3
Formulação do problema direto

Na metodologia de previsão de pressão de poros proposta nesta tese, a transformação de V_p e V_s em pressão de poros é feita através da solução de um problema inverso. Sendo assim, a primeira parte do desenvolvimento da metodologia consiste na formulação do “problema direto”, no sentido que este termo apresenta em problemas de inversão. Por formulação do “problema direto”, entende-se o conjunto de relações matemáticas que permitem a transformação de parâmetros não observáveis de um sistema físico em grandezas observáveis. No caso, os parâmetros não observáveis são dados pelos principais parâmetros de rocha, fluido e estado de tensões, enquanto que as grandezas observáveis são dadas por V_p e V_s. Neste capítulo, uma formulação baseada em modelos de física de rochas e de fluidos é proposta para a modelagem do “problema direto”.

3.1.
Desenvolvimento do modelo de física de rochas

Para o desenvolvimento do modelo proposto, apresenta-se inicialmente três modelos distintos: um modelo para as propriedades do grão da rocha, um modelo para os módulos compressionais e cisalhantes da rocha seca, e um modelo para o fluido encontrado nos poros da rocha. Após o desenvolvimento desses modelos, estes são acoplados obtendo um modelo para a rocha saturada. Observe que a litologia modelada corresponde a arenitos/areias “sujas” (com parcelas de argila em sua constituição).

3.1.1.
Modelo para o grão

Para se obter as propriedades do grão da rocha, assume-se que este possa ser modelado como uma mistura homogênea entre as fases que o compõe: areia e argila. Sendo assim, a densidade do grão (ρ_g) é obtida por:

$$\rho_g = \rho_{areia}(1-C) + \rho_{argila}C\,, \tag{6}$$

onde ρ_{areia} e ρ_{argila} são respectivamente as densidades das fases areia e argila, enquanto que C é o conteúdo de argila (fração de argila contida na mistura areia-argila).

Para se obter os módulos compressional e cisalhante do grão (K_g e G_g) utiliza-se o limite inferior de Hashim-Shtrikman (Goldberg e Gurevich, 1998):

$$K_g = K_{argila} + \frac{(1-C)(K_{areia} - K_{argila})}{1 + C(G_{areia} + G_{argila})/(K_{argila} + 4/3\,G_{argila})} \tag{7}$$

e

$$G_g = G_{argila} + \frac{(1-C)(G_{areia} - G_{argila})}{1 + C(G_{areia} - G_{argila})/\left(G_{argila} + 4/3\left[3/2\left(\frac{1}{G_{argila}} + \frac{10}{9K_{argila} + 8G_{argila}}\right)\right]\right)} \tag{8}$$

,

onde K_{areia}, K_{argila}, G_{areia} e G_{argila} são respectivamente os módulos compressionais (K) e cisalhantes (G) da areia e da argila.

Observa-se que os módulos e as densidades de cada fase (areia e argila) podem ser previamente conhecidos para a formação (Mavko et al., 1998), ou ajustados para a formação em estudo (Goldberg e Gurevich, 1998). Nesta tese, o modelo apresentado assume que tanto os módulos quanto as densidades de cada fase são pré-definidos. Assim sendo, fica estabelecido que os módulos e a densidade do grão dependem somente do conteúdo de argila, o que é representado por:

$$\rho_g = f_1(\,C\,), \tag{9}$$

$$K_g = f_2(\,C\,) \tag{10}$$

e

$$G_g = f_3(\,C\,). \tag{11}$$

3.1.2.
Modelo para rocha seca

É sabido que as velocidades da rocha seca (arenito/areia) dependem de uma série de fatores como a porosidade, a forma dos poros, a pressão diferencial, a existência de uma cimentação entre os grãos e o conteúdo de argila (o que pode ser relacionado à constituição mineral do grão). No modelo desenvolvido, opta-se por considerar explicitamente a influência dos fatores porosidade (ϕ), conteúdo de argila (C) e pressão diferencial (P_d) nas velocidades da rocha seca, o que é feito através de relações empíricas calibradas para a rocha-reservatório em questão. As equações utilizadas são:

$$V_{p\,seco} = p_0 + p_1\phi + p_2\sqrt{C} + p_3\left(P_d - e^{-p_4 \cdot P_d}\right) \tag{12}$$

e

$$V_{s\,seco} = s_0 + s_1\phi + s_2\sqrt{C} + s_3\left(P_d - e^{-s_4 \cdot P_d}\right), \tag{13}$$

onde $p_0,\ldots,p_4$ e $s_0,\ldots,s_4$ são dois conjuntos de coeficientes de regressão, referidos por $[p_n]$ e $[s_n]$. As velocidades são dadas em Km/s enquanto que a pressão diferencial é dada em Kbar.

