5
Estimação de Parâmetros utilizando o Algoritmo SAGE

Recentemente, vários algoritmos de alta resolução tem sido usados para estimar os parâmetros do canal com objetivo de validar as modelagens espaço temporais. Estes algoritmos podem ser classificados em dois grupos definidos em [60]: estimação paramétrica baseada no subespaço e estimação paramétrica determinística.

MUSIC, ESPRIT e Unitary ESPRIT são exemplos de algoritmos que se enquadram no primeiro grupo [61, 62, 63]. Todos estes três algoritmos foram inicialmente desenvolvidos para a estimação do ângulo de chegada. O algoritmo ESPRIT, recentemente, foi adaptado para estimação conjunta do tempo e do ângulo de chegada [64] e o Unitary ESPRIT para estimação conjunta dos ângulos de azimute e elevação [65]. Em [35, 59, 66] foi aplicado para estimação dos parâmetros de um canal MIMO.

Algoritmos baseados na estimação ML (*Maximum Likelihood*) tais como AP (*Alternating Projection*), o EM (*Expectation Maximization*) e o SAGE (*Space-Alternating Generalized Expectation maximization*) são exemplos que enquadram no segundo grupo [67, 68, 69]. Em [70, 71, 72] o algoritmo SAGE foi aplicado para estimação conjunta do atraso e ângulo de chegada para um ambiente não variante no tempo e para estimação conjunta do atraso, ângulo de chegada e da freqüência Doppler para um ambiente variante no tempo. Recentemente, o algoritmo SAGE foi utilizado para estimação conjunta do atraso, ângulo de azimute e elevação [73], e em [74, 75, 76] o algoritmo SAGE foi adaptado para extração dos parâmetros do canal MIMO.

Algoritmos baseados na estimação ML fornecem um alto desempenho mesmo para razão sinal ruído baixo e quando o número das amostras é pequeno. Além disso, estes algoritmos não exigem uma a geometria regular dos arranjos como os algoritmos do primeiro grupo.

O algoritmo SAGE foi adotado em nossos estudos e foi aplicado para estimação conjunta dos tempos e ângulos de chegada, angulo de saída e amplitude do sinal. A seguir, será apresentado os conceitos básicos do algoritmo SAGE e a modelagem implementada para estimação dos parâmetros do canal.

5.1
Modelo do sinal

Os parâmetros do canal MIMO serão estimados a partir da observação da função de transferência de cada canal correspondente a um par de antenas transmissora-receptora. Para a antena transmissora n e a antena receptora m a função de transferência será

$$H_{m,n}(f) = \sum_{l=1}^{L} \alpha_l \cdot e^{-j2\pi f \tau_l} \cdot e^{-j\left(2\pi m \frac{d}{\lambda} sen\phi_{R,l}\right)} \cdot e^{-j\left(2\pi n \frac{d}{\lambda} sen\phi_{T,l}\right)} \quad (1)$$

onde $m = 1...M$ e $n = 1...N$. Estas funções são amostradas com intervalo Δf gerando-se K amostras. Para um multipercurso l, o conjunto ordenado de todas as amostras das funções de transferência correspondentes a todos pares de antenas pode ser associado às componentes de um vetor $\vec{S}_l$. Este vetor tem uma componente genérica dada por:

$$H_{m,n}(k\Delta f) = H_{m,n,k} = \sum_{l=1}^{L} \alpha_l \cdot a_{R,m}\left(\phi_{R,l}\right) \cdot a_{T,n}\left(\phi_{T,l}\right) \cdot a_{\tau,k}\left(\tau_l\right) \quad (2)$$

onde $a_{R,m}\left(\phi_{R,l}\right)$, $a_{T,n}\left(\phi_{T,l}\right)$ e $a_{\tau,k}\left(\tau_l\right)$ são dados por:

$$a_{R,m}\left(\phi_{R,l}\right) = e^{-j2\pi m \frac{d}{\lambda} sen\left(\phi_{R,l}\right)} ,$$

$$a_{T,n}\left(\phi_{T,l}\right) = e^{-j2\pi n \frac{d}{\lambda} sen\left(\phi_{T,l}\right)}$$

e

$$a_{\tau,k}\left(\tau_l\right) = e^{-j2\pi k \Delta f \tau_l} \quad (***)$$

onde $\phi_{R,l}$ e $\phi_{T,l}$ são os ângulos de azimute no receptor e transmissor respectivamente, para cada multipercurso e τ é o tempo de chegada deste multipercurso.

O conjunto de amostras $\{H_{m,n,k}\}$ pode ser associado ao conjunto de componentes de um vetor:

$$\vec{H} = \sum_{l=1,}^{L} \alpha_l \vec{S}_l(\phi_{R,l}, \phi_{T,l}, \tau_l)$$

onde

$$\vec{S}_l(\phi_{R,l}, \phi_{T,l}, \tau_l) = \vec{a}_R\left(\phi_{R,l}\right) \otimes \vec{a}_T\left(\phi_{T,l}\right) \otimes \vec{a}_\tau\left(\tau_l\right) \tag{3}$$

$$\vec{a}_R = \left[a_{R,1}, a_{R,2} \ldots \;\; a_{R,M} \right]^T,$$

$$\vec{a}_T = \left[a_{T,1}, a_{T,2} \ldots \;\; a_{T,N} \right]^T$$

e

$$\vec{a}_\tau = \left[a_{\tau,1}, a_{\tau,2} \ldots \;\; a_{\tau,k} \right]^T$$

$\otimes$ é o produto Kronecker.

