal (apresentado no capítulo 3), conferindo um comportamento de rocha não consolidada ao modelo principal.

Para complementar a apresentação do modelo de rocha não consolidada, desenvolve-se a seguir as equações que permitem obter as velocidades da rocha não consolidada em função da porosidade, conteúdo de argila e pressão diferencial. Substituindo os módulos da rocha seca (equações (57) e (58)) e a densidade da rocha seca (equação (17)) nas equações de propagação de ondas elásticas, obtêm-se:

$$\tilde{V}_{p\,seco} = \sqrt{\frac{f_{14}(\phi, C, P_d) + (4/3) f_{15}(\phi, C, P_d)}{f_1(C)\cdot(1-\phi)}} \tag{59}$$

e

$$\tilde{V}_{s\,seco} = \sqrt{\frac{f_{15}(\phi, C, P_d)}{f_1(C)\cdot(1-\phi)}}\ , \tag{60}$$

onde $\tilde{V}_{p\,seco}$ e $\tilde{V}_{s\,seco}$ são as velocidades da rocha seca referentes ao modelo de rocha não consolidada.

4.2. Modelo para rocha consolidada

A modelagem do comportamento de arenitos consolidados é feita baseando-se nas relações empíricas de Erberhart-Phillips et al. (1989), que foram originalmente calibradas através de ensaios laboratoriais em arenitos consolidados[6]:

---

[6] Observa-se que, embora essas equações tenham sido ajustadas com ensaios laboratoriais em arenitos consolidados e não consolidados, a parcela de amostras referentes ao estado não consolidado é muito inferior à parcela referente ao estado consolidado (Han et al., 1986). Diante deste fato, assume-se nesta tese que essas equações são representativas do estado consolidado.

$$V_{p\,sat} = 5.77 - 6.44\phi - 1.73\sqrt{C} + 0.446\left(P_d - e^{-16.7 \cdot P_d}\right) \tag{61}$$

e

$$V_{s\,sat} = 3.70 - 4.94\phi - 1.57\sqrt{C} + 0.361\left(P_d - e^{-16.7 \cdot P_d}\right), \tag{62}$$

onde $V_{p\,sat}$ e $V_{s\,sat}$ são as velocidades da rocha saturada em água, dadas em Km/s, e P_d é a pressão diferencial dada em Kbar.

Para se obter essas relações em um ambiente de rocha seca, utiliza-se um procedimento baseado nas expressões de Biot para substituição de fluidos.

As expressões de Biot permitem a modelagem das velocidades da rocha em função dos principais parâmetros de rocha e fluido, considerando dois estados limites de freqüência de propagação de ondas (altas freqüencias e baixas freqüencias[7]). Para uma situação de altas freqüências, caso dos ensaios realizados em laboratório, o modelo de Biot fornece as velocidades de rocha através das seguintes expressões (Mavko et al., 1998):

$$V_{p\,sat} = \left\{ \frac{\Delta + \left[\Delta^2 - 4\left(\rho_{11}\rho_{22} - \rho_{12}^{\ 2}\right)\left(PR - Q^2\right)\right]^{0.5}}{2\left(\rho_{11}\rho_{22} - \rho_{12}^{\ 2}\right)} \right\}^{0.5} \tag{63}$$

e

$$V_{s\,sat} = \left\{ \frac{G_{seco}}{\rho - \phi\rho_{fl}\alpha^{-1}} \right\}^{0.5}, \tag{64}$$

com:

$$\Delta = P\rho_{22} + R\rho_{11} - 2Q\rho_{12}, \tag{65}$$

$$P = \frac{(1-\phi)(1-\phi - K_{seco}/K_g)K_g + \phi K_g K_{seco}/K_{fl}}{1-\phi - K_{seco}/K_g + \phi K_g/K_{fl}} + \frac{4}{3}G_{seco}, \tag{66}$$

[7] Para situações de propagação de ondas com baixas freqüências, as equações de Biot fornecem velocidades equivalentes àquelas obtidas através das equações de substituição de fluidos de Gassmann.

$$Q = \frac{\left(1-\phi-K_{seco}/K_g\right)\phi K_g}{1-\phi-K_{seco}/K_g+\phi K_g/K_{fl}}, \tag{67}$$

$$R = \frac{\phi^2 K_g}{1-\phi-K_{seco}/K_g+\phi K_g/K_{fl}}, \tag{68}$$

$$\rho_{11} = (1-\phi)\rho_g - (1-\alpha)\phi\rho_{fl}, \tag{69}$$

$$\rho_{22} = \alpha\phi\rho_{fl}, \tag{70}$$

$$\rho_{12} = (1-\alpha)\phi\rho_{fl}, \tag{71}$$

$$\rho = \rho_g(1-\phi) + \rho_{fl}\phi, \tag{72}$$

onde ϕ é a porosidade, ρ_g e ρ_{fl}, são respectivamente as densidades do grão e do fluido, α é a tortuosidade, K_{fl}, K_g e K_{seco} são respectivamente os módulos compressionais do fluido, do grão e da rocha seca e G_{seco} é o módulo cisalhante da rocha seca.

