PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0115584/CA

4
Concreto Armado

Neste capítulo são apresentados conceitos básicos referentes ao dimensionamento de seções de concreto armado à flexão composta oblíqua e ao dimensionamento de pilares segundo a NBR 6118 (2003).

4.1
Dimensionamento a Flexão Composta Oblíqua

4.1.1
Características Mecânicas dos Materiais

4.1.1.1
Concreto

Para análises no estado limite último, emprega-se o diagrama tensão–deformação idealizado apresentado na figura (4.1), estabelecido pela NBR 6118 (2003). Este diagrama é descrito pelas seguintes relações:

$$\begin{aligned}
&\sigma_c(\varepsilon) = 0 && \text{se} \quad 0 \le \varepsilon \\
&\sigma_c(\varepsilon) = 0{,}85 f_{cd}\left(250000 \cdot \varepsilon^2 + 1000 \cdot \varepsilon\right) && \text{se} \quad -2{,}0\ ^0/_{00} \le \varepsilon < 0 \\
&\sigma_c(\varepsilon) = -0{,}85 f_{cd} && \text{se} \quad -3{,}5\ ^0/_{00} \le \varepsilon \le -2{,}0\ ^0/_{00};
\end{aligned} \qquad \textbf{(4.1)}$$

onde $f_{cd} = f_{ck}/\gamma_c$ é o valor de cálculo da resistência à compressão; f_{ck} é o valor característico da resistência à compressão; e γ_c é o coeficiente de ponderação da resistência que, para combinações normais , assume o valor *1,40* .

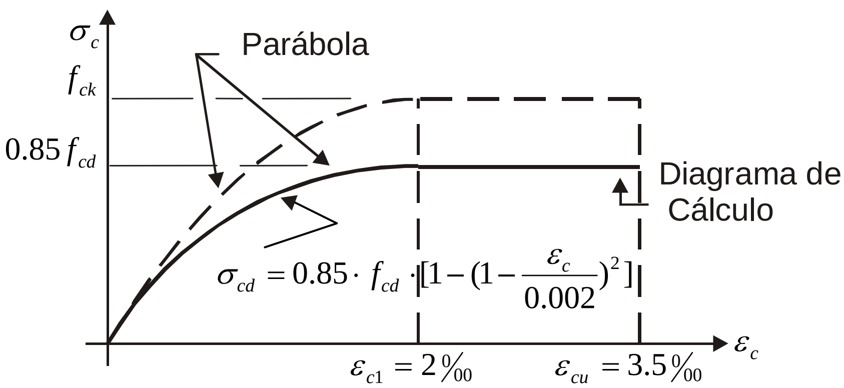

Figura 4.1 – Diagrama tensão-deformação idealizado (NBR 6118 (2003)).

4.1.1.2
Aço

Para cálculo nos estados limites de serviço e último, emprega-se o diagrama simplificado mostrado na figura 4.2, tanto para aços com patamar de escoamento, como para os que não apresentam o patamar de escoamento. Este diagrama é definido pela NBR 6118 (2003) e representado pelas expressões (4.2):

$$\begin{aligned} \sigma_s &= E_s \varepsilon_s && \text{se } |\varepsilon_s| \le \varepsilon_{yd} \\ \sigma_s &= sinal(\varepsilon_s)\, f_{yd} && \text{se } |\varepsilon_s| > \varepsilon_{yd} \end{aligned} \quad \textbf{(4.2)}$$

onde σ_s e ε_s são, respectivamente, a tensão e a deformação no aço; E_s é o modulo de elasticidade longitudinal, com valor igual a *2,1x10*^{5} *MPa*; $f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s$ é a tensão de escoamento de cálculo; f_{yk} é o valor característico da tensão de escoamento; e γ_s é o coeficiente de ponderação da tensão de escoamento do aço que, para combinações normais, assume o valor *1,15*; $\varepsilon_{yd} = f_{yd} / E_s$ é a deformação de escoamento de cálculo.

A partir das equações (4.2) e da figura (4.2) é possível notar a unificação, por parte da NBR 6118 (2003), do diagrama tensão-deformação empregado para aços com e sem patamar de escoamento.

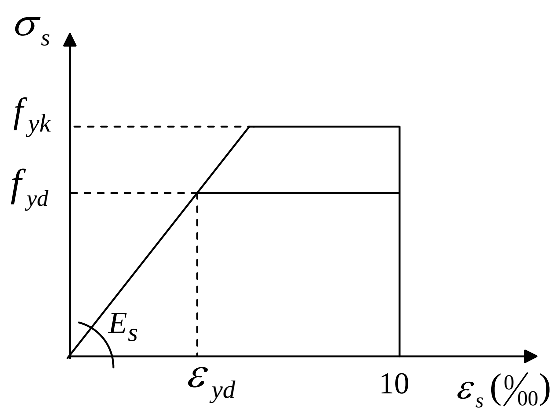

Figura 4.2 – Diagrama tensão-deformação para aços de armadura passiva (NBR 6118:2003)

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0115584/CA

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0115584/CA

4.1.2
Esforços Atuantes

Os esforços atuantes na seção de concreto armado são os momentos fletores MA_y e MA_z e o esforço normal NA_x, descritos segundo um sistema local de coordenadas (x, y, z), paralelo ao sistema global de coordenadas (X, Y, Z), e com origem no centro de gravidade (CG) da seção homogênea de concreto (Fig. 4.3).