As componentes de $\vec{S}_l$ terão a seguinte ordenação

$$\vec{S}_l = \cdot \begin{bmatrix} a_{R,1}a_{T,1}a_{\tau,1}, & a_{R,1}a_{T,1}a_{\tau,2}, & \cdots & a_{R,1}a_{T,1}a_{\tau,K}, \\ a_{R,1}a_{T,2}a_{\tau,1}, & a_{R,1}a_{T,2}a_{\tau,2}, & \cdots & a_{R,1}a_{T,2}a_{\tau,K}, \\ \vdots & & & \\ a_{R,1}a_{T,N}a_{\tau,1}, & a_{R,1}a_{T,N}a_{\tau,2}, & \cdots & a_{R,1}a_{T,N}a_{\tau,K}, \\ a_{R,2}a_{T,1}a_{\tau,1}, & a_{R,2}a_{T,1}a_{\tau,2}, & \cdots & a_{R,2}a_{T,1}a_{\tau,K}, \\ a_{R,2}a_{T,2}a_{\tau,1}, & a_{R,2}a_{T,2}a_{\tau,2}, & \cdots & a_{R,2}a_{T,2}a_{\tau,K}, \\ \vdots & & & \\ a_{R,2}a_{T,N}a_{\tau,1}, & a_{R,2}a_{T,N}a_{\tau,2}, & \cdots & a_{R,2}a_{T,N}a_{\tau,K}, \\ \vdots & & & \\ a_{R,M}a_{T,1}a_{\tau,1}, & a_{R,M}a_{T,1}a_{\tau,2}, & \cdots & a_{R,M}a_{T,1}a_{\tau,K}, \\ a_{R,M}a_{T,2}a_{\tau,1}, & a_{R,M}a_{T,2}a_{\tau,2}, & \cdots & a_{R,M}a_{T,2}a_{\tau,K}, \\ \vdots & & & \\ a_{R,M}a_{T,N}a_{\tau,1}, & a_{R,M}a_{T,N}a_{\tau,2}, & \cdots & a_{R,M}a_{T,N}a_{\tau,K} \end{bmatrix}^T \quad (*)$$

Adicionando-se o ruído a cada componente, tem-se a seguinte expressão do sinal observado:

$$\vec{Y} = \sum_{l=1}^{L} \alpha_l \vec{S}_l(\alpha_l, \phi_{R,l}, \phi_{T,l}, \tau_l) + \vec{n} = \sum_{l=1}^{L} \alpha_l \vec{S}_l(\theta_l) + \vec{n} = \sum_{l=1}^{L} \overrightarrow{H}_l(\theta_l) + \vec{n} = \overrightarrow{H}(\theta) + \vec{n} \qquad (4)$$

ou, em termos das componentes dos vetores, onde:

$$Y_{m,n,k} = \sum_{l=1}^{L} \alpha_l \cdot a_{R,m}(\phi_{R,l}) \cdot a_{T,n}(\phi_{T,l}) \cdot a_{\tau,k}(\tau_l) \; + n_{m,n,k}$$

$n_{m,n,k}$ é a componente de ruído correspondente, $\theta_l = [\alpha_l, \phi_{R,l}, \phi_{T,l}, \tau_l]$ e $\theta = [\theta_1, ..., \theta_L]$.

5.2
Função *Log-Likelihood* e estimação *Maximum-Likelihood*

A função densidade condicional da observação $\vec{Y}$ dado θ é dada por:

$$pdf(Y|\theta) = \frac{1}{(\pi\sigma^2)^M} e^{\frac{1}{\sigma^2}(Y-H(\theta))^H (Y-H(\theta))} \qquad (5)$$

e sua função *log-likelihood* é dada por:

$$Z(Y|\theta) = \ln(pdf(Y|\theta)) = -M \cdot \ln(\pi \cdot \sigma^2) - \frac{1}{\sigma^2}(Y - H(\theta))^H (Y - H(\theta)) \quad (6)$$

Uma estimativa *Maximum-Likelihood* (ML) de θ dada a observação $\vec{Y}$ é o valor deste vetor que a maximiza função *log-likelihood*, ou seja,

$$\hat{\theta}_{ML}(Y) = \arg\max_{\theta}(Z(Y|\theta)) \qquad (7)$$

O procedimento de maximização para estimar $\hat{\theta}_{ML}$ é computacionalmente proibitivo devido a alta dimensão de θ e L, além disso $Z(Y|\theta)$ é uma função não linear de θ.

5.2.1
Algoritmo EM (*Expectation-Maximization*)

O algoritmo EM é um método iterativo formulado para resolver o problema de estimação ML nas situações onde partes das informações são fornecidas ou não [67, 68]. Em [67], por exemplo, o algoritmo EM foi aplicado a um problema de estimação de superposições de sinais na presença de ruído gaussiano branco.

O algoritmo EM é baseado em dois conceitos principais: dado incompleto (dado observado) e dado completo (dado não observável). No problema de estimação de superposições de sinais (4), os sinais individuais $\vec{H}_l$ corrompido por um ruído representa o conjunto dos dados completos. O dado completo pode ser representado por:

$$\vec{X}_l = \vec{H}_l\left(\theta_l\right) + \sqrt{\frac{\beta_l N_0}{2}}n_l \tag{8}$$

onde $l = 1 \ldots L$, $n_1 \ldots n_L$ são os ruídos gaussianos independentes e $\beta_1 \ldots \beta_L$ satisfaz $\sum_{l=1}^{L} \beta_l = 1$ de maneira que $\left\{\sqrt{\beta_1}n_1, \ldots \sqrt{\beta_L}n_L\right\}$ representa a decomposição de *n*.