Observa-se que essas relações (equações (12) e (13)) foram originalmente idealizadas por Eberhart-Phillips et al. (1989) para a modelagem de arenitos saturados. Nesta tese, essas relações são reaproveitadas, com a devida atenção para que os dados utilizados na calibração sejam referentes à rocha seca. Deve-se também observar que os outros fatores influentes nas velocidades são considerados de uma forma implícita, através da própria calibração dessas relações. Na verdade, ao se colocar o problema desta forma, assume-se que esses outros fatores possam ser considerados constantes ao longo do reservatório em questão.

Seguindo as equações de propagação de ondas em meios elásticos (Mavko et al., 1998), e considerando um ambiente de rocha seca, escreve-se:

$$K_{seco} = \rho_{seco} V_{p\,seco}{}^{2} - (4/3) G_{seco} \tag{14}$$

e

$$G_{seco} = \rho_{seco} V_{s\,seco}{}^{2}, \tag{15}$$

onde K_{seco} e G_{seco} são respectivamente os módulos compressionais e cisalhantes da rocha seca, enquanto que ρ_{seco} é a densidade da rocha seca, que por sua vez é dada por:

$$\rho_{seco} = \rho_g (1-\phi) \ . \tag{16}$$

Substituindo a equação (9) na equação (16), obtêm-se:

$$\rho_{seco} = f_1(C) \cdot (1-\phi) \ . \tag{17}$$

Substituindo as equações (12), (13) e (17) nas equações (14) e (15), obtêm-se os módulos da rocha seca em função da porosidade, conteúdo de argila, pressão diferencial e coeficientes de regressão:

$$K_{seco} = f_1(C) \cdot (1-\phi) \cdot \begin{pmatrix} \left(p_0 + p_1\phi + p_2\sqrt{C} + p_3\left(P_d - e^{-p_4 \cdot P_d}\right)\right)^2 \\ -\frac{4}{3}\left(s_0 + s_1\phi + s_2\sqrt{C} + s_3\left(P_d - e^{-s_4 \cdot P_d}\right)\right)^2 \end{pmatrix} \tag{18}$$

e

$$G_{seco} = f_1(C) \cdot (1-\phi) \cdot \left(s_0 + s_1\phi + s_2\sqrt{C} + s_3\left(P_d - e^{-s_4 \cdot P_d}\right)\right)^2, \tag{19}$$

que são resumidas pelas funções:

$$K_{seco} = f_4\left(\phi, C, P_d, [\,p_n\,], [\,s_n\,]\right) \tag{20}$$

e

$$G_{seco} = f_5(\phi, C, P_d, [\, s_n \,]) \ . \tag{21}$$

3.1.3.
Modelo de Fluidos

A influência do fluido nas propriedades da rocha saturada é feita através do módulo compressional do fluido (K_{fl}) e de sua densidade (ρ_{fl}). Nesta tese, os fluidos de saturação considerados se referem a misturas homogêneas entre as fases salmoura (água salgada) e óleo morto (óleo sem gás dissolvido). Para se obter os módulos compressionais e as densidades de cada fase, utilizam-se as equações apresentadas em Batzle e Wang (1992), que modelam essas propriedades em função da temperatura (T), pressão de poros (P_P) e características relativas às suas composições químicas.

3.1.3.1.
Salmoura

A densidade da salmoura ($\rho_{salmoura}$) em g/cm³ é dada por:

$$\rho_{salmoura} = \rho_W + s_{CS}\left\{0.668 + 0.44 \cdot s_{CS} + 10^{-6}\begin{bmatrix} 300 \cdot P_P - 2400 \cdot P_P \cdot s_{CS} + \\ T(80 + 3 \cdot T - 3300 \cdot s_{CS} - 13 \cdot P_P + 47 \cdot \end{bmatrix}\right. \tag{22}$$

,

onde s_{CS} é a salinidade (de cloreto de sódio) dada por ppm/10⁶, P_P é a pressão de poros, T é a temperatura em graus Celsius e ρ_w é a densidade da água pura, que é dada por:

$$\rho_w = 1 + 10^{-6}\begin{pmatrix} -80 \cdot T - 3.3 \cdot T^2 + 0.00175 \cdot T^3 + 489 \cdot P_P - 2 \cdot T \cdot P_P + 0.016 \cdot T^2 \cdot \\ -1.3 \times 10^{-5} \cdot T^3 \cdot P_P - 0.333 \cdot P_P^{\ 2} - 0.002 \cdot T \cdot P_P^{\ 2} \end{pmatrix} \tag{23}$$

.

