

6 Otimização de Dimensões

6.1 Considerações Gerais

O desejo de se obter o projeto ideal, considerando aspectos relacionados ao consumo, desempenho ou eficiência, sempre foi um dos principais objetivos da engenharia estrutural. Na busca desses objetivos, as técnicas de otimização são ferramentas valiosas, principalmente nos projetos atuais com estruturas cada vez mais esbeltas e complexas, onde apenas a experiência e o bom senso do projetista já não permitem mais alcançá-los.

A otimização de estruturas pode ser dividida em otimização de dimensões, otimização de forma e otimização topológica. O objetivo da otimização topológica é determinar a topologia ótima de uma estrutura, através da eliminação de elementos desnecessários e da criação de vazios. Na otimização de forma, busca-se determinar a geometria ótima dos contornos externos e internos de estruturas contínuas e das coordenadas nodais de estruturas reticuladas, cujas dimensões e topologia são fixas. Já a otimização de dimensões, tratada no presente trabalho, tem por objetivo determinar as dimensões (seções transversais, espessuras, etc) de cada componente de uma estrutura cuja forma e topologia são fixas.

6.2 Otimização em Multinível

Os recursos requeridos para a solução de um problema de otimização aumentam com a dimensão do problema a uma taxa que é mais que linear. Quer dizer, se nós dobrarmos o número de variáveis de projeto em um problema, o custo de solução vai mais que dobrar. Por esta razão, buscam-se, freqüentemente, modos de desmembrar um problema de otimização em uma série de problemas menores. Sendo, segundo Haftka (1993), o método da decomposição é um dos mais utilizados para alcançar tal separação.

O processo de decomposição consiste em identificar relações entre variáveis de projeto e restrições que permita ao projetista separá-las em grupos, que só são interconectados fracamente. Uma vez efetuada a decomposição, é preciso identificar um método de otimização que tire proveito do agrupamento e

restabeleça o projeto global com uma série de otimizações de grupos individuais, coordenados para otimizar o sistema como um todo.

Desta forma, a otimização global se torna um processo de otimização em dois níveis. O nível de coordenação é normalmente denominado de nível de topo, e os problemas menores de otimização são denominados de níveis subordinados. Havendo a possibilidade, pode um nível subordinado ser decomposto em subgrupos adicionais, de forma que se venha a obter uma otimização em três níveis, e assim por diante. As variáveis dos subsistemas são freqüentemente chamadas variáveis locais, enquanto as variáveis de acoplamento são chamadas variáveis globais.

Assim como em projetos diretos, uma configuração inicial da estrutura deve ser especificada. O início do processo consiste em otimizar a estrutura com respeito às variáveis locais, associadas à configuração inicialmente especificada para as variáveis globais. Então, busca-se como as variáveis globais podem ser alteradas tal que, quando a nova configuração for otimizada com respeito às variáveis locais, o custo final da estrutura seja reduzido. Conceitualmente, a interação ocorre entre dois espaços de projeto distintos, porém acoplados.

Cabe ressaltar que, quando as variáveis globais são alteradas, as variáveis locais, associadas à configuração global anterior, fornecem uma boa aproximação de projeto inicial para este novo subproblema de variáveis globais fixas atualizadas, e que nenhuma ferramenta adicional torna-se necessária.

A estrutura de decomposição mais simples surge quando aplicada a problemas de otimização separáveis. Nestes, os grupos de variáveis não interagem entre si, podendo, então, a função objetivo e as restrições serem decompostas em termos dos grupos, e cada restrição depende unicamente das variáveis associadas a um único grupo, ou seja,

$$\begin{aligned} &\text{minimizar} \quad \sum_{i=1}^s f_i(x_i) \\ &\text{sujeito a} \quad g_i(x_i) \leq 0, \quad i=1, \dots, s. \end{aligned} \tag{6.1}$$

A forma de estrutura representada nas equações (6.1), denominada bloco-diagonal, encontra-se diagramada na figura (6.1a). Esta é a situação considerada

ideal, pois permite tratar um grande problema como uma série de pequenos problemas sem qualquer necessidade de coordenação entre eles.

	x_1	x_2	x_2	x_s
f	X	X	X	X
g_1	X			
g_2		X		
g_3			X	
g_s				X

(a) Bloco-diagonal

	x_1	x_2	x_2	x_s
f	X	X	X	X
g_1	X			
g_2	X	X		
g_3	X		X	
g_s	X			X

(a) Bloco-angular

Figura 6.1 – Estruturas de decomposição em bloco diagonal e angular.

