

3 Modelo e Análise Estrutural

3.1 Modelo Estrutural

Os edifícios são modelados como estruturas tridimensionais, onde as lajes são tratadas como diafragmas rígidos, isto é, admite-se que elas têm rigidez infinita no próprio plano e rigidez nula transversalmente, transmitindo apenas forças horizontais. Desta forma, considerando-se que a hipótese de diafragma rígido pode ser incorporada ao sistema sem que as lajes sejam modeladas, os sistemas estruturais analisados passam a se constituírem apenas por barras, ou seja, vigas e pilares. Além disso, despreza-se a rigidez à torção em todas as barras do modelo.

Quanto ao carregamento ao qual a estrutura está submetida, considera-se, além das cargas gravitacionais (permanentes e acidentais), as cargas horizontais devidas ao vento. As cargas podem ser aplicadas diretamente nos nós ou, no caso das vigas, de forma distribuída ao longo das barras. Caso cargas distribuídas sejam aplicadas nas vigas, os esforços de engastamento perfeito são calculados levando-se em conta os vãos efetivos das vigas, conforme modelo apresentado no item (3.1.1). Os casos de carga considerados e suas respectivas combinações são apresentados no item (3.4).

3.1.1 Esforços de Engastamento Perfeito e Vão Efetivo das Vigas

Segundo NBR 6118:2003, o vão efetivo das vigas pode ser calculado por:

$$\ell_{ef} = \ell_0 + a_1 + a_2; \quad (3.1)$$

com a_1 igual ao menor valor entre $(t_1/2$ e $0,3h)$ e a_2 igual ao menor valor entre $(t_2/2$ e $0,3h)$, conforme figura (3.1).

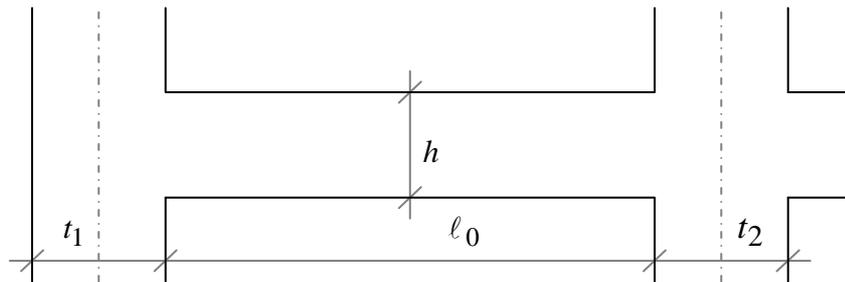


Figura 3.1 – Vão efetivo das vigas

Após a determinação do vão efetivo, admite-se que os extremos das vigas estão ligados aos eixos dos pilares através de barras rígidas (figura 3.2). Desta forma, os esforços de engastamento perfeito, que são aplicados nos pontos nodais coincidentes com os eixos dos pilares, são determinados a partir das expressões (3.2), conforme figura (3.2).

$$M_1 = M_1' + V_1' \cdot e_1 \quad (3.2a)$$

$$M_2 = M_2' + V_2' \cdot e_2 \quad (3.2b)$$

$$V_1 = V_1' \quad (3.2c)$$

$$V_2 = V_2' \quad (3.2d)$$

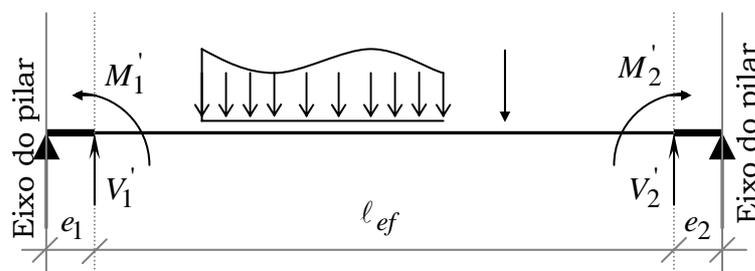


Figura 3.2 – Modelo para determinação dos esforços de engastamento perfeito.

onde M_1' , M_2' , V_1' e V_2' são os esforços de engastamento perfeito e calculados com base no vão efetivo da viga l_{ef} ; e_1 e e_2 correspondem aos comprimentos das barras rígidas da ligação viga-pilar, à esquerda e à direita da viga, respectivamente. As cargas aplicadas ao longo dos trechos e_1 e e_2 (Figura 3.2) são transmitidas diretamente para os pilares como carga axial.

A utilização dos vãos efetivos das vigas, ao invés da distância entre eixo de apoios, além de influenciar no cálculo dos esforços, tende a tornar o sistema

estrutural mais rígido, pois a rigidez dos elementos de barras é inversamente proporcional, em diferentes graus, ao comprimento da mesma.

3.2 Análise Estrutural

3.2.1 Não-Linearidade Física

A não-linearidade física (NLF) decorre do fato do material não apresentar uma relação tensão-deformação linear, apresentando alterações em suas propriedades quando submetido a diferentes níveis de carga.

A consideração da não-linearidade física para estruturas de grande porte de concreto armado pode, segundo Pinto e Ramalho (2002), tornar-se uma tarefa complexa e difícil de ser implementada, vindo, ainda, a exigir um elevado esforço computacional. Isso se deve ao fato de que a consideração da NLF implica na determinação da rigidez de cada elemento estrutural a partir das relações constitutivas do concreto e do aço, da quantidade e disposição de armadura nesses elementos, bem como do nível de solicitação dos mesmos. Adicionalmente, os valores de rigidez devem representar, para o estado limite último (ELU), a rigidez dos membros estruturais próximos à ruptura, e, nessa fase, parte dos elementos encontra-se fissurada, bem como parte dos materiais encontra-se plastificada.