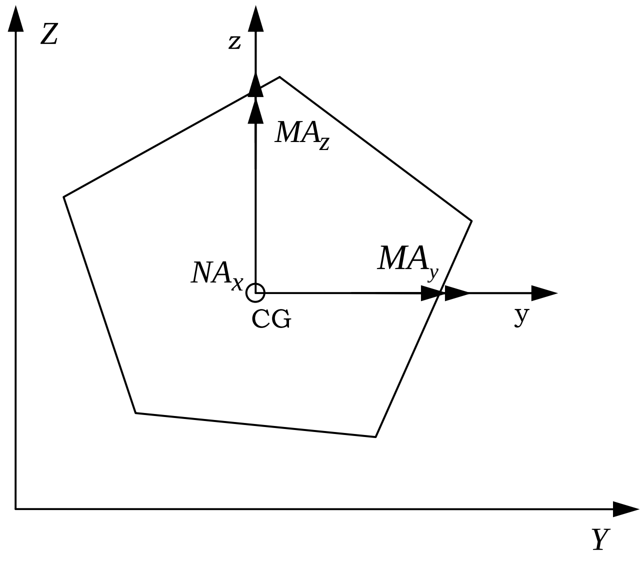

Figura 4.3 – Esforços atuantes de cálculo.

4.1.3
Parâmetros de Descrição da Deformada da Seção

A partir da hipótese de que as seções planas permanecem planas após a deformação, são utilizados dois parâmetros para a descrição da deformada da seção no estado limite último: a inclinação α da linha neutra em relação ao eixo y e o parâmetro D que caracteriza as deformações das fibras extremas superior e inferior da seção, correspondentes aos limites estabelecidos pela NBR 6118 (2003), conforme se descreve a seguir.

4.1.3.1
Inclinação (α) da Linha Neutra

A inclinação α da linha neutra é definida como o ângulo de giro do eixo x, no sentido positivo, necessário para que o semi-eixo positivo y fique paralelo à linha neutra. Desta forma, define-se um terceiro sistema de coordenadas (ζ, ξ, η), com origem no CG e com o eixo ξ paralelo à linha neutra (Fig. 4.4).

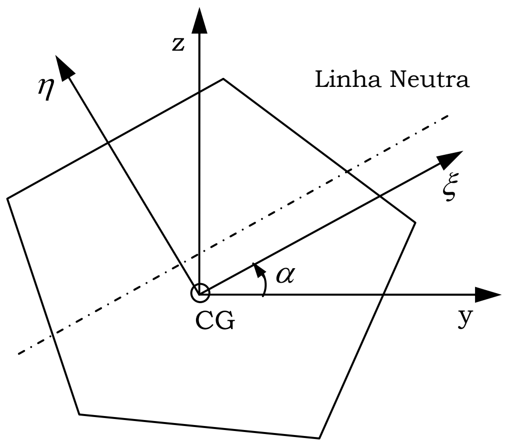

Figura 4.4 – Inclinação da linha neutra

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0115584/CA

4.1.3.2 Parâmetro de Deformação (*D*)

A partir da definição dos estados limites últimos $(E.L.U.)$ de uma seção de concreto armado, definidos pela NBR 6118 (Fig. 4.5), as deformações extremas superior e inferior, ε_S e ε_I, respectivamente, podem ser descritas como funções que dependem unicamente do parâmetro D.

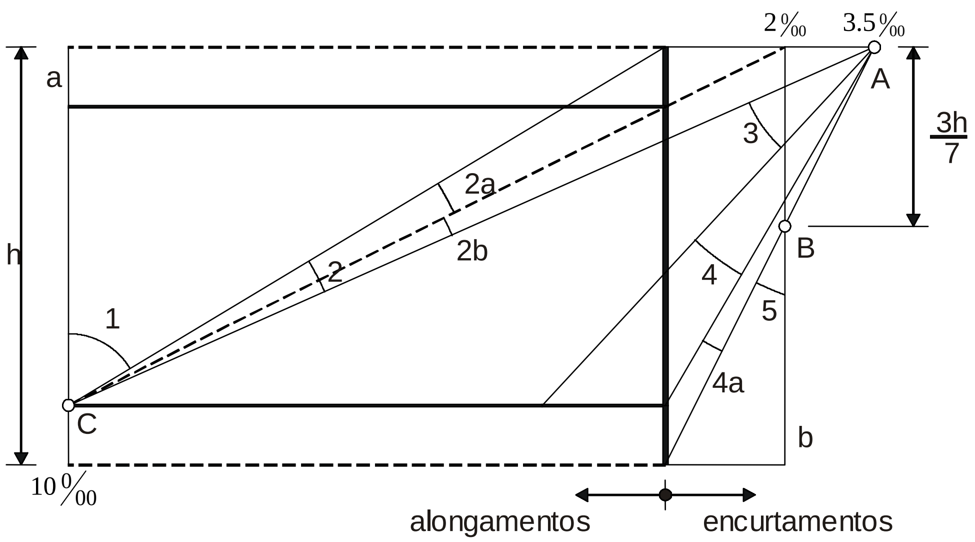

Figura 4.5 – Domínios de estado limite último de uma seção transversal (NBR 6118 (2003))

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0115584/CA

Tabela 4.1
Correspondência entre os domínios dos E.L.U. (NBR 6118 (2003)) e os valores do parâmetro D e das funções ε_S e ε_I .