É extremamente raro encontrar problemas que tenham uma estrutura diagonal simples, mas em muitos casos têm-se problemas de otimização onde o acoplamento entre os grupos de variáveis é muito fraco. Um fraco acoplamento significa que os gradientes fora da diagonal ($\partial f_i / \partial x_j$ e $\partial g_i / \partial x_j; i \neq j$) são muito pequenos se comparados com os gradientes da diagonal ($\partial f_i / \partial x_i$ e $\partial g_i / \partial x_i$). Contudo, ao invés de otimizar cada grupo de variáveis de uma única vez, é preciso repetir o processo diversas vezes para levar em conta o fraco acoplamento que fora desprezado entre os grupos.

Uma situação muito comum acontece quando os subproblemas são interconectados através de um número pequeno de variáveis de projeto. Denotando-se o vetor de variáveis de projeto de acoplamento, envolvido na interação entre os grupos, como y , e o vetor das variáveis dos subsistemas como x , pode-se escrever o problema de minimização como:

$$\begin{aligned}
 & \text{minimizar} && f_0(y) + \sum_{i=1}^s f_i(x_i, y) \\
 & \text{sujeito a} && g_0(y) \leq 0, \\
 & && g_i(x_i, y) \leq 0, \quad i = 1, \dots, s;
 \end{aligned}
 \tag{6.2}$$

onde g_0 é o vetor de restrições globais e g_i o vetor das restrições locais ou dos subsistemas. Tal estrutura de decomposição é dita ter uma forma bloco-angular,

cuja matriz de conectividade está diagramada na figura (6.1b). Além de bloco-diagonal e angular bloco-angular, outras formas de decomposição podem ser encontradas em Haftka (1993).

Otimização em níveis múltiplos não é gerada apenas por decomposição. Alguns problemas têm estruturas multiníveis naturais, com um único ou poucos subsistemas. Problemas de projeto desenvolvidos em um único nível podem ser vistos como problemas de otimização de dois níveis, onde a análise representa uma otimização de segundo nível, já que esta pode ser formulada como um processo de otimização minimizando a energia potencial total da estrutura. Outro exemplo está na otimização contendo tipos diferentes de variáveis de projeto, como variáveis de dimensões e topológicas, onde pode ser vantajoso trabalhar com níveis diferentes, um para cada tipo de variável. Finalmente, na otimização multidisciplinar pode haver casos em que seja vantajoso ter subníveis que correspondam a otimizações disciplinares individuais, coordenadas a um nível superior.

As técnicas de otimização em multinível também podem, segundo Haftka (1993), apresentar obstáculos. Nestes casos, procura-se transformar alguns problemas multiníveis em problemas de um único nível. Por exemplo, para problemas de projeto, onde a análise é desenvolvida como uma otimização de segundo nível, pode ser vantajoso utilizar uma formulação de único nível. Esta formulação é chamada de análise e projeto simultâneos (SAND).

6.3 Metodologia de Otimização

O problema de otimização, a ser considerado neste trabalho, consiste na minimização dos custos de pilares de edifícios altos de concreto armado, modelados como pórtico espacial. São variáveis de projeto as dimensões da seção transversal dos pilares e, adicionalmente, a resistência característica à compressão (f_{ck}) dos mesmos. As vigas são admitidas com dimensões e f_{ck} fixos.

Apesar de ocorrerem variações nos esforços solicitantes que atuam nas vigas, e conseqüentemente variações nos seus custos, decorrentes das variações das dimensões dos pilares que ocorrem ao longo do processo de otimização, tais influências não são aqui consideradas.

A hipótese de vigas com dimensões fixas é admitida consistente, uma vez que estas são fortemente influenciadas pela arquitetura e pelas padronizações impostas por questões construtivas, deixando, desta forma, pouco espaço para impor variações nas dimensões das mesmas. Há, contudo, consciência de que a exclusão das vigas na composição do custo da estrutura influencia na precisão do modelo.