A fim de evitar esse grau de complexidade, diversos estudos têm sido realizados visando à obtenção de métodos simplificados para a consideração da NLF. Esses métodos propõem uma redução média na inércia bruta da seção transversal dos elementos. Desta forma, os efeitos da NLF são incorporados de forma aproximada ao sistema sem que uma análise efetivamente não-linear seja realizada.

O emprego da rigidez efetiva no dimensionamento de elementos estruturais tem ficado, praticamente, restrito ao dimensionamento de elementos isolados. Quando o problema envolve sistemas estruturais, o uso de modelos refinados é voltado à verificação de projetos, onde todas as variáveis associadas à armadura (A_s , distribuição de A_s na seção transversal e ao longo do vão, entre outros) são previamente conhecidas.

Assim, no presente trabalho, seguindo a metodologia tradicional, a não-linearidade física é tratada de forma aproximada, através dos módulos de rigidez reduzidos recomendados pela NBR 6118 (2003), a qual fornece como rigidez dos elementos estruturais os seguintes valores:

- Lajes: $(EI)_{sec} = 0,30E_{ci}I_c$;
- Vigas: $(EI)_{sec} = 0,40E_{ci}I_c$ para $As' < As$ e
- (3.3)**
- $(EI)_{sec} = 0,50E_{ci}I_c$ para $As' = As$;
- Pilares: $(EI)_{sec} = 0,80E_{ci}I_c$;

onde I_c é o momento de inércia da seção bruta de concreto, incluindo quando for o caso, as mesas colaborantes; e $E_{cs} = 0,85E_{ci}$ é o módulo de elasticidade secante, sendo E_{ci} o módulo de deformação tangente inicial que, segundo a NBR 6118 (2003), pode ser estimado pela seguinte expressão:

$$E_{ci} = 5600\sqrt{f_{ck}} \text{ ,} \quad \textbf{(3.4)}$$

onde E_{ci} e f_{ck} são dados em megapascal.

A NBR 6118 (2003) permite ainda, quando a estrutura de contraventamento for composta exclusivamente por vigas e pilares e γ_z for menor que 1,3, calcular a rigidez das vigas e pilares por intermédio de:

$$(EI)_{sec} = 0,70E_{ci}I_c \quad \textbf{(3.5)}$$

Assim, como no presente trabalho o modelo estrutural empregado nas análises é composto apenas por vigas e pilares, pois as lajes são admitidas com rigidez transversal nula, optou-se por empregar o valor fornecido pela equação (3.5), mesmo que a condição $\gamma_z \leq 1,3$ não esteja previamente garantida.

Estudos realizados por Pinto e Ramalho (2002), analisando alguns exemplos simples de vigas, pilares e um pórtico plano de treze pavimentos, considerando a NLF, indicam que as reduções de rigidez recomendadas pela NBR 6118 (2003) mostram-se bastante razoáveis e encontram-se a favor da segurança. Para a realização dessas análises foi utilizado o programa LUSAS, versão 11.

3.2.2 Não-Linearidade Geométrica

Uma estrutura pode ter um comportamento não-linear, mesmo que o seu material apresente comportamento linear-elástico. Deflexões muito grandes de um membro estrutural podem ocasionar o aparecimento de momentos fletores adicionais (denominados de segunda ordem), em virtude da presença de um esforço normal. A esse tipo de comportamento não-linear, dá-se o nome de não-linearidade geométrica (NLG). Neste caso, os efeitos não lineares estão associados às equações de equilíbrio, que consideram a configuração deformada, e às relações deformação-deslocamento, que incluem termos não lineares. Assim, a elevada esbelteza, cada vez mais presente nos edifícios altos, conduzindo a efeitos de segunda ordem mais relevantes, torna indispensável a consideração da não-linearidade geométrica nesta classe de estruturas.

Para um membro típico de pórtico espacial, com seis graus de liberdade por nó (Fig. 3.3), as forças devidas à mudança da geometria são consideradas na matriz de rigidez geométrica $[K_g]$, apresentada, juntamente com a matriz de rigidez elástica $[K_e]$, nas equações (3.6a) e (3.6b), respectivamente. Sendo que A_x , I_y e I_z , são a área e os momentos de inércia da seção transversal da barra em relação aos eixos y e z , respectivamente; I_x é a constante de torção; L o comprimento do membro; E e $G = E/2(1+\nu)$ são os módulos de elasticidade longitudinal e transversal do material; e ν o coeficiente de Poisson. Segundo NBR 6618 (2003), para o concreto, ν pode ser tomado igual à 0.20 e $G = 0.40E$. A NLF, tratada de forma aproximada, é incorporada ao problema a partir da substituição dos produtos EI , que integram a equação (3.6b), pelos valores de rigidez secante $(EI)_{sec}$ estabelecidos em (3.2.1).