O sinal recebido é considerado como o dado incompleto, e pode ser expresso em função do dado completo como mostra a equação abaixo.

$$\vec{Y} = \sum_{l=1}^{L} \vec{X}_l = \sum_{l=1}^{L}\left(\vec{H}_l\left(\theta_l\right) + \sqrt{\frac{\beta_l N_0}{2}}n_l\right) \tag{9}$$

Observando o lado direito da Equação 9, a estimativa ML $\hat{\theta}_{ML}\left(\left[X_1 \ldots X_L\right]\big|_{\theta}\right)$ de θ baseado na observação dos dados $\left[X_1 \ldots X_L\right]$ requer L procedimentos de maximização em relação a θ_l, mostrando se uma menor complexidade comparada com o calculo da equação 7. Porém, já que o dado completo, $\vec{X}_l$, não é observável, é necessário estimá-lo a partir da observação do dado incompleto, $\vec{Y} = y$, e de uma estimativa inicial, $\hat{\theta}'$, de θ. Assim, o dado completo é estimado a partir do valor esperado condicional dado $\vec{Y} = y$ e assumido $\hat{\theta}' = \theta$, isto é:

$$\hat{x}_l\left(\hat{\theta}'\right) = E_{\hat{\theta}'}\left[X_l \left| y\right.\right] \quad (10)$$

onde $l = 1 \ldots L$, E_θ representa o valor esperado para um dado valor de θ. A estimativa ML do vetor de parâmetros θ_l pode então ser re-estimada com base na observação $\vec{X}_l = \hat{x}_l\left(\hat{\theta}'\right)$, isto é:

$$\hat{\theta}_l'' = \arg\max_{\theta_l}\left(Z\left(\hat{x}_l\left(\hat{\theta}'\right) \middle| \theta_l\right)\right) \quad (11)$$

Os cálculos de 10 e 11 são referenciados como etapa de expectância e de maximização do algoritmo EM, respectivamente. Desse modo, o algoritmo EM permite a divisão do problema de otimização que procurava estimar L sinais superpostos conjuntamente, em L distintos problemas de maximização.

A estimativa $\hat{x}_l\left(\hat{\theta}'\right)$ do dado completo $\vec{X}_l$ em (10) é determinada em [68, 72] como:

$$\hat{x}_l\left(\hat{\theta}'\right) = H\left(\hat{\theta}_l'\right) + \beta_l\left[\vec{Y} - \sum_{l'}^{L} H\left(\hat{\theta}_{l'}'\right)\right] \quad (12)$$

O primeiro termo representa a contribuição do l-ésimo sinal assumindo $\theta_l = \hat{\theta}_l'$. A expressão dentro do parênteses é uma estimativa do ruído baseada na hipótese de que $\theta = \hat{\theta}'$. Com $\beta_l = 1$, a taxa de convergência é melhorada e, por isso, é adotada pela maioria dos trabalhos [72].

5.2.2
Algoritmo SAGE (*Space-Alternating Generalized EM*)

O algoritmo SAGE é uma extensão do algoritmo EM. Cada iteração do algoritmo SAGE é uma iteração EM para re-estimar não necessariamente todos parâmetros de θ mais somente um sub-conjunto dos parâmetros de θ mantendo as estimativas dos outros parâmetros fixos.

A principal idéia do algoritmo SAGE é dividir o conjunto de parâmetros em vários subgrupos sobrepostos. Então, o algoritmo EM é aplicado seqüencialmente para atualizar os parâmetros em cada um desses grupos separadamente mantendo os outros parâmetros constantes. Porém, em [70, 72] foi demonstrado que a etapa de expectância era a mesma para cada sub-conjunto, assim apenas o processo de maximização da função *log-likelihood* é realizado em relação a cada subconjunto.

Para o caso de $\theta_l = \left[\alpha_l, \phi_{R,l}, \phi_{T,l}, \tau_l\right]$, teremos três sub-grupos divididos em $\left\{\alpha_l, \phi_{R,l}\right\}$, $\left\{\alpha_l, \phi_{T,l}\right\}$ e $\left\{\alpha_l, \tau_l\right\}$. Concatenar as três iterações EM para re-estimar os pares dos três subconjuntos resulta nos seguintes procedimentos de atualização:

$$\tau_l'' = \arg \max_{\tau} \left(\left| Z_l(\phi_{R,l}', \phi_{T,l}', \tau) \right| \right) \tag{13}$$

$$\phi_{R,l}'' = \arg \max_{\phi_R} \left(\left| Z_l(\phi_R, \phi_{T,l}'', \tau'') \right| \right) \tag{14}$$

$$\phi_{T,l}'' = \arg \max_{\phi_R} \left(\left| Z_l(\phi_R'', \phi_{R,l}, \tau'') \right| \right) \tag{15}$$

A maximização representada em (13), (14) e (15) é feita variando-se exaustivamente os parâmetros τ, ϕ_R e ϕ_T e procura determinar o valor que maximiza a função *log-likelihood*. A estimativa da amplitude α_l é obtida através da função normalizada *log-likelihood* com os parâmetros maximizados, dada por:

$$\alpha_l'' = \frac{Z_l(\phi_{R,l}'', \phi_{T,l}'', \tau'')}{Q} \tag{16}$$

onde Q é um fator que depende do sistema.