Quanto ao f_{ck} , acredita-se que adoção de um valor variável para os pilares e fixo para as vigas encontra justificativa nas aplicações, freqüentes, de um valor diferenciado e mais elevado que tem sido imposto aos pilares com o objetivo de reduzir as dimensões dos mesmos e ganhar mais espaço interno. Além disso, f_{ck} elevados mostram-se mais eficientes em elementos solicitados essencialmente à compressão.

O projeto de estruturas de concreto armado inclui a especificação de muitos detalhes. Além da determinação das dimensões da seção transversal e da armadura total, deve-se especificar o diâmetro das barras, número de barras e distribuição dessas barras na seção (topologia).

A inclusão, contudo, de variáveis de projeto associadas ao detalhamento da armadura no problema de otimização não é uma tarefa fácil. Por esta razão, segundo Balling e Yao (1997), a maioria dos trabalhos tem representado a armadura como uma variável simples, isto é, A_s representa apenas a área total de aço distribuída na seção transversal de vigas e colunas, sem qualquer referência ao diâmetro ou ao número de barras de aço empregados.

Adicionalmente, Balling e Yao (1997) constataram que os valores ótimos das dimensões da seção transversal (b 's e h 's) são insensíveis ao número, diâmetro e distribuição das barras de aço na seção. Nos estudos comparativos realizados pelos autores, foi observado que a consideração de A_s como variável discreta (diâmetro, número e distribuição das barras na seção) não produz projetos significativamente melhores que aqueles produzidos quando A_s é tratado como variável simples. A diferença observada entre os dois modelos é inferior a 5%.

Assim, seguindo o modelo tradicional no presente trabalho, A_s é tratado como uma variável simples, calculada a partir da consideração de ser a armadura distribuída de forma uniforme e contínua, acompanhando o perímetro da seção. Desta forma, o percentual de armadura em cada uma das faces é dependente,

unicamente, das dimensões da seção transversal do pilar. Acredita-se assim que a distribuição de A_s na seção transversal pode adaptar-se de forma mais consistente às mudanças sofridas pela geometria dos pilares ao longo do processo de otimização. Adicionalmente, o peso próprio dos pilares passa a ser considerado no processo, sendo este atualizado a cada nova iteração.

Mantendo-se a estrutura de decomposição utilizada por Balling e Yao (1997), para construir o modelo em multinível, o problema é subdividido em um sistema global de otimização e um problema de otimização individual dos membros. No sistema global de otimização determinam-se as variáveis globais ou de acoplamento, representadas pelo f_{ck} e pelas dimensões das seções de todos os pilares. Enquanto que no problema de otimização individual, são determinadas as variáveis locais ou dependentes, representadas pelas armaduras totais dos pilares.

Basicamente, o processo consiste em buscar como o f_{ck} e as dimensões das seções (b e h) podem ser modificadas tal que, quando a nova estrutura for otimizada com respeito as armaduras dos membros, o custo da estrutura seja reduzido.

A otimização de estruturas de concreto armado, assim estruturada, consiste em:

1. Fixar uma configuração inicial para variáveis globais, ou de acoplamento (f_{ck} , b_i e h_i);
2. Otimizar a estrutura com respeito a cada elemento individual, isto é, determinar a armadura total A_s de cada lance de pilar;
3. Efetuar a análise de sensibilidade, incluindo nesta etapa o cálculo dos gradientes das variáveis locais em relação às variáveis globais ($\partial A_s / \partial f_{ck}$, $\partial A_s / \partial b_i$ e $\partial A_s / \partial h_i$). Parâmetros responsáveis pelo restabelecimento do acoplamento entre os grupos de variáveis.
4. Resolver o problema de otimização à nível global com respeito às variáveis globais (f_{ck} , b_i e h_i);
5. Repetir os passos 2, 3 e 4 até alcançar a precisão desejada.

O projeto ótimo de estruturas de concreto armado, estruturado em dois níveis, encontra-se esquematizado na figura (6.2).