A matriz geométrica utilizada considera apenas as interações entre força axial-flexão, força axial-torção e força axial-cisalhamento, sendo que a interação torção-flexão é desprezada. Contudo, segundo McGuire (2000), a equação (3.6a) é considerada adequada para análise NLG na maioria dos problemas de pórticos espaciais encontrados na prática. A torção é desprezada no presente trabalho.

$$[K_g] = \frac{F_{x2}}{L} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & \frac{6}{5} & 0 & 0 & 0 & \frac{L}{10} & 0 & -\frac{6}{5} & 0 & 0 & 0 & \frac{L}{10} \\ & & \frac{6}{5} & 0 & -\frac{L}{10} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6}{5} & 0 & -\frac{L}{10} & 0 \\ & & & \frac{I_p}{A} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{I_p}{A} & 0 & 0 \\ & & & & \frac{2L^2}{15} & 0 & 0 & 0 & \frac{L}{10} & 0 & -\frac{L^2}{30} & 0 \\ & & & & & \frac{2L^2}{15} & 0 & -\frac{L}{10} & 0 & 0 & 0 & -\frac{L^2}{30} \\ & & & & & & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & \frac{6}{5} & 0 & 0 & 0 & -\frac{L}{10} \\ & & & & & & & & \frac{6}{5} & 0 & \frac{L}{10} & 0 \\ & & & & & & & & & \frac{I_p}{A} & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & & \frac{2L^2}{15} & 0 \\ & & & & & & & & & & & \frac{2L^2}{15} \end{bmatrix}$$

(3.6a) – Matriz de Rigidez Geométrica de Membro de Pórtico Espacial. (McGuire (2000))

$$[K_e] = E \begin{bmatrix} \frac{A_x}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{A_x}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & \frac{12I_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6I_z}{L^2} & 0 & -\frac{12I_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6I_z}{L^2} \\ & & \frac{12I_y}{L^3} & 0 & -\frac{6I_y}{L^2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{12I_y}{L^3} & 0 & -\frac{6I_y}{L^2} & 0 \\ & & & \frac{GJ_x}{EL} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{GJ_x}{EL} & 0 & 0 \\ & & & & \frac{4I_y}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{6I_y}{L^2} & 0 & \frac{2I_y}{L} & 0 \\ & & & & & \frac{4I_z}{L} & 0 & -\frac{6I_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2I_z}{L} \\ & & & & & & \frac{A_x}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & \frac{12I_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6I_z}{L^2} \\ & & & & & & & & \frac{12I_y}{L^3} & 0 & \frac{6I_y}{L^2} & 0 \\ & & & & & & & & & \frac{GJ_x}{EL} & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & & \frac{4I_y}{L} & 0 \\ & & & & & & & & & & & \frac{4I_z}{L} \end{bmatrix}$$

(3.6b) – Matriz de Rigidez Elástica de Membro de Pórtico Espacial. (McGuire (2000))

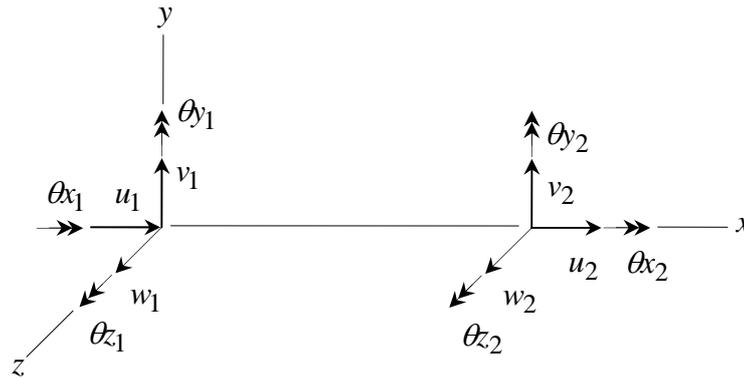


Figura 3.3 – Eixos de referência e graus de liberdade locais.

Sendo u , v e w , conforme figura (3.3), as componentes de deslocamento nas direções locais x , y e z ao longo do comprimento da barra. A deformação específica (ε_{x0}) e curvaturas totais (χ) ao longo do eixo das barras são determinadas através das seguintes expressões (Garcia e Villaça (1999)):

$$\varepsilon_{x0} = u' + \frac{1}{2}v'^2 + \frac{1}{2}w'^2 \tag{3.7a}$$

$$\chi_y = -w'' \tag{3.7b}$$

$$\chi_z = -w'' \tag{3.7c}$$

Onde u' , v' , w' , v'' e w'' são as derivadas dos campos de deslocamentos em relação à coordenada x . Na expressão (3.7a), a parcela de ordem superior relativa a u' é desprezada.

Assumindo funções de interpolação cúbicas para as deflexões, e linear para os deslocamentos axiais, as derivadas dos campos de deslocamentos, na forma matricial, apresentam-se na seguinte forma:

$$u' = \frac{1}{l} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = b_u^T u \tag{3.8a}$$

$$w' = \frac{1}{l} \begin{pmatrix} 6\xi^2 - 6\xi \\ l(-1 + 4\xi - 3\xi^2) \\ 6\xi - 6\xi^2 \\ l(-3\xi^2 + 2\xi) \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} w_1 \\ \theta_{y1} \\ w_2 \\ \theta_{y2} \end{pmatrix} = b_v^T w \tag{3.8b}$$

$$v' = \frac{1}{l} \begin{pmatrix} 6\xi^2 - 6\xi \\ l(1 - 4\xi + 3\xi^2) \\ 6\xi - 6\xi^2 \\ l(3\xi^2 - 2\xi) \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} v_1 \\ \theta_{z_1} \\ v_2 \\ \theta_{z_2} \end{pmatrix} = b_v^T v \quad (3.8c)$$

$$\chi_y = -w'' = -\frac{1}{l^2} \begin{pmatrix} -6 + 12\xi \\ l(+4 - 6\xi) \\ 6 - 12\xi \\ l(-6\xi + 2) \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} w_1 \\ \theta_{y_1} \\ w_2 \\ \theta_{y_2} \end{pmatrix} = c_w^T w \quad (3.8d)$$

$$\chi_z = -v'' = -\frac{1}{l^2} \begin{pmatrix} -6 + 12\xi \\ l(-4 + 6\xi) \\ 6 - 12\xi \\ l(6\xi - 2) \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} v_1 \\ \theta_{z_1} \\ v_2 \\ \theta_{z_2} \end{pmatrix} = c_v^T v \quad (3.8e)$$