A Figura 14 mostra o fluxograma do funcionamento do algoritmo SAGE. Dado um valor inicial dos parâmetros, θ', na primeira iteração, onde $l = 1$, temos a etapa de expectância dado pela Equação (12) e, em seguida, a etapa de maximização, dada pelas Equações (13) a (16). θ' é atualizado e para $l = 2$ temos novamente as etapas de expectância e de maximização. Esse procedimento é realizado ate $l = L$. Para a segunda iteração todo o procedimento descrito acima é realizado novamente. A quantidade de iterações dependerá do critério adotado: convergência ou número de iterações.

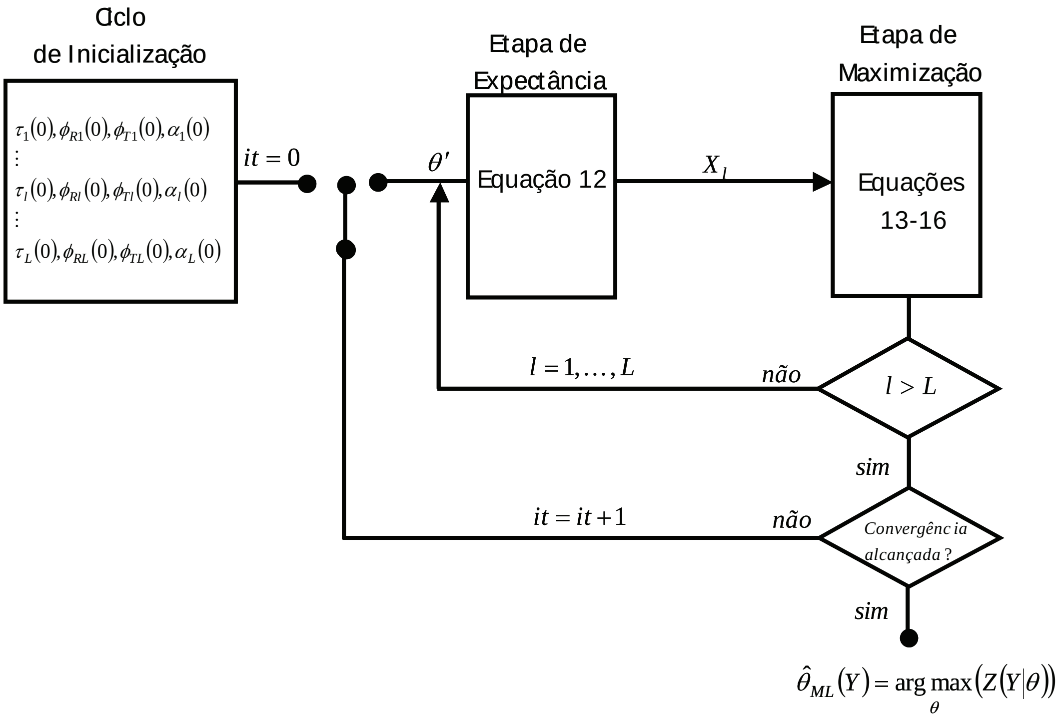

Figura 14 - Fluxograma do algoritmo SAGE

5.3
Modelagem do modelo Implementado

Como já explicado anteriormente, o algoritmo SAGE baseia-se em duas etapas principais: etapa de expectância e etapa de maximização. No algoritmo padrão SAGE [72], durante a etapa de expectância as observações correspondentes ao *l-ézimo* percurso, $\vec{X}_l$ (dados completos), são estimadas, subtraindo-se do sinal observado $\vec{Y}$ (dados incompletos) a contribuição estimada de todos os percursos, exceto do percurso desejado, isto é:

$$\vec{X}_l = \vec{Y} - \sum_{\substack{i'=1 \\ i' \neq l}}^{L} \alpha_{i'} \vec{S}_{i'}(\phi_{R,i'}, \phi_{T,i'}, \tau_{i'}) \tag{17}$$

ou, em termos das componentes dos vetores,

$$X_{m,n,k,l} = \sum_{i=1}^{L} \alpha_i \cdot a_{R,m}\left(\phi_{R,i}\right) \cdot a_{T,n}\left(\phi_{T,i}\right) \cdot a_{\tau,k}\left(\tau_i\right) + n_{m,n,k} - \sum_{\substack{i'=1 \\ i' \neq l}}^{L} \alpha_{i'} \cdot a_{R,m}\left(\phi_{R,i'}\right) \cdot a_{T,n}\left(\phi_{T,i'}\right) \cdot a_{\tau,k}\left(\tau_{i'}\right)$$

(18)

Note-se que se $\hat{\alpha}_l = \alpha_i$, $\hat{\phi}_{R,l} = \phi_{R,i}$, $\hat{\phi}_{T,l} = \phi_{T,i}$ e $\hat{\tau}_l = \tau_i$ (18) se reduz a

$$X_{m,n,k,l} = a_{R,m}\left(\hat{\phi}_{R,l}\right)\cdot a_{T,n}\left(\hat{\phi}_{T,l}\right)\cdot a_{\tau,k}\left(\hat{\tau}_l\right) \; + n_{m,n,k} \tag{19}$$

Os parâmetros do *l-ézimo* percurso devem então ser estimados através da maximização do módulo da correlação entre $\vec{X}_l$ e o sinal teórico do qual são variados os parâmetros. Usando (18), (3) e (*), esta correlação pode ser expressa por:

$$Z_l(\phi_R,\phi_T,\tau) = \vec{X}_l \cdot \vec{S}_l^H(\phi_R,\phi_T,\tau) = \sum_n\sum_m\sum_k X_{m,n,k,l}\cdot a^*_{R,m}\left(\phi_R\right)\cdot a^*_{T,n}\left(\phi_T\right)\cdot a^*_{\tau,k}\left(\tau\right) \tag{20}$$

onde $X_{m,n,k,l}$ é dado por (19).