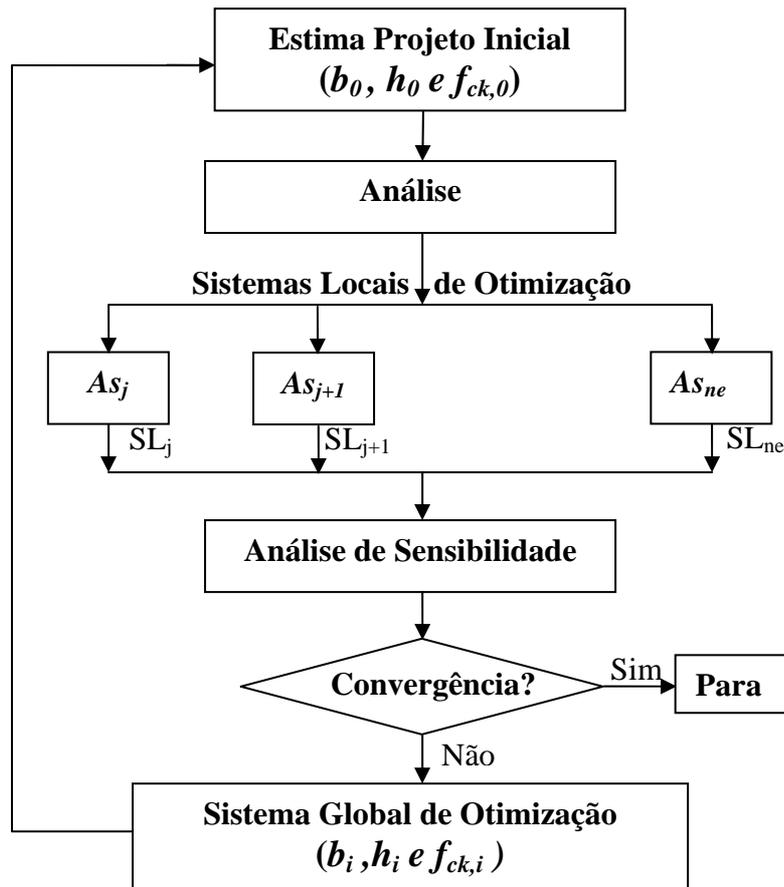


Figura 6.2 - Esquema para projeto ótimo de estruturas de concreto armado em multinível.

Cabe ressaltar que a utilização da armadura como variável simples, dentro do modelo de multinível, faz com que, nas etapas de otimização individual de cada elemento, otimização e dimensionamento se confundam. Pois, sendo o f_{ck} , as dimensões das seções transversais e a distribuição de armadura fixas no nível local, o processo de otimização traduz-se na determinação de As total, tal que a seção de concreto armado seja capaz de resistir aos esforços solicitantes. Pode-se dizer que as restrições, tradicionalmente, de desigualdade associadas à resistência tornam-se restrições de igualdade.

Na forma como proposto, é possível notar que a armadura dos pilares torna-se uma variável totalmente dependente das variáveis de acoplamento. Assim, para que se possa determinar as direções de busca no sistema global de otimização, faz-se necessário a obtenção dos gradientes de As (variável local) em relação ao f_{ck} e às dimensões da seção (variáveis globais). Em problemas cuja armadura é otimizada simultaneamente com as demais variáveis de projeto, em um único

nível, os gradientes de As , em relação as demais variáveis de projeto, são nulos, pois todas as variáveis são independentes entre si.

6.4 Formulação do problema de Otimização

O problema de otimização de estruturas geometricamente não lineares, submetidas a carregamento estático, pode ser formulado da seguinte forma:

$$\begin{array}{lll} \text{minimizar} & f(x) & x \in \mathcal{R}^n \\ \text{sujeito a} & c_j(x) \leq 0 & j = 1 \dots m \\ & x_i^l \leq x_i \leq x_i^u & i = 1 \dots nsecs \end{array} \quad (6.3)$$

O modelo considera dois tipos de restrições: estruturais e geométricas. As restrições estruturais visam garantir que o projeto atenda os estados limite último e de utilização, bem como às disposições construtivas específicas. As restrições geométricas têm por objetivo garantir que a geometria do modelo seja válida.