Assumindo que as seções planas permanecem planas, e substituindo-se as expressões (3.8) em (3.7), a deformação específica nas coordenadas (y, z) , tomadas em relação ao centróide da seção, pode ser expressa por:

$$\varepsilon_x = b_u^T u + \frac{1}{2} (b_v^T v)^2 + \frac{1}{2} (b_w^T w)^2 - z_l (c_w^T w) - y_l (c_v^T v) \quad (3.9)$$

Expressando as resultantes de tensão, N e M , por

$$N = EA_x \varepsilon_x \quad (3.10a)$$

$$M_y = EI_y \chi_y \quad (3.10b)$$

$$M_z = EI_z \chi_z \quad (3.10c)$$

E aplicando o principio dos trabalhos virtuais (Crisfield, 1991), obtém-se:

$$\delta V = U_i^T \delta u + W_i^T \delta w + V_i^T \delta v - U_e^T \delta u - W_e^T \delta w - V_e^T \delta v \quad (3.11)$$

Onde os vetores das forças nodais internas, q_i^T , e externas, q_e^T , podem ser escritos como

$$q_i^T = (U_i^T, W_i^T, V_i^T) \quad (3.12a)$$

$$q_e^T = (U_e^T, W_e^T, V_e^T) \quad (3.12b)$$

Com

$$U_i^T = \int_0^l N b_u dx \quad (3.13a)$$

$$W_i^T = \int_0^l (N (b_w^T w) b_w + M_y c_w) dx \quad (3.13b)$$

$$V_i^T = \int_0^l (N (b_v^T v) b_v + M_z c_v) dx \quad (3.13c)$$

Em (3.13), as forças internas U_i^T correspondem aos deslocamentos nodais $u = (u_1, u_2)$, W_i^T correspondem aos deslocamentos nodais $w = (w_1, \theta_{y1}, w_2, \theta_{y2})$, e V_i^T correspondem aos deslocamentos nodais $v = (v_1, \theta_{z1}, v_2, \theta_{z2})$.

Assim, desenvolvendo-se as expressões (3.13), a parcela não-linear dos esforços internos, esforço normal e momentos fletores, nos extremos das barras, é determinada, em termos dos deslocamentos totais, a partir das seguintes expressões.

$$F_{x_2}(NL) = \frac{EA}{10} [(w_2')(\theta_{y_1} + \theta_{y_2}) - (v_2')(\theta_{z_1} + \theta_{z_2})] + \frac{3EA}{5} [(w_2')^2 + (v_2')^2] + \frac{EA}{15} \left[\left(\theta_{z_1}^2 + \theta_{z_2}^2 - \frac{\theta_{z_1}\theta_{z_2}}{2} \right) + \left(\theta_{y_1}^2 + \theta_{y_2}^2 - \frac{\theta_{y_1}\theta_{y_2}}{2} \right) \right] \quad (3.14a)$$

$$F_{x_1}(NL) = -F_{x_2}(NL) \quad (3.14b)$$

$$F_{y_1}(NL) = EAu_2' \left[\frac{(\theta_{z_1} + \theta_{z_2})}{10} - \frac{6}{5}(v_2') \right] + \frac{9EA}{70} [(v_2')(\theta_{z_1}^2 + \theta_{z_2}^2) - 3(v_2')^2(\theta_{z_1} + \theta_{z_2}) + 8(v_2')^3] + \frac{EA}{280} (-\theta_{z_1}^3 + 3\theta_{z_1}^2\theta_{z_2} + 3\theta_{z_1}\theta_{z_2}^2 - \theta_{z_2}^3) \quad (3.14c)$$

$$F_{y_2}(NL) = -F_{y_1}(NL) \quad (3.14d)$$

$$M_{z_1}(NL) = -\frac{EA}{10} u_2' \left[(v_2 - v_1) + \frac{l}{3}(-4\theta_{z_1} + \theta_{z_2}) \right] + \frac{EAl}{280} [-36(v_2')^3 + 36\theta_{z_1}(v_2')^2 + 3(v_2')(\theta_{z_1}^2 - 2\theta_{z_1}\theta_{z_2} - \theta_{z_2}^2)] + \frac{EAl}{280} (8\theta_{z_1}^3 - \theta_{z_2}^3 + 2\theta_{z_1}\theta_{z_2}^2 - 3\theta_{z_1}^2\theta_{z_2}) \quad (3.14e)$$