Conhecidos seus valores obtidos em um ciclo anterior, τ_l´ $\phi_{R,l}$´ $\phi_{T,l}$´ *e* α_l´ novos valores são estimados, para cada multipercurso, seqüencialmente através das seguintes expressões:

$$\tau''_l = \arg\max_{\tau}\left(\left|Z_l(\phi'_{R,l},\phi'_{T,l},\tau)\right|\right) \tag{21}$$

$$\phi''_{R,l} = \arg\max_{\phi_R}\left(\left|Z_l(\phi_R,\phi'_{T,l},\tau'')\right|\right) \tag{22}$$

$$\phi''_{T,l} = \arg\max_{\phi_T}\left(\left|Z_l(\phi''_R,\phi_{T,l},\tau'')\right|\right) \tag{23}$$

Como citado acima, a maximização representada em (21), (22) e (23) é feita variando-se exaustivamente os parâmetros τ, ϕ_R e ϕ_T e procurando-se determinar o valor que maximiza o módulo da correlação. A estimativa da amplitude α_l pode ser obtida através:

$$\alpha''_l = \frac{Z_l(\phi''_{R,l},\phi''_{T,l},\tau''_l)}{M\cdot N\cdot K} \tag{24}$$

Será apresentada a seguir uma análise que permite uma justificativa heurística para a validade do processo descrito. Foi calculada a correlação Z_l na ausência de ruído, supondo que os dados completos utilizando (17) possam ser determinados de forma ideal. Nesse caso, obteve se:

$$Z_l = \sum_n \sum_m \sum_k \alpha_l \cdot a_{R,m}\left(\phi_{R,l}\right) \cdot a_{T,n}\left(\phi_{T,l}\right) \cdot a_{\tau,k}\left(\tau_l\right) \cdot a^*_{R,m}\left(\phi_R\right) \cdot a^*_{T,n}\left(\phi_T\right) \cdot a^*_{\tau,k}\left(\tau\right) \qquad (25)$$

que pode ser desmembrada na forma:

$$Z_l = \alpha_l \sum_n a_{T,n}\left(\phi_{T,l}\right) \cdot a^*_{T,n}\left(\phi_T\right) \cdot \sum_m a_{R,m}\left(\phi_{R,l}\right) \cdot a^*_{R,m}\left(\phi_R\right) \sum_k \cdot a_{\tau,k}\left(\tau_l\right) \cdot a^*_{\tau,k}\left(\tau\right)$$

Utilizando (***) na expressão acima, pode-se verificar que, se $\phi_R = \phi_{R,l}$, $\phi_T = \phi_{T,l}$ e $\tau = \tau_l$, tem se que cada termo do somatório triplo assume seu valor máximo igual a 1 e, assim, idealmente:

$$Z_l = \alpha_l \cdot M \cdot N \cdot K \qquad (26)$$

o que justifica a Equação (24).

Uma alternativa à expressão (17) para estimação dos dados correspondentes a um percurso isolado é o uso da técnica de cancelamento de interferência serial. Neste esquema as estimativas dos sinais correspondentes aos diversos percursos são subtraídos sucessivamente do sinal observado. Neste caso:

$$\vec{X}_l = \vec{Y} - \sum_{l'=1}^{l-1} \alpha_{l'} \vec{S}_{l'}(\phi_{R,l'}, \phi_{T,l'}, \tau_{l'}) \qquad (27)$$

O processo de estimação utilizando (27) também pode ser analisado em condições ideais, na ausência de ruído, no caso da estimação dos parâmetros do raio principal. Neste caso $\vec{X}_l = \vec{Y}$ e, aplicando (25), tem se:

$$Z_1 = \sum_n \sum_m \sum_k \sum_l \alpha_l \cdot a_{R,m}\left(\phi_{R,l}\right) \cdot a_{T,n}\left(\phi_{T,l}\right) \cdot a_{\tau,k}\left(\tau_l\right) \cdot a^*_{R,m}\left(\phi_R\right) \cdot a^*_{T,n}\left(\phi_T\right) \cdot a^*_{\tau,k}\left(\tau\right) \quad (26)$$

que pode ser desmembrada na forma:

$$\begin{aligned} Z_1 &= \alpha_1 \cdot \sum_n a_{T,n}\left(\phi_{T,1}\right) \cdot a^*_{T,n}\left(\phi_T\right) \cdot \sum_m a_{R,m}\left(\phi_{R,1}\right) \cdot a^*_{R,m}\left(\phi_R\right) \sum_k \cdot a_{\tau,k}\left(\tau_1\right) \cdot a^*_{\tau,k}\left(\tau\right) \\ &+ \sum_{l>1} \alpha_l \cdot \sum_n a_{T,n}\left(\phi_{T,l}\right) \cdot a^*_{T,n}\left(\phi_T\right) \cdot \sum_m a_{R,m}\left(\phi_{R,l}\right) \cdot a^*_{R,m}\left(\phi_R\right) \sum_k \cdot a_{\tau,k}\left(\tau_l\right) \cdot a^*_{\tau,k}\left(\tau\right) \end{aligned} \qquad (27)$$