As variáveis de projeto são, em cada lance, as dimensões da seção transversal dos pilares e suas respectivas armaduras. Pilares com seções idênticas são dispostos em grupos de seções transversais, e, para cada grupo de pilares, tem-se, dependendo do tipo de seção, uma, duas ou três variáveis de projeto associadas à geometria (fig. 6.3), além de uma variável correspondente a armadura de cada lance coberto pelo respectivo grupo de pilares.

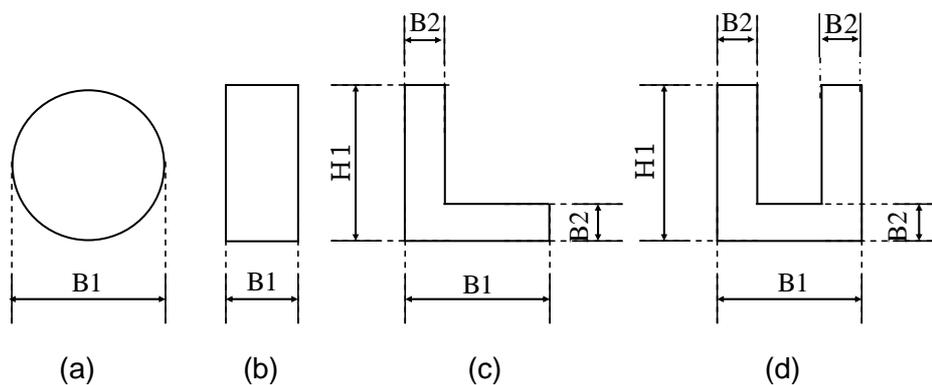


Figura 6.3 – Tipos de seções transversais admitidas para os pilares.

Para tornar a apresentação mais geral, será mantido x como notação, ficando assim válida para qualquer outra variável de projeto.

6.4.1 Função Objetivo

A função objetivo adotada consiste no custo total dos pilares que compõem a estrutura, incluindo, caso existam, membros com dimensões fixas. O custo total é composto pelo custo dos materiais e mão-de-obra empregados na fabricação e aplicação do concreto, armação e formas necessárias para execução dos pilares. Desta forma, a função objetivo é definida por:

$$f = \text{Custo} = \sum_{m=1}^{ne} \left[C_a (A s_m \left(1 + \frac{l_{b,nec}}{l_m} \right) + V s w_m) + C_c (A x_m) + C_f (P e_m) \right] \cdot l_m \quad (6.4)$$

A primeira parcela corresponde ao custo das armaduras longitudinal e transversal, sendo que $C_a = C_s \cdot \gamma_s$ é o custo do aço por unidade de volume; C_s é o custo de aço por unidade de peso; γ_s é o peso específico do aço; $A s_m$ é a armadura longitudinal; $V s w_m = A s w_m \cdot P e_{A s w, m}$ é o volume da armadura transversal por unidade de comprimento, sendo $A s w_m$ e $P e_{A s w, m}$, a armadura transversal por unidade de comprimento e o perímetro descrito por $A s w_m$, respectivamente; e l_m é o comprimento do m -ésimo elemento, enquanto $l_{b,nec}$ é o comprimento de ancoragem aplicado à armadura.

A segunda parcela representa o custo do concreto, onde C_c é o seu custo por unidade de volume. A última parcela corresponde ao custo da fôrma, onde C_f é o custo por unidade de área de forma. Os parâmetros $A x_m$ e $P e_m$ representam a área e o perímetro da seção transversal do elemento 'm', respectivamente, sendo estes calculados em função do tipo de seção de cada elemento (ver figura 6.3).

6.4.2 Restrições Relativas à Resistência

Dentro do modelo multinível idealizado, as restrições relacionadas aos critérios de resistência são efetuadas a nível local, de forma individualizada para cada elemento.

Como mencionado no item (6.3), a utilização da armadura como variável simples transforma o problema de otimização restrito em um simples problema dimensionamento da seção de concreto armado. Dessa forma, a atualização da variável de projeto A_s , a cada etapa, torna atendida, automaticamente, as restrições impostas pelos esforços solicitantes.

Quanto aos esforços cortantes, admite-se que a tensão convencional de cisalhamento (τ_{wd}) não ultrapassará seu valor último (τ_{wu}) e, que armadura transversal mínima (A_{sw_m}) normativa é capaz de absorver tais esforços.