ESTADO	DOMÍNIO	Parâmetro D	Deformações Extremas	
			ε_S ($^0/_{00}$)	ε_I ($^0/_{00}$)
Tração Uniforme		$D = 0$	10	10
Flexo-Tração	1	$0 < D < 2$	$10 - 5D$	10
F. Simples/Comp.	2	$2 \le D < 7$	$1{,}4 - 0{,}7D$	10
F. Simples/Comp.	3 e 4	$7 \le D < 12$	$-3{,}5$	$24 - 2D$
Flexo-Compressão	4a e 5	$12 \le D < 13$	$1{,}5D - 21{,}5$	$24 - 2D$
Compres. Uniforme		$D = 13$	-2	-2

Um dos primeiros pesquisadores a sugerir o emprego do parâmetro de deformação D foi Werner em 1974 (Musso Jr, 1987). Posteriormente, este foi redefinido em consonância com a norma brasileira por Ferreira (1986), tendo sido utilizado em vários trabalhos, entre os quais Musso Jr (1987), Éboli (1989) e Macário (2000), com o intuito de definir as configurações deformadas das seções de concreto armado no estado limite último. Na tabela (4.1) pode-se observar a correspondência entre valores dos estados limites últimos, estabelecidos pela NBR 6118, e os valores do parâmetro D e as funções $\varepsilon_S(D)$ e $\varepsilon_I(D)$ no intervalo de 0 a 13.

Uma vez arbitrados os parâmetros α e D, a deformação $\varepsilon(\xi,\eta)$ de uma fibra da seção (Fig. 4.6) é obtida por:

$$\varepsilon(\xi,\eta) = b \cdot \eta + c \tag{4.3}$$

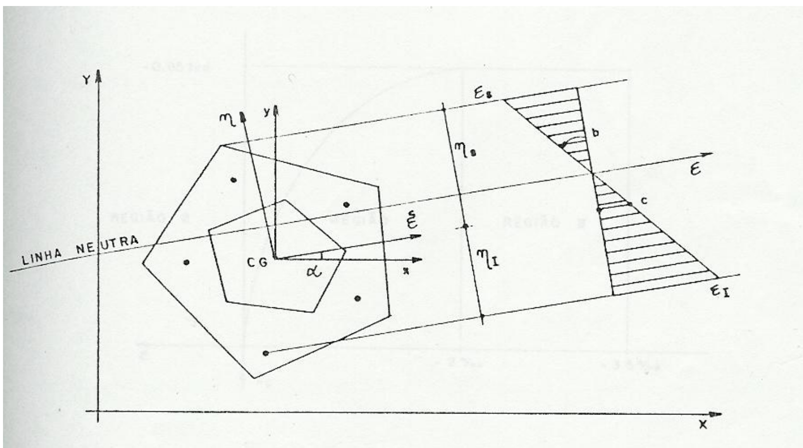

Figura 4.6 – Esquematização da deformada da seção (Musso Jr, 1987).

onde

$$b = \frac{(\varepsilon_S - \varepsilon_I)}{(\eta_S - \eta_I)}$$
$$c = \varepsilon_S - b \cdot \eta_S \qquad \textbf{(4.4)}$$

são respectivamente a curvatura da seção e o valor da deformação da fibra no CG (Fig. 4.6). η_S e η_I são as ordenadas, no sistema local (ζ, ξ, η), dos pontos extremos superior e inferior da seção. O ponto extremo de tração corresponde sempre a uma barra de aço.

4.1.4 Esforços Resistentes da uma Seção

A geometria da seção de concreto, a armadura, a distribuição da armadura na seção e as resistências características do aço e do concreto (f_{yk}, f_{ck}) são dados de entrada para a determinação dos esforços resistentes da seção de concreto armado. Uma vez conhecidos esses dados, os esforços seccionais resistentes, momentos fletores e esforço normal, são inicialmente obtidos segundo o sistema local de coordenadas (ζ, ξ, η) para em seguida serem transformados para o sistema local de coordenadas (x, y, z).

Os esforços seccionais resistentes MR_ξ, MR_η e NR_ζ (momentos fletores em torno dos eixos ξ e η, o esforço normal segundo o eixo ζ, respectivamente) são obtidos por integração das tensões na seção de concreto armado, para uma determinada configuração deformada, definidas por α e D, e uma área de armadura As da seguinte maneira:

$$MR_\xi = \int_{A_c} \sigma_c(\varepsilon) \cdot \eta \cdot dA + \sum_{i=1}^{NB} As_i \cdot \sigma_s(\varepsilon_i) \cdot \eta_i$$
$$MR_\eta = -\int_{A_c} \sigma_c(\varepsilon) \cdot \xi \cdot dA - \sum_{i=1}^{NB} As_i \cdot \sigma_s(\varepsilon_i) \cdot \xi_i \qquad \textbf{(4.5)}$$
$$NR_\zeta = \int_{A_c} \sigma_c(\varepsilon) \cdot dA + \sum_{i=1}^{NB} As_i \cdot \sigma_s(\varepsilon_i)$$

onde A_c é a área de concreto; As_i é a armadura correspondente a *i-ésima* barra; e NB é o número total de barras.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0115584/CA

Nas equações (4.5), os esforços seccionais encontram-se divididos em duas parcelas distintas referentes à contribuição do concreto e do aço, respectivamente. A parcela referente a contribuição do concreto é por sua vez particionada, segundo a figura (4.7), em três subdomínios distintos de integração: região II (A_{c2}), submetida a uma distribuição uniforme de tensões; região I (A_{c1}), submetida a uma distribuição parabólica de tensões; e a região 0 (A_{c0}), que por estar tracionada, não contribui na integração.