Através desta expressão pode se verificar que se $\alpha = \alpha_1$, $\phi_R = \phi_{R,1}$, $\phi_T = \phi_{T,1}$ e $\tau = \tau_1$ tem se:

$$Z_1 = \alpha_1 \cdot M \cdot N \cdot K + \sum_{l>1} \alpha_l \cdot \sum_n a_{T,n}\left(\phi_{T,l}\right) \cdot a^*_{T,n}\left(\phi_{T,1}\right) \cdot \sum_m a_{R,m}\left(\phi_{R,l}\right) \cdot a^*_{R,m}\left(\phi_{R,1}\right) \sum_k \cdot a_{\tau,k}\left(\tau_l\right) \cdot a^*_{\tau,k}\left(\tau_1\right) \tag{28}$$

Considerando que $M \cdot N \cdot K$ é um número elevado e que a influência do termo restante não seja da mesma ordem de grandeza semelhante, para os valores corretos dos parâmetros a correlação tende a ser maximizada. Sob este aspecto, o peso do termo $\sum_{k=1}^{K} a_{\tau,k}\left(\tau_l\right) \cdot a^*_{\tau,k}\left(\tau_1\right)$ é o mais importante levando em conta que K é um número bastante elevado comparado a M e N. Se $\tau_l - \tau_1$ for muito pequeno (< 1 ns) a influência deste termo pode se tornar grande e dificultar a estimação (o que é usual neste tipo de problema).

As considerações anteriores mostram de forma heurística que Z_l é maximizado com os valores corretos dos 3 parâmetros. Ainda de forma heurística pode-se verificar que, mesmo sem a estimação correta dos ângulos de chegada e saída, é possível encontrar o valor de atraso através da maximização de uma função custo dada por:

$$W_l(\tau) = \sum_n \sum_m \left| \sum_k X_{m,n,k} \cdot a^*_{\tau,k}\left(\tau\right) \right|^2 \tag{29}$$

No caso ideal, sem ruído $X_{m,n,k}$ é dado por

$$X_{m,n,k,l} = a_{R,m}\left(\phi_{R,l}\right) \cdot a_{T,n}\left(\phi_{T,l}\right) \cdot a_{\tau,k}\left(\tau_l\right) \tag{30}$$

Substituindo (30) em (29), tem se:

$$W_l(\tau) = \sum_n \sum_m \left| a_{R,m}\left(\phi_{R,l}\right) \cdot a_{T,n}\left(\phi_{T,l}\right) \cdot \sum_k a_{\tau,k}\left(\tau_l\right) \cdot a^*_{\tau,k}\left(\tau\right) \right|^2 \tag{31}$$

Observando (30) e (31), tem se:

$$W_l(\tau) = MN \left| \sum_k a_{\tau,k}\left(\tau_l\right) \cdot a^*_{\tau,k}\left(\tau\right) \right|^2 \tag{32}$$

Esta função é maximizada para $\tau = \tau_l$.

O processo de estimar o tempo de chegada sem levar em conta as informações dos ângulos de chegada e saída pode ser chamado de processamento não coerente espacial.

5.4
Ciclo de Inicialização

A convergência do algoritmo SAGE depende das condições iniciais estabelecidas. Adotando o procedimento proposto em [75] foi utilizado no ciclo inicial a técnica de cancelamento de interferência serial para obtenção dos dados completos. Por outro lado, os tempos de chegada de todos os multipercursos são estimados não coerentemente via correlação no domínio da freqüência dada por (29). Neste caso, (21) é substituída por:

$$\tau_l'' = \arg \max_{\tau} \left(W_l(\tau) \right) \tag{33}$$

Para a estimação do ângulo de chegada e de saída uma estimação conjunta dos dois parâmetros foi realizada. As Equações (22) e (23) são substituídas por:

$$\left[\phi_{R,l}'', \phi_{T,l}'' \right] = \arg \max_{\varphi_R \, \varphi_T} \left(\left| Z_l \right|^2 \right) \tag{34}$$

Em resumo, o algoritmo de inicialização executa o seguinte procedimento: o tempo de chegada do primeiro multipercurso é estimado através da Equação (33) e os ângulos de chegada e saída através de (22). O sinal do primeiro multipercurso pode então ser reconstruído e é subtraído da resposta do canal recebido. Seguindo este procedimento, os parâmetros dos outros multipercursos são estimados.

O fluxograma mostrado na Figura 1 resume o modelo implementado do algoritmo SAGE. Na implementação os parâmetros estimados são seqüencialmente e ciclicamente atualizados na seguinte ordem $\hat{\tau}_1 \to \hat{\phi}_{R,1} \to \hat{\phi}_{T,1} \ldots \hat{\tau}_L \to \hat{\phi}_{R,L} \to \hat{\phi}_{T,1R} \ldots \hat{\tau}_1 \to \hat{\phi}_{R,1} \to \hat{\phi}_{T,1}$ até que a convergência seja alcançada.

Na etapa de expectância o dado completo pode ser calculado de duas maneiras distintas (Equações (17) e (27)).

5.5
Validação dos algoritmos

O desempenho dos algoritmos descritos na Seção 3 foi avaliado através de simulações. As funções de transferência $H_{m,n}(f)$ foram geradas de acordo com (1), onde os parâmetros α_l, τ_l, $\phi_{R,l}$ e $\phi_{T,l}$ são conhecidos. Acrescentando-se o ruído gerado através de seqüências pseudo-aleatórias, determina-se o sinal observado de acordo com (4).

Nos testes simulados foram considerados quatro elementos, separados por meio comprimento de onda, nos arranjos dos transmissores e receptores. No ciclo de inicialização o passo no processo iterativo de maximização foi de 0.015 *ns* no domínio dos retardos e de 0.01º no domínio dos ângulos. O algoritmo SAGE utilizando a Equação (17) para estimação do dado completo foi utilizada.