$$M_{z_2}(NL) = -\frac{EA}{10} (u_2') \left[(v_2 - v_1) + \frac{l}{3}(-4\theta_{z_2} + \theta_{z_1}) \right] + \frac{EAl}{280} [-36(v_2')^3 + 36\theta_{z_2}(v_2')^2 + 3(v_2')(\theta_{z_2}^2 - 2\theta_{z_1}\theta_{z_2} - \theta_{z_1}^2)] + \frac{EAl}{280} (8\theta_{z_2}^3 + 2\theta_{z_1}^2\theta_{z_2} - 3\theta_{z_1}\theta_{z_2}^2 - \theta_{z_1}^3) \quad (3.14f)$$

$$F_{z_1}(NL) = -EA(u_2') \left[\frac{(\theta_{y_1} + \theta_{y_2})}{10} + \frac{6}{5}(w_2') \right] + \frac{9EA}{70} [(w_2')(\theta_{y_1}^2 + \theta_{y_2}^2) + 3(w_2')^2(\theta_{y_1} + \theta_{y_2}) + 8(w_2')^3] + \frac{EA}{280} (\theta_{y_1}^3 - 3\theta_{y_1}^2\theta_{y_2} - 3\theta_{y_1}\theta_{y_2}^2 + \theta_{y_2}^3) \quad (3.14g)$$

$$F_{z_2}(NL) = -F_{z_1}(NL) \quad (3.14h)$$

$$\begin{aligned}
M_{y_1}(NL) = & \frac{EA}{10}(u_2') \left[(w_2 - w_1) + \frac{l}{3}(4\theta_{y_1} - \theta_{y_2}) \right] + \\
& + \frac{EAl}{280} \left[36(w_2')^3 + 36\theta_{y_1}(w_2')^2 + 3(w_2')(\theta_{y_2}^2 + 2\theta_{y_1}\theta_{y_2} - \theta_{y_1}^2) \right] + \\
& + \frac{EAl}{280} (8\theta_{y_1}^3 - \theta_{y_2}^3 + 2\theta_{y_1}\theta_{y_2}^2 - 3\theta_{y_1}^2\theta_{y_2})
\end{aligned} \quad (3.14i)$$

$$\begin{aligned}
M_{y_2}(NL) = & \frac{EA}{10}(u_2') \left[(w_2 - w_1) + \frac{l}{3}(4\theta_{y_2} - \theta_{y_1}) \right] + \\
& + \frac{EAl}{280} \left[36(w_2')^3 + 36\theta_{y_2}(w_2')^2 + 3(w_2')(\theta_{y_1}^2 + 2\theta_{y_1}\theta_{y_2} - \theta_{y_2}^2) \right] + \\
& + \frac{EAl}{280} (8\theta_{y_2}^3 - \theta_{y_1}^3 + 2\theta_{y_1}^2\theta_{y_2} - 3\theta_{y_1}\theta_{y_2}^2)
\end{aligned} \quad (3.14j)$$

Com

$$u_2' = \left(\frac{u_2 - u_1}{l} \right), \quad w_2' = \left(\frac{w_2 - w_1}{l} \right) \text{ e } v_2' = \left(\frac{v_2 - v_1}{l} \right) \quad (3.15)$$

As funções de interpolação, linear e cúbica, relativas aos deslocamentos axiais e transversais, respectivamente, empregadas no desenvolvimento das forças internas nodais, são dadas por:

$$N_u = \{1 - \xi \quad \xi\} \quad (3.16)$$

$$N_v = \left\{ 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3 \quad (\xi - 2\xi^2 + \xi^3)l \quad 3\xi^2 - 2\xi^3 \quad (-\xi^2 + \xi^3)l \right\} \quad (3.17)$$

$$N_w = \left\{ 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3 \quad -(\xi - 2\xi^2 + \xi^3)l \quad 3\xi^2 - 2\xi^3 \quad -(-\xi^2 + \xi^3)l \right\} \quad (3.18)$$

Apesar de ser a matriz $[K_g]$, apresentada em (3.6a), apropriada para a maioria dos casos práticos, optou-se por construir uma nova matriz de rigidez geométrica a partir do vetor de forças internas nodais, apresentado em (3.14). Tal decisão tem por objetivo melhorar, não a qualidade da análise estrutural, mas sim o processo de otimização como um todo, já que a matriz de rigidez tangente, dada por $[K_t] = [K_e] + [K_g]$, associada à configuração deformada de equilíbrio, é utilizada no desenvolvimento da análise de sensibilidade. Etapa extremamente importante no processo, como será visto no capítulo 5.0, face aos algoritmos de otimização empregados no presente trabalho.

Os valores de rigidez adotados na seção (3.2.1), por serem aproximados, não devem, segundo NBR 6118 (2003), ser utilizados para avaliar esforços de 2ª ordem nas barras da estrutura, como, por exemplo, um lance de pilar, mesmo com uma discretização maior da modelagem. Desta forma, análises realizadas no presente trabalho, a partir da consideração aproximada da NLF, são capazes de fornecer esforços consistentes apenas para as extremidades das barras.

Assim, os efeitos da NLF nas barras da estrutura, bem como os efeitos da NLG, denominados efeitos locais de 2ª ordem, são introduzidos somente na fase de dimensionamento dos elementos isolados, como será visto no capítulo 4, item (4.2.5).

Um outro aspecto a ser considerado diz respeito ao tratamento das lajes como diafragma rígido. Neste caso, as lajes são responsáveis pela transmissão de todas as cargas horizontais, visto que a rigidez axial das lajes é infinitamente superior a das vigas. Desta forma, os esforços normais atuantes nas vigas são praticamente nulos, não havendo, portanto, o aparecimento de momentos fletores adicionais ou de segunda ordem. Assim, no presente trabalho, os efeitos das não-linearidades geométricas sobre as vigas são desprezados.