De forma resumida, representa-se as expressões de Biot através das funções:

$$V_{p\,sat} = f_{16}\left(\phi, \alpha, \rho_g, \rho_{fl}, K_{fl}, K_g, K_{seco}, G_{seco}\right) \tag{73}$$

e

$$V_{s\,sat} = f_{17}\left(\phi, \alpha, \rho_g, \rho_{fl}, G_{seco}\right). \tag{74}$$

Para se obter o módulos compressionais e cisalhantes da rocha seca em função da porosidade, conteúdo de argila e pressão diferencial, o seguinte procedimento é adotado:

1. Como no modelo principal (capítulo 3), o grão é considerado como uma mistura homogênea de duas fases (areia e argila). Seu módulo compressional (K_g) é obtido através do limite inferior de Hashin-Shtrikman (equação (7)), enquanto que sua densidade (ρ_g) é obtida através de uma média ponderada entre as densidades das fases que o

compõe (equação (6)). Supondo conhecidas as propriedades de cada fase, K_g e ρ_g dependem novamente apenas do conteúdo de argila (C).

2. Uma vez obtidos os parâmetros do grão em função do conteúdo de argila, e considerando K_{fl} = 2,4 GPa e ρ_{fl} = 1 g/cm^3 as propriedades do fluido de saturação dos ensaios (água doce), iguala-se as velocidades de Biot (equações (73) e (74)) às velocidades de Erberhart-Phillips (equações (61) e (62)), o que permite obter os módulos da rocha seca (G_{seco} e K_{seco}) em função de ϕ, C e P_d. Observe que para isso, é necessário assumir um valor para o parâmetro tortuosidade (assumiu-se α = 2).

De forma resumida, apresenta-se as seguintes funções que representam os resultados obtidos por este procedimento:

$$\tilde{\tilde{K}}_{seco} = f_{18}(\phi, C, P_d) \qquad (75)$$

e

$$\tilde{\tilde{G}}_{seco} = f_{19}(\phi, C, P_d), \qquad (76)$$

onde $\tilde{\tilde{K}}_{seco}$ e $\tilde{\tilde{G}}_{seco}$ são os módulos compressionais e cisalhantes da rocha seca dados pelo modelo de rocha consolidada.

Observe que essas funções (equações (75) e (76)) substituirão as equações (20) e (21) do modelo principal (apresentado no capítulo 3), conferindo um comportamento de rocha consolidada ao modelo principal.

Deve ser observado que este procedimento proposto para "secar" as relações empíricas de Erberhart-Phillips et al. (1989) através das expressões de Biot deve ser encarado como uma metodologia aproximativa, uma vez que o modelo de Biot não considera todos os efeitos gerados pela propagação de ondas com altas freqüencias em meios porosos saturados (não considera efeitos de fluxo local – *squirt flow*) (Mavko e Jizba, 1991).

Para complementar a apresentação do modelo de rocha consolidada, desenvolve-se a seguir as equações que permitem obter as velocidades da rocha consolidada em função da porosidade, conteúdo de argila e pressão diferencial. Substituindo os módulos da rocha seca (equações (75) e (76)) e a densidade da rocha seca (equação (17)) nas equações de propagação de ondas elásticas, obtêm-se:

$$\tilde{\tilde{V}}_{p_{seco}} = \sqrt{\frac{f_{18}(\phi, C, P_d) + (4/3) f_{19}(\phi, C, P_d)}{f_1(C) \cdot (1-\phi)}} \tag{77}$$

e

$$\tilde{\tilde{V}}_{s_{seco}} = \sqrt{\frac{f_{19}(\phi, C, P_d)}{f_1(C) \cdot (1-\phi)}} . \tag{78}$$

onde $\tilde{\tilde{V}}_{p_{seco}}$ e $\tilde{\tilde{V}}_{s_{seco}}$ são as velocidades da rocha seca referentes ao modelo de rocha consolidada.