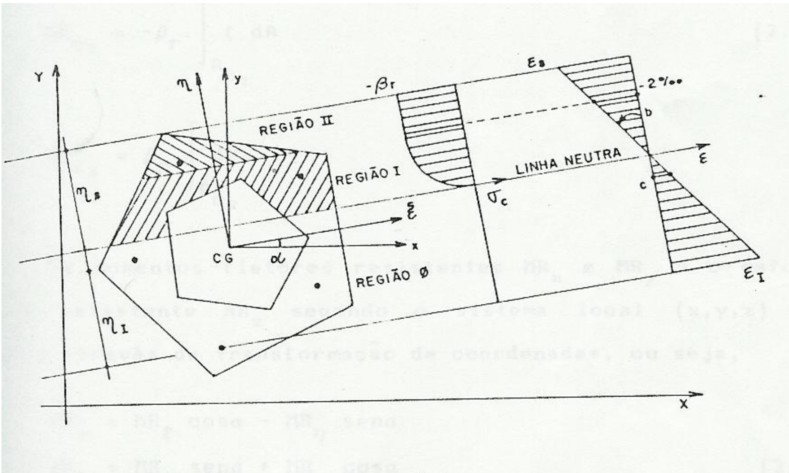

Figura 4.7 – Definição das regiões 0, I e II da seção (Musso Jr, 1987).

Substituindo-se a equação (4.1) nas equações (4.3), é possível descrever as tensões no concreto em termos de polinômios em (ξ, η), conforme apresentado em (4.6).

$$
\begin{aligned}
&\sigma_c(\varepsilon) = 0 && \text{se} \quad 0 \le \varepsilon \\
&\sigma_c(\varepsilon) = \beta_R\left(D_0 + D_1 \cdot \eta + D_2 \cdot \eta^2\right) && \text{se} \quad -2{,}0\ ‰ \le \varepsilon < 0 \qquad \textbf{(4.6)} \\
&\sigma_c(\varepsilon) = -\beta_R && \text{se} \quad -3{,}5\ ‰ \le \varepsilon \le -2{,}0\ ‰;
\end{aligned}
$$

onde

$$D_0 = 1000 \cdot c + 250000 \cdot c^2$$

$$D_1 = 1000 \cdot b + 500000 \cdot b \cdot c$$

$$D_2 = 250000 \cdot b^2$$

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0115584/CA

Assim, substituindo-se as expressões (4.6) nas equações (4.5), obtêm-se os esforços resistentes relativos à contribuição do concreto, dados na forma de polinômios em (ξ, η), segundo é mostrado abaixo:

$$MR\xi_c = \beta_R \int_{A_{c1}} \left(D_0 + D_1 \cdot \eta + D_2 \cdot \eta^2\right) \cdot \eta \cdot dA + \beta_R \int_{A_{c2}} \eta \cdot dA$$

$$MR\eta_c = -\beta_R \int_{A_{c1}} \left(D_0 + D_1 \cdot \eta + D_2 \cdot \eta^2\right) \cdot \xi \cdot dA - \beta_R \int_{A_{c2}} \xi \cdot dA \qquad \textbf{(4.7)}$$

$$NR\zeta_c = -\beta_R \int_{A_{c1}} \left(D_0 + D_1 \cdot \eta + D_2 \cdot \eta^2\right) \cdot dA + \beta_R \int_{A_{c2}} dA$$

Após a determinação dos esforços resistentes em torno dos eixos (ζ, ξ, η), os momentos fletores resistentes, MR_y e MR_z, e o esforço normal resistente NR_x, segundo o sistema local (x, y, z), são obtidos pela transformação de coordenadas, conforme as seguintes expressões:

$$\begin{Bmatrix} Mr_y \\ Mr_z \\ Nr_x \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\operatorname{sen}\alpha & 0 \\ \operatorname{sen}\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Mr_\xi \\ Mr_\eta \\ Nr\zeta \end{Bmatrix} \qquad \textbf{(4.8)}$$

As integrações definidas em (4.7) são realizadas após a transformação das integrais de superfície, sobre domínios planos, em integrais de linha ao longo do contorno da seção. Para esta transformação aplica-se o teorema de Green, conforme a técnica de integração numérica de polinômios proposta por Werner em 1974. Maiores detalhes da aplicação desta técnica de integração podem ser encontrados em Musso (1987).

4.1.5
Dimensionamento de uma Seção

Entende-se por dimensionamento de uma seção de concreto armado a determinação de uma área total de armadura As que corresponda a uma configuração de equilíbrio entre os esforços resistentes no estado limite último, definidos pelas equações (4.7), e os esforços atuantes fornecidos para uma geometria conhecida e uma dada distribuição relativa da armadura na seção.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0115584/CA

Devido às relações constitutivas não lineares do concreto armado, o dimensionamento de uma seção só pode ser realizado iterativamente, sendo o método do equilíbrio global, conforme formulado em Musso Jr (1987), empregado no presente trabalho.

O método do equilíbrio global dimensiona uma seção de concreto armado a partir da formulação do método de Newton-Raphson:

$$\left[K\left(\{u\}_i\right)\right]\cdot\{\Delta u\}_i=\{\Delta p\}_i \tag{4.9}$$

onde , para a *i-ésima* iteração:

$\{u\}_i$: vetor contendo os parâmetros correntes D, α e As a serem ajustados;

$\{\Delta u\}_i$: vetor incremental de $\{u\}_i$;

$\{\Delta p\}_i$: vetor que contem as diferenças entre os esforços atuantes e os seccionais resistentes correspondentes aos valores D, α e As da *i-ésima* iteração;

$\left[K\left(\{u\}_i\right)\right]$: matriz de rigidez que contém as derivadas parciais dos esforços resistentes em relação aos parâmetros de ajuste, de tal modo que a equação (4.9) desenvolve-se em:

$$\begin{bmatrix} \partial MR_y/\partial D & \partial MR_y/\partial\alpha & \partial MR_y/\partial As \\ \partial MR_z/\partial D & \partial MR_z/\partial\alpha & \partial MR_z/\partial As \\ \partial NR_x/\partial D & \partial NR_x/\partial\alpha & \partial NR_x/\partial As \end{bmatrix}\cdot\begin{Bmatrix}\Delta D\\ \Delta\alpha\\ \Delta As\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}MA_y\\ MA_z\\ NA_x\end{Bmatrix}-\begin{Bmatrix}MR_y\\ MR_z\\ NR_x\end{Bmatrix}; \tag{4.10}$$

Para se obter a próxima iteração, até a necessária convergência:

$\{u\}_{i+1}=\{u\}_i+\{\Delta u\}_i$.