3.2.3 Combinações e Fatores de Ponderação das Ações

Um carregamento é definido pela combinação das ações que têm maiores probabilidades de atuarem simultaneamente sobre a estrutura, durante um período pré-estabelecido. A combinação das ações deve ser feita, tal que os efeitos mais desfavoráveis para a estrutura sejam determinados.

A verificação de segurança em relação aos estados limites últimos é realizada em função de combinações últimas normais, associadas ao esgotamento da capacidade resistente dos elementos estruturais; já no estado limite de serviço, esta verificação é realizada em função de combinações freqüentes de serviço, associada ao estado limite de deformação excessiva devido à ação do vento.

As combinações normais nos ELU's e freqüentes de serviço têm suas formas gerais, segundo a NBR 6118 (2003), representadas, respectivamente, pelas expressões (3.19a) e (3.19b):

$$F_d = \gamma_g \cdot F_{gk} + \gamma_{\varepsilon_g} \cdot F_{\varepsilon_{gk}} + \gamma_q \left(F_{q1k} + \sum \psi_{0j} \cdot F_{qjk} \right) + \gamma_{\varepsilon_q} \cdot \psi_0 \varepsilon \cdot F_{\varepsilon_{qk}} \quad (3.19a)$$

$$F_{d,ser} = \sum \gamma_{gi} \cdot F_{gik} + \psi_1 \cdot F_{q1k} + \sum \psi_{2j} \cdot F_{qjk} \quad (3.19b)$$

onde:

$F_d, F_{d,ser}$: são os valores de cálculo das ações para combinação última e de serviço, respectivamente;

$F_{gk}, F_{\varepsilon_{gk}}$: representam as ações permanentes diretas e indiretas respectivamente;

$F_{qk}, F_{\varepsilon_{qk}}$: representam as ações variáveis diretas e indiretas, respectivamente;

F_{q1k} : representa a ação variável direta escolhida como principal;

$\gamma_g, \gamma_q, \psi_0$: são os coeficientes de ponderação das ações no estado limite último;

ψ_1, ψ_2 : são os coeficientes de ponderação das ações no estado limite de serviço;

As ações diretas são aqui definidas por G , Q e V , as quais representam as ações permanentes diretas, as ações variáveis decorrentes do uso e a pressão dinâmica do vento, respectivamente. Admitindo-se que somente estas ações estão presentes no modelo proposto, e tomando-se o vento como variável principal, obtêm-se, após a aplicação dos coeficientes de ponderação das ações (ver tabela A.1 no anexo A), as seguintes expressões específicas para o problema:

$$F_d = 1,40 \cdot G + 1,40 \cdot (V + \psi_0 \cdot Q) \quad (3.20a)$$

$$F_{d,ser} = 1,00 \cdot G + 1,00 \cdot (0,30 \cdot V + \psi_2 \cdot Q) \quad (3.20b)$$

Os coeficientes ψ_0 e ψ_2 são dependentes do tipo de ação considerada e da finalidade de uso da estrutura. Seus valores encontram-se definidos na tabela A.2, no anexo A.

A utilização de Q como ação variável principal nas equações (3.20) não se faz necessária, pois, é possível, apenas por inspeção, constatar que esta não corresponde a combinação crítica.

As demais combinações últimas (especiais ou de construção e excepcionais) associadas às ações construtivas (sismos, incêndios, colapso progressivo, dentre outros), bem como as demais combinações de serviço (quase permanentes e raras)

associadas aos estados limites de deformação excessiva (não decorrente do vento e de formação de fissuras), não são aqui consideradas.

A NBR 6118 (2003) recomenda, ainda, que, na verificação do ELU das estruturas reticuladas, além das ações permanentes e variáveis citadas anteriormente (G , Q e V), devam ser consideradas as imperfeições geométricas dos eixos dos elementos estruturais da estrutura descarregada. Para levar em conta tal efeito na análise global, deve-se considerar um desaprumo θ_a , dado por (3.21a), dos elementos verticais como mostra a figura (3.4).

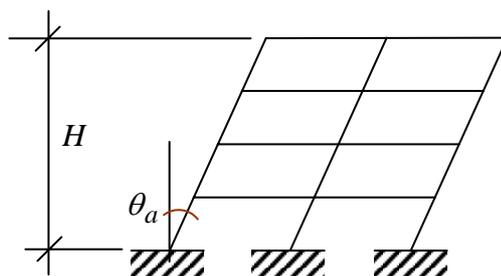


Figura 3.4 – Imperfeições geométricas globais.

$$\theta_1 = \frac{1}{100\sqrt{H}} \quad (3.21a)$$

$$\theta_a = \theta_1 \sqrt{\frac{1+1/n}{2}} \quad (3.21b)$$

onde H é a altura total da edificação em metros; n o número total de elementos verticais contínuos; e θ_1 , dado por (3.21a), atende aos seguintes valores limites:

- $\theta_{1\min} = 1/400$ para estruturas de nós fixos;
- $\theta_{1\min} = 1/300$ para estruturas de nós móveis e imperfeições locais;
- $\theta_{1\max} = 1/200$;

O desaprumo, segundo NBR 6118 (2003), não deve necessariamente ser superposto ao carregamento de vento. Entre um e outro (vento ou desaprumo) deve ser considerado apenas o mais desfavorável, podendo ser escolhido aquele que provoca o maior momento total na base da construção. Para edifícios altos, assim como no caso da escolha da carga variável principal, é possível comprovar que, na grande maioria dos casos práticos, o vento corresponde à situação mais desfavorável. Desta forma, nenhuma verificação é realizada com relação ao desaprumo.