6.4.3 Limites das Armaduras Longitudinais

Restrições normativas relativas a valores mínimos e máximos da armadura longitudinal dos pilares são consideradas da seguinte forma:

$$A_s \geq A_{s, \min} \quad (6.5a)$$

$$A_s \leq A_{s, \max} \quad (6.5b)$$

A primeira dessas restrições, relativa aos valores mínimos, é tratada a nível local. Após a determinação da armadura A_s , dentro do problema de otimização individual do membro, esta é, imediatamente, verificada com respeito a expressão (6.5a), a fim de que a restrição relativa aos valores mínimos normativos, para a armadura longitudinal dos pilares, seja atendida conjuntamente com as restrições relativas à resistência.

Com respeito aos valores máximos das armaduras, estes deverão ser tratados a nível global, dentro do sistema de otimização, pois as dimensões dos membros são fixas dentro dos subníveis e, alterá-las seria a única maneira de atender tal restrição, sem violar aquelas relativas à resistência.

6.4.4 Estado Limite de Deformação Excessiva da Estrutura

A única restrição associada ao estado limite de utilização, imposta ao problema de otimização, refere-se ao estado limite de deformação excessiva da estrutura. Para atender a esta exigência, restrições são impostas aos deslocamentos nodais da estrutura, quando sujeita a combinações de serviço. Estas restrições são da seguinte forma:

$$\text{sign}(u_j) \cdot u_j \leq u_{j,\text{lim}} \quad , \quad j=1,\dots,ndr, \quad (6.6)$$

onde $u_{j,\text{lim}}$ correspondem aos valores absolutos admissíveis para o deslocamento u_j e ndr é o número de deslocamentos nodais restritos.

Dentre os vários valores de deslocamentos limites recomendados pela NBR6118, é empregado aquele que restringe o movimento lateral do edifício, quando sujeito a ação do vento para combinações freqüentes ($\psi_1 = 0.30$). Assim, u_{lim} é dado por:

$$u_{\text{lim}} = \frac{H}{1700}, \quad (6.7)$$

onde H é a altura total do edifício.

6.4.5

Restrições sobre o Parâmetro de Instabilidade Global γ_z

Nos casos em que os efeitos da não linearidade geométrica forem calculados a partir do parâmetro de instabilidade global γ_z , é necessário, para que o problema ótimo esteja em acordo como a NBR 6118 (2003), como visto em no item (2.1.2), que a seguinte restrição seja imposta ao problema:

$$\gamma_z \leq 1.30 \quad (6.8)$$

6.4.6

Restrições Laterais

Restrições laterais, na forma de limites diretamente impostos às variáveis de projeto, são também incluídas:

$$x_{i,\text{min}} \leq x_i \leq x_{i,\text{max}}, \quad i=1,\dots,n \quad (6.9)$$

onde $x_{i,\text{min}}$ é o limite inferior e $x_{i,\text{max}}$ é o limite superior da variável de projeto x_i . Aplicado às dimensões dos pilares, o limite inferior tem como objetivo garantir as prescrições dimensões mínimas impostas aos pilares pelas normas técnicas bem como pelos projetistas, e o limite superior visa preservar os aspectos relativos ao projeto arquitetônico e ao modelo de análise. Quanto ao f_{ck} , estes limites visam garantir a prescrição de um valor mínimo, bem como garantir a

permanência desta variável dentro do grupo I de resistência ($20 \leq f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$), para o qual é válida a aplicação da NBR 6118 (2003).

6.4.7 Restrições Laterais Relativas

Além das restrições laterais, são introduzidas restrições laterais relativas, equação.(6.10),

$$x_{k+1}^p \leq x_k^p \quad k = 0, \dots, (nred - 1); \quad p = 1, \dots, npil, \quad (6.10)$$

onde $nred$ corresponde ao número de reduções de seção, ao longo da altura, imposta aos pilares; e $npil$ ao número de pilares da estrutura.

Esta classe de restrição tem por objetivo impedir que, havendo redução nas dimensões b e h da seção transversal dos pilares ao longo da altura, os lances superiores de um dado pilar, designado em (6.10) pelo índice " p ", venham a apresentar, após a otimização, dimensões maiores que aquelas dos lances inferiores do referido pilar.