As derivadas parciais dos esforços resistentes em relação aos parâmetros de ajuste da equação (4.10) têm suas expressões, em termos de integrais de domínio de polinômios em (ξ,η), apresentadas no Anexo 2. Um desenvolvimento detalhado dessas derivadas parciais pode ser encontrado em Musso (1987).

4.2
Dimensionamento de Pilares Segundo NBR 6118:2003

Neste tópico são apresentados alguns conceitos relevantes para o cálculo de pilares, segundo a nova norma, e que estão implementados no presente trabalho.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0115584/CA

4.2.1 Classificação quanto a Esbeltez

De acordo com o índice de esbeltez (λ), os pilares podem ser classificados em:

- pilares robustos ou pouco esbeltos: $\lambda \leq \lambda_1$;
- pilares de esbeltez média: $\lambda_1 < \lambda \leq 90$;
- pilares esbeltos ou muito esbeltos: $90 < \lambda \leq 140$;
- pilares excessivamente esbeltos: $140 < \lambda \leq 200$;

onde o índice de esbeltez é definido pela seguinte expressão:

$$\lambda = \frac{\ell_e}{i}; \tag{4.11}$$

sendo ℓ_e é o comprimento equivalente do elemento isolado; i é o raio de giração na direção considerada; e λ_1 é a esbeltez limite, definida na seção (4.2.2).

Assim como na versão anterior, a NBR 6118 (2003) não admite, em nenhum caso, pilares com índice de esbeltez superior a 200.

4.2.2 Esbeltez Limite λ1

A esbeltez limite corresponde ao valor a partir do qual a consideração dos efeitos de 2ª ordem tornam-se obrigatórios. E, diferentemente da versão anterior da NBR 6118, na qual era assumido valor constante e igual a 40, a esbeltez limite, agora, não possui valor fixo, passando a ser influenciada por diversos fatores, sendo que os preponderantes são:

- a excentricidade relativa de 1ª ordem e_1/h;
- a vinculação dos extremos do pilar isolado;
- a forma dos diagramas de momentos fletores de 1ª ordem.

A esbeltez limite, designada por λ_1, é calculada pela seguinte expressão:

$$\lambda_1 = \frac{(25 + 12{,}5 \cdot e_1/h)}{\alpha_b}. \tag{4.12}$$

Sendo

$$35 \leq \lambda_1 \leq 90 \tag{4.13}$$

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0115584/CA

A NBR 6118 (2003) não é clara quanto a determinação de e_1. Assim, adotando-se uma postura conservativa, sugerida por Scadelai & Pinheiro (2000), adotar-se-á o menor valor entre as excentricidades iniciais do topo ($e_{i,topo}$) e da base ($e_{i,base}$) do pilar, sendo:

$$e_{i,topo} = M_{topo} / N \qquad e_{i,base} = M_{base} / N \tag{4.14}$$

Quanto ao valor do coeficiente α_b, este deve ser obtido conforme estabelecido a seguir.

(i) Para pilares biapoiados sem cargas transversais:

$$\alpha_b = 0{,}60 + 0{,}40 \frac{M_B}{M_A} \geq 0{,}40, \tag{4.15}$$

onde M_A e M_B são os momentos de 1ª ordem nos extremos do pilar. Deve ser adotado para M_A o maior valor absoluto e para M_B o sinal positivo, se estiver tracionando a mesma face que M_A, e negativo em caso contrário.

(ii) Para pilares biapoiados com cargas transversais significativas ao longo da altura:

$$\alpha_b = 1{,}0. \tag{4.16}$$

(iii) Para pilares em balanço:

$$\alpha_b = 0{,}80 + 0{,}20 \frac{M_C}{M_A} \geq 0{,}85, \tag{4.17}$$

onde M_A é o momento de 1ª ordem no engaste e M_C é o momento de 1ª ordem no meio do pilar em balanço.

(iv) Para pilares biapoiados ou em balanço com momentos menores que o momento mínimo estabelecido em (4.2.3):

$$\alpha_b = 1{,}0. \tag{4.18}$$

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0115584/CA

4.2.3
Momento Mínimo

O momento total de primeira ordem, isto é, o momento de primeira ordem acrescido dos efeitos locais, deve respeitar o valor mínimo dado por:

$$M_{1d,\min} = N_d\,(0{,}015 + 0{,}03h)\,, \qquad \textbf{(4.19)}$$

onde h é a altura total da seção transversal, em metros, na direção considerada. No caso de pilares submetidos à flexão oblíqua composta, esse mínimo deve ser respeitado em cada uma das direções principais, separadamente. Isto é, o pilar deve ser verificado sempre à flexão oblíqua composta onde, em cada verificação, pelo menos um dos momentos respeita o mínimo acima.