Normalmente, é indiferente majorar previamente as ações e somente depois calcular as solicitações ou, então, calcular primeiro as solicitações, a partir das ações características, e majorá-las posteriormente. Entretanto, quando se trata de problemas com não-linearidade geométrica, essas duas formas não fornecem o mesmo resultado. Adicionalmente, deve-se considerar que os coeficientes de ponderação γ_f , apresentados na tabela (B.1), são resultantes do produto de dois outros fatores:

$$\gamma_f = \gamma_{f1} \cdot \gamma_{f3} \quad (3.22)$$

sendo que apenas γ_{f1} diz respeito à variabilidade das ações, enquanto que γ_{f3} , segundo Vasconcelos (1987), está associado às incertezas na determinação correta das solicitações a partir das ações, além de eventuais erros de execução. Assim, se as ações são previamente majoradas de γ_f , as solicitações resultantes são excessivas. Contudo, se o coeficiente de majoração é aplicado às solicitações determinadas a partir das ações características, os valores resultantes desta majoração são inferiores aos que devem ser utilizados.

Desta forma, para a correta determinação das solicitações, estas devem ser obtidas a partir da prévia majoração das ações, que serão multiplicadas por (γ_f / γ_{f3}) para, em etapa posterior, majorar de γ_{f3} os esforços resultantes da análise. Segundo a NBR 6618 (2003), considera-se $\gamma_{f3} = 1,10$, ou seja:

$$S_{d,total} = 1,10 \cdot S_d(F_d/1,10) \quad (3.23)$$

Sendo: S_d são os esforços obtidos a partir da análise e considerando $(F_d/1,10)$;

$S_{d,total}$ são os esforços de projeto.

As combinações críticas, utilizadas nos estados limites (último e de utilização) provêm da investigação dos seguintes casos de carga:

- a. $G + Q$;
- b. $G + Q + Vento em (X) global$;
- c. $G + Q + Vento em (-X) global$;
- d. $G + Q + Vento em (Y) global$;
- e. $G + Q + Vento em (-Y) global$.

(3.24)

3.2.4 Simulação das Lajes como Pavimento Rígido

A consideração da laje funcionando como diafragma rígido é bastante comum. Esta configuração leva contudo a uma dependência linear entre os deslocamentos dos pontos nodais da estrutura que estão contidos no plano da laje. Essa dependência é conhecida na literatura internacional como uma relação dos deslocamentos do nó “*master*” e dos nós “*slaves*”. Neste caso, é possível fazer com que os deslocamentos de um nó sejam dependentes, total ou parcialmente, dos deslocamentos nodais de outro nó.

Para tal, considera-se que os deslocamentos do nó i sejam dependentes dos deslocamentos do nó j e que a distância entre eles seja de dx , dy e dz , como mostra a figura (3.5). Assim, expressando-se os deslocamentos do nó i em função do nó j , obtém-se:

$$u1_i = u1_j - dz \cdot u5_j + dy \cdot u6_j \quad (3.25a)$$

$$u2_i = u2_j + dz \cdot u4_j - dx \cdot u6_j \quad (3.25b)$$

$$u3_i = u3_j - dy \cdot u4_j + dx \cdot u5_j \quad (3.25c)$$

$$u4_i = u4_j \quad (3.25d)$$

$$u5_i = u5_j \quad (3.25e)$$

$$u6_i = u6_j \quad (3.25f)$$

onde,

$$dx = X_j - X_i \quad (3.26a)$$

$$dy = Y_j - Y_i \quad (3.26b)$$

$$dz = Z_j - Z_i \quad (3.26c)$$

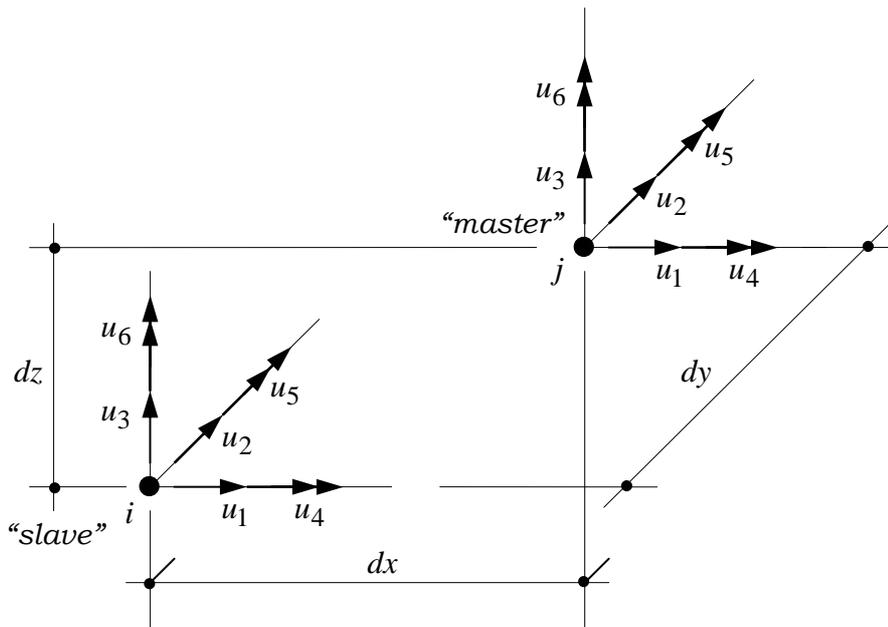


Figura 3.5 – Deslocamentos nodais e distância entre os nós *i* e *j*.