A velocidade acústica da salmoura ($V_{salmoura}$), em m/s, é dada por:

$$V_{salmoura} = \begin{Bmatrix} s_{CS} \cdot \left(1170 - 9.6 \cdot T + 0.055 \cdot T^2 - 8.5 \times 10^{-5} \cdot T^3 + 2.6 \cdot P_P - 0.0029 \cdot T \cdot P_P - 0.0476 \cdot P_P^{\ 2}\right) \\ + s_{CS}^{\ 1.5} \cdot \left(780 - 10 \cdot P_P + 0.16 \cdot P_P^{\ 2}\right) - 1820 \cdot s_{CS}^{\ 2} + V_w \end{Bmatrix}, \tag{24}$$

onde V_w é a velocidade acústica da água pura (em m/s), que por sua vez é dada por:

$$V_w = \sum_{i=0}^{4}\sum_{j=0}^{3} w_{ij} T^i P_P{}^j \ , \tag{25}$$

onde os coeficientes w_{ij} são: w_{00} = 1402.85, w_{10} = 4.871, w_{20} = -0.04783, w_{30} = 1.487x10^{-4}, w_{40} = -2.197x10^{-7}, w_{01} = 1.524, w_{11} = -0.0111, w_{21} = 2.747x10^{-4}, w_{31} = -6.503x10^{-7}, w_{41} = 7.987x10^{-10}, w_{02} = 3.437x10^{-3}, w_{12} = 1.739x10^{-4}, w_{22} = -2.135x10^{-6}, w_{32} = -1.455x10^{-8}, w_{42} = 5.23x10^{-11}, w_{03} = -1.197x10^{-5}, w_{13} = -1.628x10^{-6}, w_{23} = 1.237x10^{-8}, w_{33} = 1.327x 10^{-10} e w_{43} = -4.614x10^{-13}. (Observe que esta relação é válida até a temperatura de 100ºC e até a pressão de 100 MPa).

Para se obter o módulo compressional da salmoura, utiliza-se a equação de propagação de ondas elásticas:

$$K_{salmoura} = \rho_{salmoura} V_{salmoura}{}^2 \ . \tag{26}$$

De forma resumida, escreve-se as propriedades da salmoura através das funções:

$$K_{salmoura} = f_6(T, P_P, s_{cs}) \tag{27}$$

e

$$\rho_{salmoura} = f_7(T, P_P, s_{cs}). \tag{28}$$

3.1.3.2.
Óleo

A densidade de um óleo morto (sem gás dissolvido) em função da temperatura, pressão de poros e densidade referencial é dada por:

$$\rho_{óleo} = \begin{Bmatrix} \left[\rho_0 + \left(0.00277P_P - 1.71\times10^{-7}P_P{}^3\right)\left(\rho_0 - 1.15\right)^2 + 3.49\times10^{-4}P_P\right] / \\ \left[0.972 + 3.81\times10^{-4}\left(T + 17.78\right)^{1.175}\right] \end{Bmatrix} \tag{29}$$

,

onde ρ_0 é a densidade referencial do óleo (medida na pressão atmosférica e na temperatura de 15.6 ºC).

A velocidade acústica do óleo ($V_{óleo}$) em m/s é dada por:

$$V_{óleo} = 2096\left(\frac{\rho_0}{2.6-\rho_0}\right)^{1/2} - 3.7T + 4.64P_P + 0.0115\left[4.12\left(1.08\rho_0^{-1}-1\right)^{1/2} - \right. \quad (30)$$
.

Através da equação de propagação de ondas elásticas, obtêm-se o módulo compressional do óleo ($K_{óleo}$):

$$K_{óleo} = \rho_{óleo} V_{óleo}^{\;2}. \quad (31)$$

De forma resumida, escreve-se as propriedades do óleo através das seguintes funções:

$$K_{óleo} = f_8(T, P_P, API) \quad (32)$$

e

$$\rho_{óleo} = f_9(T, P_P, API), \quad (33)$$

onde API corresponde ao grau API do óleo, que é dado por:

$$API = \frac{141.5}{\rho_0} - 131.5 \;. \quad (34)$$

3.1.3.3. Mistura salmoura-óleo

Para se modelar o módulo compressional de uma mistura homogênea entre as fases salmoura e óleo morto, utiliza-se a equação de Wood (1955):

$$K_m = \left[\frac{S_{salmoura}}{K_{salmoura}} + \frac{S_{óleo}}{K_{óleo}} \right]^{-1}, \tag{35}$$