O momento mínimo estabelecido pela NBR 6118 (2003) corresponde ao valor mínimo recomendado tanto pelo ACI 318(2002) quanto pelo Eurocode 2 (2001).

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0115584/CA

4.2.4
Imperfeições Geométricas Locais

Assim como na análise global, em que são consideradas as imperfeições geométricas globais, na análise local devem ser levados em conta os efeitos de imperfeições geométricas locais. Devendo-se, para a verificação de um lance de pilar, considerar o efeito do desaprumo (figura 4.8b) ou da falta de retilinidade do eixo do pilar (figura 4.8a).

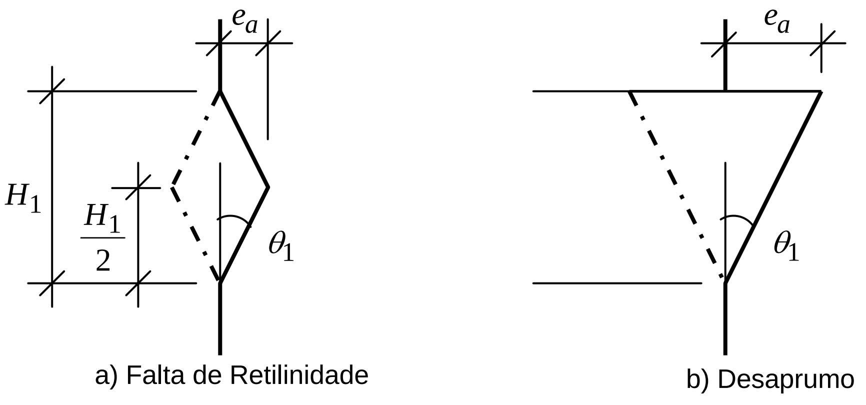

Figura 4.8 – Lance de pilar – Imperfeições geométricas locais

Assim, a excentricidade acidental e_a, nos extremos e no ponto médio do pilar, pode ser obtida pelas seguintes expressões, respectivamente:

$$e_a = \theta_1 \cdot H_1$$
$$e_a = \theta_1 \cdot H_1/2 \qquad \textbf{(4.20)}$$

onde H_1 é a altura do lance do pilar e com θ_1 atendendo às definições e aos valores limites estabelecidos em (3.2.3).

As expressões apresentadas pela NBR 6118(2003) para o cálculo das imperfeições geométricas, locais e globais, praticamente reproduzem, em linhas gerais, as recomendações tanto do Eurocode 2 (2001) quanto do CEB-FIP (1991).

4.2.5 Efeitos locais de Segunda Ordem

A força normal atuante no pilar, sob as excentricidades de primeira ordem (excentricidade inicial), provoca deformações que levam a uma nova excentricidade, denominada excentricidade de segunda ordem.

Segundo a NBR 6118 (2003), a determinação dos efeitos locais de segunda ordem, em barras sujeitas a flexo-compressão, pode ser feita pelo método geral ou por métodos aproximados.

Os momentos finais de projeto são obtidos somando-se aos momentos totais (1ª ordem + 2ª ordem), determinados nesta seção, as parcelas de momento devido às excentricidades acidentais.

4.2.5.1 Método Geral

O método geral consiste na análise não-linear de segunda ordem, efetuada com uma discretização adequada da barra; na consideração da relação momento-curvatura real em cada seção; e na consideração da não-linearidade geométrica de maneira não aproximada. O método geral é obrigatório para $\lambda > 140$.

4.2.5.2 Métodos Aproximados para Barras Submetidas à Flexo-Compressão Normal

Os métodos aproximados mais importantes são baseados no Pilar Padrão, e estes são comentados a seguir.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0115584/CA

(i). Método do Pilar-Padrão com Curvatura Aproximada

Pode ser empregado apenas no cálculo de pilares com $\lambda \leq 90$, seção constante e armadura simétrica e constante ao longo de seu eixo.

A não-linearidade geométrica é considerada de forma aproximada, supondo-se que a deformada da barra seja senoidal. A não-linearidade física é levada em conta através de uma expressão aproximada da curvatura $(1/r)$ na seção crítica.

A excentricidade de segunda ordem e_2 é dada pela expressão:

$$e_2 = \frac{\ell_e^2}{10} \cdot \frac{1}{r}, \tag{4.21}$$

podendo a curvatura $1/r$ na seção crítica ser avaliada pela expressão aproximada:

$$\frac{1}{r} = \frac{0{,}005}{h(\nu + 0{,}5)} \leq \frac{0{,}005}{h}, \tag{4.22}$$

onde:

h - altura da seção na direção considerada;

$\nu = N_{sd} / (A_c \cdot f_{cd})$ - a força normal adimensional.

Assim, o momento total máximo no pilar é dado por:

$$M_{d,tot} = \left(\alpha_b M_{1d,A} + N_d \cdot \frac{\ell_e^2}{10} \cdot \frac{1}{r} \right) \geq M_{1d,A}, \tag{4.23}$$

sendo $M_{1d,A}$ o valor de cálculo de 1ª ordem do momento M_A, definido em (4.2.2).

(ii). Método do Pilar-Padrão com Rigidez Aproximada

Assim como o método anterior, este método tem sua aplicação restrita a pilares com $\lambda \leq 90$, seção constante e armadura simétrica e constante ao longo do eixo. Além disso, é exigido que o pilar tenha seção retangular.