Teste 1 – Teste de resolução no domínio do tempo

O objetivo deste teste é determinar a resolução do algoritmo SAGE no domínio do tempo, ou seja, a capacidade de estimarem componentes de multipercurso com valores próximos de atraso. Os outros parâmetros dos multipercursos são bem distintos. Foram adotados os seguintes parâmetros: Δt = 0.025 *ns* e $\Delta\theta$ = 0,01º. Os resultados foram colhidos após dez iterações no algoritmo SAGE.

A Tabela 1 apresenta os valores reais para os ângulos de chegada e saída e para a amplitude complexa utilizados no teste.

L	ϕR (º)	ϕT (º)	α (dB)
1	10.00	40.00	0.000
2	35.00	20.00	-0.630
3	45.00	30.00	-1.000
4	20.00	10.00	-1.750

Tabela 1 - Teste 1 - Valores reais dos ângulos de chegada e saída e da amplitude complexa

A Tabela 2 apresenta os valores estimados dos parâmetros e os erros entre os valores reais e os estimados.

Caso	τ (ns) Valor Real	τ (ns)	Erro (%) τ (ns)	ϕR (º)	Erro (%) ϕR (º)	ϕT (º)	Erro (%) ϕT (º)	α (dB)	Erro (%) α
1	**3.000**	3.000	0.000	10.00	0.000	40.00	0.000	0.0020	0.023
	8.000	8.000	0.000	35.00	0.000	20.00	0.000	-0.6310	0.012
	13.000	13.000	0.000	45.00	0.000	30.00	0.000	-1.0090	0.104
	18.000	18.000	0.000	20.00	0.000	10.00	0.000	-1.7690	0.219
2	**3.000**	3.025	0.833	10.16	1.600	39.87	0.325	0.0870	1.007
	5.000	5.100	2.000	35.06	0.171	28.38	41.900	-0.2410	4.580
	7.000	7.113	1.607	45.23	0.511	30.50	1.667	-1.4030	4.534
	9.000	8.925	0.833	19.99	0.050	10.09	0.900	-1.6620	1.018
3	**3.000**	3.025	0.833	10.39	3.900	40.34	0.850	0.2120	2.471
	4.000	4.150	3.750	36.46	4.171	21.74	8.700	0.6750	16.212
	5.000	5.337	6.748	47.30	5.111	33.10	10.333	-3.8400	27.889
	6.000	5.750	4.167	20.51	2.550	10.25	2.500	-0.9490	9.660
4	**3.000**	3.000	0.000	10.08	0.800	40.39	0.975	-0.0510	0.585
	3.500	3.575	2.143	38.08	8.800	22.49	12.450	0.4680	13.475
	4.000	4.188	4.688	47.60	5.778	33.11	10.367	-3.9960	29.173
	4.500	4.388	2.500	20.64	3.200	10.31	3.100	-1.1230	7.486

Tabela 2 - Teste 1 - Valores estimados dos parâmetros para diferentes resoluções – SAGE-PIC

Pode se observar na Tabela 2 que para valores bem distintos, caso 1, dos parâmetros, algoritmo SAGE consegue estimar corretamente todos os parâmetros do canal. Para o caso 2, o algoritmo SAGE estima os parâmetros e o porcentual de erro é muito baixo. Contudo, a partir do momento em que os raios vão se aproximando, os parâmetros tempo, ângulos de chegada e saída são estimados com um percentual de erro baixo. Porém, a amplitude começa a divergir um pouco do valor real.

Se a transformada de Fourier for utilizada para a estimação dos tempos de chegadas, mantendo as configurações adotadas na simulação, tem-se na Figura 15 os perfis de potência de retardo para os casos 1 e 2. Para a configuração adotada tem-se uma resolução 5 *ns* no domínio dos retardos, resolução que corresponde à capacidade de distinguir raios com diferença de 1,5 *m* no percurso de propagação.

Na Figura 15 as curvas preta e vermelha são os perfis de potência dos retardos obtidos da transformada de Fourier para os casos 1 e 2, respectivamente. Os pontos pretos e vermelhos são os valores estimados através do algoritmo SAGE dos tempos de chegada e de suas potências. Os pontos azul e verde são os tempos de chegada e suas potências para uma técnica de detecção de raios proposta por Elvino [77]. Pode-se observar a eficiência do algoritmo de alta resolução SAGE, onde quatro sinais são estimados corretamente. Através da combinação da transformada de Fourier com o algoritmo de detecção do Elvino, apenas um raio é estimado (círculo azul).