Com estas expressões pode-se escrever:

$$U_i = T_{ij} U_j \tag{3.27}$$

onde:

U_i é o vetor de deslocamentos do nó *i*;

U_j é o vetor de deslocamentos do nó *j*;

T_{ij} é a matriz de transformação, para dependência linear clássica, entre os deslocamentos do nó dependente *i* e mestre *j*, sendo escrita da seguinte forma:

$$T_{ij} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -dz & dy \\ 0 & 1 & 0 & dz & 0 & -dx \\ 0 & 0 & 1 & -dy & dx & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3.28}$$

Procedendo-se de forma análoga para as forças obtém-se:

$$F_j = T_{ij}^t \cdot F_i \tag{3.29}$$

Para um elemento de dois nós i e k onde i é dependente de j e k é dependente de l , tem-se:

$$T_e = \begin{bmatrix} T_{ij} & 0 \\ 0 & T_{kl} \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

Com essas transformações pode-se escrever

$$Kg_e U_{g_e} = F_{g_e} \quad (3.31)$$

$$Kg_e T_e U_e = F_{g_e} \quad (3.32)$$

que, pré-multiplicando-se por T_e^t , fornece

$$(T_e^t Kg_e T_e) U_e = T_e^t F_{g_e} \quad (3.33)$$

onde:

Kg_e - Matriz de rigidez do elemento no sistema global;

U_{g_e} - vetor dos deslocamentos nodais do elemento no sistema global;

U_e - vetor dos deslocamentos nodais do nó mestre no sistema global;

F_{g_e} - vetor de forças nodais do elemento no sistema global.

Assim, a matriz de rigidez (K_e) e o vetor de forças (F_e) do elemento, em termos dos deslocamentos nodais do nó mestre, são dados, respectivamente, por:

$$K_e = T_e^t Kg_e T_e \quad (3.34)$$

$$F_e = T_e^t F_{g_e} \quad (3.35)$$

A matriz T_{ij} , apresentada na equação (3.28), foi estabelecida para um nó inteiramente dependente de outro. Admitindo-se, agora, como dependência, para considerar a laje funcionando como diafragma rígido, apenas translações no plano xy ($u1$ - translação em x , $u2$ - translação em y) e rotações perpendiculares a este plano ($u6$), obtém-se as seguintes equações, para o nó dependente i e o nó mestre j :

$$u1_i = u1_j + dy \cdot u6_j \quad (3.36a)$$

$$u2_i = u2_j - dx \cdot u6_j \quad (3.36b)$$

$$u6_i = u6_j \quad (3.36c)$$

Sob forma matricial, as equações (3.36) são reescritas como:

$$\begin{Bmatrix} u1_i \\ u2_i \\ u3_i \\ u4_i \\ u5_i \\ u6_i \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & dy \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -dx \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u1_j \\ u2_j \\ u3_i \\ u4_i \\ u4_i \\ u6_j \end{Bmatrix} \quad (3.37)$$

Desta forma, os termos da matriz de rigidez e do vetor de forças, associados aos graus de liberdade do nó i , $u1_i$, $u2_i$ e $u6_i$, descritos em função dos graus de liberdade do nó mestre j , particularizados para o presente trabalho, são obtidos empregando-se a matriz de transformação, apresentada na equação (3.37), nas equações (3.34) e (3.35).

Uma outra forma de considerar a influência das lajes, admitidas diafragmas rígidos, no sistema aporticado, é enrijecer as vigas na direção axial e à flexão lateral. Este é um método de implementação extremamente simples. Contudo, o método da dependência linear tem como vantagem a redução do número de graus de liberdade e, conseqüentemente, redução na dimensão do problema da análise.

3.2.5 Estratégia de Solução

O tratamento aproximado da não-linearidade física, a partir da redução do módulo de rigidez, permite desenvolver a análise como se apenas a não-linearidade geométrica estivesse sendo considerada.

Para introduzir os efeitos da não-linearidade geométrica no processo de análise, a formulação Lagrangeana Total é empregada, sendo esta implementada de forma incremental, de modo a obter-se, a cada passo de carga, as deformações totais.

O método de Newton-Raphson padrão é utilizado como estratégia de solução do problema não-linear, ou seja:

$$[K(\{u\}_i)] \cdot \{\Delta u\}_i = \{\Delta p\}_i \quad (3.30)$$

onde , para a i -ésima iteração dentro de cada passo de carga aplicado:

$\{u\}_i$: vetor contendo os deslocamentos totais globais correntes a serem ajustados;

$\{\Delta u\}_i$: vetor incremental de $\{u\}_i$;

de tal modo a se obter a próxima iteração, até a necessária convergência:

$$\{u\}_{i+1} = \{u\}_i + \{\Delta u\}_i ;$$

$\{\Delta p\}_i$: vetor que contém as diferenças entre os esforços atuantes e os seccionais

resistentes, correspondentes aos valores $\{u\}_i$ da i -ésima iteração;

$[K_t(\{u\}_i)] = [K_e] + [K_g(\{u\}_i)]$: matriz de rigidez tangente correspondente aos valores

$\{u\}_i$ da i -ésima iteração.