A não-linearidade geométrica é considerada de forma aproximada, supondo-se que a deformada da barra seja, também, senoidal. Com respeito à não-linearidade física, esta é levada em conta através de uma expressão aproximada para a rigidez.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0115584/CA

O momento total máximo no pilar deve ser calculado a partir da majoração do momento de 1ª ordem pela expressão:

$$M_{d,tot} = \frac{\alpha_b M_{1d,A}}{1 - \dfrac{\lambda^2}{120\,\kappa/\nu}} \geq M_{1d,A}, \tag{4.24}$$

sendo o valor da rigidez adimensional κ dado aproximadamente por:

$$\kappa = 32\left(1 + 5\frac{M_{d,tot}}{h \cdot N_d}\right) \cdot \nu\,. \tag{4.25}$$

Observa-se em (4.25) que o valor da rigidez adimensional κ depende de $M_{d,tot}$, resultando assim em um processo iterativo. Segundo a NBR 6118(2003), usualmente duas ou três iterações são suficientes.

Contudo, adotando-se o procedimento sugerido por Bastos e Oliveira Neto (2004), que consiste em substituir a equação (4.25) em (4.24), obtém-se a seguinte equação do 2º grau em $M_{d,tot}$:

$$A \cdot M_{d,tot}^{2} + B \cdot M_{d,tot} + C = 0\,. \tag{4.26}$$

onde:

$$A = 19.200\,. \tag{4.27a}$$

$$B = N_d \cdot h \cdot \left(3.840 - \lambda^2\right) - 19.200 \cdot \alpha_b \cdot M_{1d,A} \tag{4.27b}$$

$$C = -3.840 \cdot \alpha_b \cdot N_d \cdot h \cdot M_{1d,A} \tag*{(4.27b)}$$

Desta forma, $M_{d,tot}$ passa a ser obtido diretamente a partir da raiz positiva da equação (4.26), deixando, portanto, de ser um processo iterativo.

(iii). Método do Pilar-Padrão acoplado aos diagramas *M, N, 1/r*

A determinação dos esforços locais de segunda ordem em pilares com $\lambda \leq 140$ pode ser feita pelo método do pilar padrão ou pilar padrão melhorado, utilizando-se para a curvatura da seção crítica valores obtidos de diagramas M, N e $1/r$, específicos para cada caso.

Se $\lambda > 90$, é obrigatória a consideração dos efeitos da fluência.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0115584/CA

4.2.5.3
Métodos Aproximados para Barras Submetidas à Flexo-Compressão Oblíqua

(i). Método do Pilar-Padrão para Pilares de Seções Retangulares Submetidos à Flexão Composta Oblíqua.

Quando a esbeltez de um pilar, de seção retangular submetido à flexão composta oblíqua, for menor que 90 nas duas direções principais, permite-se aplicar o método do pilar-padrão com rigidez aproximada em cada direção. Obtida a distribuição de momentos totais, de 1ª e 2ª ordem, em cada direção, deve-se verificar, para cada seção ao longo do eixo, se a composição desses momentos solicitantes fica dentro da envoltória de momentos resistentes para a armadura escolhida.

4.2.5.4
Considerações Finais

Considerando que os esforços solicitantes, aplicados no cálculo dos pilares no presente trabalho, são provenientes da análise de pórtico espacial, na qual as ligações viga-pilar são admitidas rígidas, a grande maioria dos pilares estará submetida à flexão composta oblíqua, independente de serem estes intermediários, externos ou de canto. Desta forma, para o caso de seções retangulares, o método do pilar-padrão com rigidez aproximada em cada direção será preferencialmente utilizado. Contudo, caso ocorra qualquer problema na solução da equação (4.23), o método do pilar padrão com curvatura aproximada é empregado, com o objetivo de dar estabilidade numérica ao algoritmo.

Para pilares com seções transversais do tipo "U" e "L", para as quais o método do pilar-padrão com rigidez aproximada não é aplicável, é sempre admitida a hipótese de pilares curtos. Hipótese esta considerada consistente, pois, pilares com estas formas geométricas, apresentam, na grande maioria dos casos práticos, baixos valores de esbeltez. Quanto às seções circulares, o método do pilar padrão com curvatura aproximada é empregado, pois, nestes pilares, a flexão composta oblíqua é sempre transformada em flexo-compressão normal.

Adicionalmente, só são admitidos pilares com $\lambda \leq 90$, desprezando-se assim os efeitos da fluência.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0115584/CA

4.2.6
Distribuição da Armadura Longitudinal *As* na Seção

No presente trabalho assume-se que a armadura longitudinal distribui-se de forma uniforme e contínua ao longo do perímetro da seção, conforme figura (4.9).

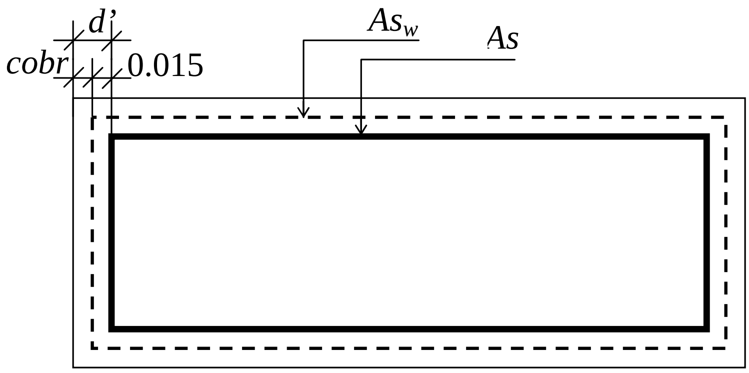

Figura 4.9 – Posicionamento de As e As_w na seção transversal

Estando os estribos representados pela linha segmentada, e distante $cobr$ das faces do pilar, a linha que descreve a armadura longitudinal As, representada em linha cheia, é posicionada a uma distância d' das faces do pilar, sendo esta dada por:

$$d' = cobr + 0.015\,.\,As \qquad \textbf{(4.28)}$$

onde $cobr$ representa o cobrimento nominal da armadura; e 0.015 corresponde, em metros, ao valor adotado para representar a distância entre os estribos e o centro de gravidade de cada seguimento de As.