onde K_m é o módulo compressional da mistura, enquanto que $S_{salmoura}$ e $S_{óleo}$ são, respectivamente, as frações volumétricas de salmoura e óleo, que satisfazem:

$$S_{salmoura} + S_{óleo} = 1. \tag{36}$$

Para a obtenção da densidade da mistura (ρ_m), utiliza-se uma média ponderada entre as frações de cada fase:

$$\rho_m = S_{salmoura}\rho_{salmoura} + S_{óleo}\rho_{óleo} \ . \tag{37}$$

Dessa forma, as propriedades da mistura homogênea entre salmoura e óleo morto podem ser expressas através de:

$$K_m = f_{10}\left(S_{óleo}, T, P_P, API, s_{cs}\right) \tag{38}$$

e

$$\rho_m = f_{11}\left(S_{óleo}, T, P_P, API, s_{cs}\right). \tag{39}$$

3.1.4. Modelo para rocha saturada

Para se acoplar os modelos do grão, da rocha seca, e do fluido, as equações de Gassmann são utilizadas (Mavko et al., 1998):

$$K_{sat} = K_{seco} + \frac{\left(1 - \frac{K_{seco}}{K_g}\right)^2}{\frac{\phi}{K_{fl}} + \frac{(1-\phi)}{K_g} - \frac{K_{seco}}{K_g^2}} \tag{40}$$

e

$$G_{sat} = G_{seco}, \tag{41}$$

onde K_{sat} e G_{sat} são, respectivamente, os módulos compressional e cisalhante da rocha saturada e K_{fl} é o módulo compressional do fluido.

Visto que as equações dos módulos da rocha seca (equações (20) e (21)) se referem à pressão diferencial (P_d), e que as equações relativas às propriedades dos fluidos (equações (38) e (39)) se referem a pressão de poros (P_P), faz-se necessário a introdução da relação de Terzaghi para uma modelagem acoplada:

$$P_d = P_c - P_P\,, \tag{42}$$

onde P_c é a tensão confinante, que neste trabalho é considerada igual a tensão de sobrecarga.

Substituindo as equações (20), (21), (10), e (38) nas equações (40) e (41), obtêm-se:

$$K_{sat} = f_4(\phi, C, P_d, [\,p_n\,], [\,s_n\,]) + \frac{\left(1 - \dfrac{f_4(\phi, C, P_d, [\,p_n\,], [\,s_n\,])}{f_2(C)}\right)^2}{\dfrac{\phi}{f_{10}(S_{óleo}, T, P_P, API, ppm)} + \dfrac{(1-\phi)}{f_2(C)} - \dfrac{f_4(\phi, C, P_d, [\,p_n\,]}{[f_2(C)]^2}} \tag{43}$$

e

$$G_{sat} = f_5(\phi, C, P_d, [\,s_n\,]). \tag{44}$$

Para se obter a densidade da rocha saturada, utiliza-se uma média ponderada entre as densidades das fases que a compõe:

$$\rho_{sat} = \rho_g(1-\phi) + \rho_{fl}\phi\,, \tag{45}$$

onde ρ_g é a densidade do grão da rocha, ϕ é a porosidade e ρ_{fl} é a densidade do fluido contido nos poros da rocha. Substituindo as equações (9) e (39) nesta equação, obtêm-se:

$$\rho_{sat} = f_1(C)\cdot(1-\phi) + f_{11}(S_{óleo}, T, P_P, API, s_{cs})\cdot\phi\,. \tag{46}$$

Para se obter as velocidades compressionais e cisalhantes da rocha saturada ($V_{p\,sat}$ e $V_{s\,sat}$), utiliza-se novamente as equações de propagação de ondas em meios elásticos:

$$V_{p\,sat} = \sqrt{\frac{K_{sat} + (4/3)G_{sat}}{\rho_{sat}}} \tag{47}$$

e

$$V_{s\,sat} = \sqrt{\frac{G_{sat}}{\rho_{sat}}}\,. \tag{48}$$

Substituindo as equações (43), (44) e (46) nas equações (47) e (48), obtêm-se finalmente as funções que representam a formulação do problema direto:

$$V_{p\,sat} = f_{12}(P_c, P_P, \phi, C, [\,p_n\,], [\,s_n\,], S_{óleo}, T, API, s_{cs}) \tag{49}$$

e

$$V_{s\,sat} = f_{13}(P_c, P_P, \phi, C, [\,s_n\,], S_{óleo}, T, API, s_{cs}). \tag{50}$$

Avaliando as equações (49) e (50), deve-se notar desde já que a inversão do parâmetro pressão de poros através de velocidades observadas em campo depende em alto grau do nível de conhecimento sobre os outros parâmetros do sistema.