6.4.8 Fatores de escala

A diversidade de medidas presentes nos problemas de otimização pode acarretar diferenças significativas entre as suas magnitudes e causar problemas na estabilidade numérica do algoritmo de solução. Desta forma, a variável de projeto, x , e a função objetivo, f^o , são definidas como a razão entre valores correntes destes parâmetros e os seus correspondentes valores iniciais, i. e.,

$$\begin{aligned} \bar{x}_i &= \frac{x_i}{x_i^o} \\ \bar{f} &= \frac{f}{f^o} \end{aligned} \quad (6.11)$$

Além disso, o uso de fatores de escala tem, segundo Haftka (1993), o efeito de colocar todas as variáveis de projeto sobre uma mesma base. Isto quer dizer que

variações de 1 %, nestas variáveis, tenham aproximadamente o mesmo significado para cada uma delas.

Pelas mesmas razões, as restrições também precisam ser reescritas de forma adimensional, tal que:

$$\begin{aligned} \text{sign}(u_j) \frac{u_j}{u_{j,\text{lim}}} - 1 &\leq 0 \\ \frac{As_i}{As_{i,\text{max}}} - 1 &\leq 0 \\ \frac{\gamma_z}{1.30} - 1 &\leq 0 \\ \bar{x}_{n,\text{min}} &\leq \bar{x}_n \leq \bar{x}_{n,\text{max}} \\ \frac{x_{k+1}^p}{x_k^p} - 1 &\leq 0 \end{aligned} \quad (6.12)$$

As variáveis de projeto associadas às armaduras e às restrições relativas aos valores mínimos destas não precisam ser adimensionais, pois, dentro do modelo proposto, estas são tratadas a nível local como um simples problema de dimensionamento.

Face ao processo de adimensionalização realizado, o vetor das variáveis projeto é agora designado por \bar{x} .

As derivadas em relação a nova variável, \bar{x} , são obtidas na forma:

$$\frac{d(\cdot)}{d\bar{x}} = x^0 \frac{d(\cdot)}{dx} \quad (6.13)$$

Usando os fatores de escala e o tratamento em dois níveis, a formulação final do problema de contraventamento ótimo de edifícios altos apresenta-se na seguinte forma:

- (i). No nível global determina-se o vetor das variáveis de projeto, associadas a geometria da seção e ao f_{ck} , $\bar{x}^T = [B1_i \quad H1_i \quad B2_i \quad f_{ck}]$, que minimize o custo:

$$\bar{f} = \frac{1}{f^o} \cdot \left[\sum_{m=1}^{ne} \left[Ca(As_m \left(1 + \frac{l_{b,nec}}{l_m} \right) + V_{sw_m}) + Cc(Ax_m) + Cf(Pe_m) \right] \cdot l_m \right] \quad (6.14)$$

Sujeito a

$$\begin{aligned}
 \text{sign}(u_j) \frac{u_j}{u_{j,\text{lim}}} - 1 &\leq 0 & j = 1, \dots, ndr \\
 \frac{As_i}{As_{i,\text{max}}} - 1 &\leq 0 & i = 1, \dots, nsc \\
 \frac{\gamma_{z,x}}{1.30} - 1 &\leq 0 \\
 \frac{\gamma_{z,y}}{1.30} - 1 &\leq 0 & \text{(6.15)}
 \end{aligned}$$

e às restrições laterais e laterais relativas

$$\begin{aligned}
 \bar{x}_{n,\text{min}} \leq \bar{x}_n \leq \bar{x}_{n,\text{max}} & \quad n = 1, \dots, n \text{ var} \\
 \frac{x_{k+1}^p}{x_k^p} - 1 \leq 0 & \quad k = 0, \dots, (nred - 1); p = 1, \dots, npil, .
 \end{aligned}$$

- (ii). Já a nível local, admitindo-se os pilares com dimensões e f_{ck} fixos, são determinadas as armaduras longitudinais a partir dos esforços solicitantes, atuantes em cada lance de pilar. Após o cálculo, as armaduras são verificadas quanto aos limites mínimos exigidos pela NBR-6118 (2003). Desta forma, ou a restrição associada à resistência ou aquela associada à armadura mínima estará sempre ativa, a cada ciclo do processo de otimização.