Desta forma, a distribuição de As é dependente, unicamente, das dimensões da seção transversal e do valor de $cobr$ adotado. Além disso, o modelo de distribuição proposto para As assegura, para seções retangulares, maiores frações da armadura total nas faces paralelas ao eixo de menor inércia. Distribuição esta correspondente à exigida pelas seções críticas, na maioria dos casos práticos. Adicionalmente, estaria garantido, para qualquer tipo de seção, o atendimento das disposições construtivas referentes à concentração de armadura em uma única face da seção transversal, pois maiores quantidades de aço são dispostas ao longo das faces mais extensas dos pilares.

Os perímetros descritos por As e As_w passam a ser designados por Pe_{As} e Pe_{Asw}, respectivamente.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0115584/CA

4.2.7 Comprimento de Ancoragem da Armadura Longitudinal

A fim de dar maior consistência ao cálculo do peso de aço empregado como armadura longitudinal nos pilares, é incorporado ao comprimento de cada lance de pilar um acréscimo correspondente ao comprimento de ancoragem necessário $l_{b,nec}$, sendo este, segundo NBR 6118 (2003), dado por:

$$l_{b,nec} = \alpha_1 \frac{\phi}{4} \frac{fyd}{fbd} \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}} \qquad \textbf{(4.29)}$$

Onde ϕ representa o diâmetro da barra ancorada; $A_{s,calc}$ e $A_{s,ref}$ são, a área de armadura calculada e a efetiva; respectivamente, e f_{bd} a resistência de aderência de cálculo, sendo esta última dada por:

$$f_{bd} = \eta_1 \eta_2 \eta_3 \cdot 0.15 \cdot f_{ck}^{2/3} \qquad \textbf{(4.30)}$$

Assim, segundo NBR 6118 (2003), admitindo-se o emprego de aço *CA-50* $(\eta_1 = 2.25)$, barras sem gancho, situação de boa aderência e $\phi \leq 32mm$ $(\alpha_1 = \eta_1 = \eta_2 = 1.00)$, e, adicionalmente, tomando-se $A_{s,calc} = A_{s,ref}$ obtém-se:

$$l_{b,nec} = 322\phi \left(\frac{1}{f_{ck}} \right)^{2/3}, \text{ com } f_{ck} \text{ dado em } MPa. \qquad \textbf{(4.31)}$$

Devendo ainda respeitar aos seguintes valores mínimos: 10ϕ ou $100.0mm$.

Nos exemplos desenvolvidos no presente trabalho, $l_{b,nec}$ é calculado tomando-se como base $\phi = 12.5mm$, ficando desta forma, o comprimento total da armadura de cada lance $l_{total,As}$ dado por:

$$l_{total,As} = l_{lance} + 4.025 \left(\frac{1}{f_{ck}} \right)^{2/3} \qquad \textbf{(4.32)}$$

Barras de aço com $\phi = 12.5mm$ são adotadas como referência por considerar que esta é empregada, na armação dos pilares, com maior freqüência que as demais bitolas.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0115584/CA

4.2.8 Armadura Transversal

Segundo a NBR 6118 (2003), o diâmetro dos estribos em pilares não deve ser inferior a *5.0 mm*, nem inferior a $1/4$ do diâmetro da barra isolada ou do diâmetro equivalente do feixe que constitui a armadura longitudinal. Adicionalmente, a fim de impedir a flambagem das barras longitudinais e garantir a costura das emendas de barras longitudinais, o espaçamento longitudinal ($S_{\max}$) entre os estribos deve ser igual ou inferior ao menor dos seguintes valores:

$$S_{\max} \leq \begin{cases} \bullet\ \text{200 mm} \\ \bullet\ \text{menor dimensão da seção} \\ \bullet\ 12\phi \text{ para aço CA-50} \end{cases} \tag{4.33}$$

A partir destas exigências normativas, decidiu-se pela imposição de uma armadura padrão, para todos os pilares:

$$Vs_W = 0{,}0001415 \cdot \left(Pe_{Asw} + 0.10\right) \tag{4.34}$$

Onde Vs_w corresponde ao volume da armadura transversal por unidade de comprimento; e o valor de *0.10 m* é incorporado a Pe_{As} para levar em conta detalhes de fechamento dos estribos.

A armadura adotada, equivalente a estribos com diâmetro de *6.0 mm*, espaçados a cada *20.0 cm*, atende às exigências normativas para uma grande variedade de barras longitudinais, sendo, portanto, aplicável à maioria dos problemas práticos.

Para os pilares cuja maior dimensão da seção transversal excede em cinco vezes a menor dimensão, denominados pilares-parede, a NBR 6118 (2003) prescreve que, caso estes não sejam calculados como placas, a armadura transversal deve respeitar o mínimo de 25% da armadura longitudinal da face. Assim, considerando o modelo de distribuição de armadura longitudinal proposto, tem-se a seguinte expressão para o cálculo dos estribos dos pilares-parede:

$$Vs_W = 0{,}25 \cdot As \cdot \left(Pe_{Asw} + 0.10\right) \tag{4.35}$$

Quanto às forças cortantes que solicitam os pilares, é assumido que as armaduras transversais especificadas como padrão em (4.34) e (4.35) são capazes de resistir a tais esforços.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0115584/CA