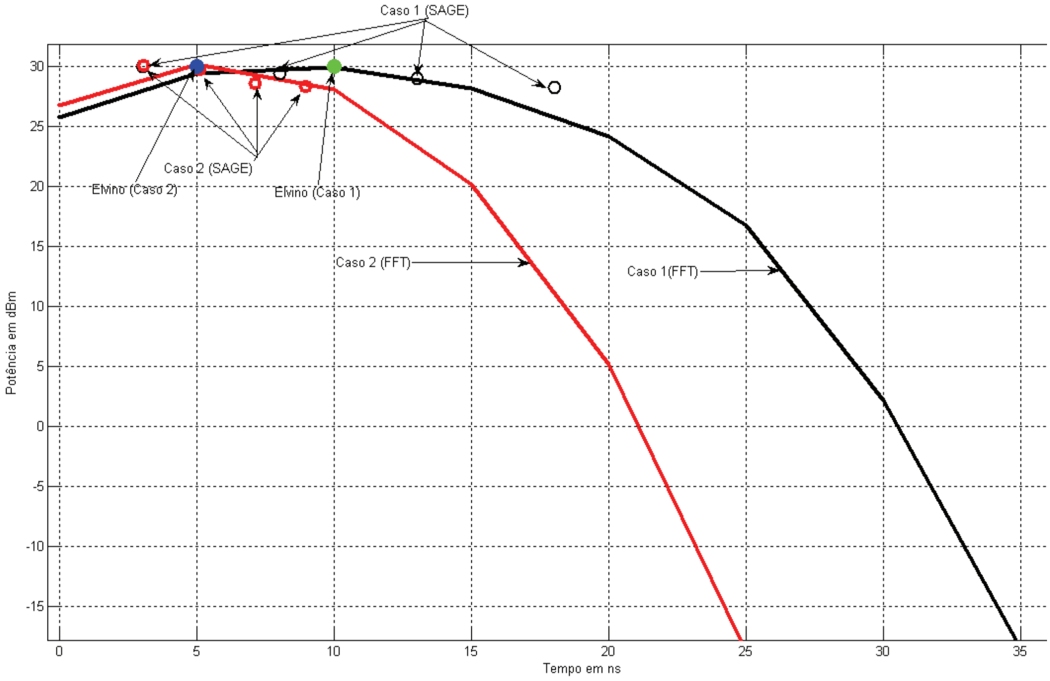

Figura 15 - Perfis de Potência de Retardos para os casos do teste 2

Teste 2 – Teste de resolução no domínio angular

O objetivo deste teste é determinar a resolução do algoritmo SAGE no domínio do angular, isto é, a sua capacidade de estimar componentes de multipercurso com valores de ângulo de chegada próximos. Os outros parâmetros dos multipercursos são bem distintos. Os valores de passo foram $\Delta t = 0.0125$ *ns* e $\Delta\theta = 0{,}01^{o}$. Os resultados foram colhidos após dez iterações nos algoritmos.

A Tabela 3 apresenta os valores reais para os tempos de chegada, ângulos de saída e para as amplitudes complexas utilizados no teste.

L	**τ (ns)**	**ϕT (º)**	**α (dB)**
1	3.00	40.00	0.000
2	8.00	20.00	-0.630
3	13.00	30.00	-1.000
4	18.00	10.00	-1.750

Tabela 3 - Teste 2 - Valores reais dos tempos de chegada, ângulo de saída e da amplitude complexa

A Tabela 4 apresenta os valores reais para os ângulos de chegada, os valores estimados dos parâmetros e os erros entre os valores reais e os estimados.

Caso	L	ϕR (º) Valor Real	τ (ns)	Erro (%) τ (ns)	ϕR (º)	Erro (%) ϕR (º)	ϕT (º)	Erro (%) ϕT (º)	α (dB)	Erro (%) α
1	1	10.000	3.00	0.000	10.020	0.200	40.150	0.375	-0.039	0.448
	2	10.000	7.938	0.781	10.000	0.000	19.980	0.100	-0.691	0.694
	3	10.000	12.963	0.288	10.000	0.000	29.940	0.200	-0.947	0.611
	4	10.000	18.013	0.069	9.980	0.200	9.930	0.700	-1.814	0.731
2	1	10.000	3.000	0.000	10.020	0.200	40.120	0.300	-0.031	0.359
	2	10.100	7.950	0.625	10.100	0.000	19.990	0.050	-0.681	0.580
	3	10.200	12.963	0.288	10.200	0.000	29.950	0.167	-0.958	0.487
	4	10.300	18.013	0.069	10.290	0.097	9.940	0.600	-1.805	0.629
3	1	10.000	2.988	0.417	10.010	0.100	40.160	0.400	-0.043	0.489
	2	10.500	7.938	0.781	10.500	0.000	20.030	0.150	-0.667	0.430
	3	11.000	12.963	0.288	11.000	0.000	29.940	0.200	-0.952	0.559
	4	11.500	18.013	0.069	11.490	0.087	9.950	0.500	-1.813	0.724
4	1	10.000	2.988	0.417	10.010	0.100	40.100	0.250	-0.026	0.300
	2	11.000	7.938	0.781	11.000	0.000	20.030	0.150	-0.651	0.238
	3	12.000	12.963	0.288	12.000	0.000	29.700	1.000	-0.972	0.321
	4	13.000	18.013	0.069	12.990	0.077	9.970	0.300	-1.797	0.535

Tabela 4 - Teste 2 - Valores estimados dos parâmetros para diferentes resoluções - PIC

No teste 2 os tempos e os ângulos de saída foram escolhidos serem bem distintos e o ângulo de chegada diferentes valores. Pode se observar na Tabela 2 que para todos os casos, todos parâmetros foram estimados como uma boa precisão.

Teste 3 – Teste de pior caso

Este teste avalia a resolução conjunta, isto é, a capacidade do algoritmo estimar valores próximos de atraso e com o mesmo ângulo de chegada. Os valores de passo foram Δt = 0.0125 ns e $\Delta\theta$ = 0,01º. Os resultados foram colhidos após dez iterações nos algoritmos.

A Tabela 5 apresenta os valores reais para os ângulos de chegada e saída e para a amplitude complexa utilizados no teste.

L	ϕR (º)	ϕT (º)	α (dB)
1	10.00	40.00	0.000
2	10.00	20.00	-0.630
3	10.00	30.00	-1.000
4	10.00	10.00	-1.750

Tabela 5 - Teste 3 - Valores reais dos tempos de chegada, ângulo de saída e da amplitude complexa

A Tabela 6 apresenta os valores reais para os ângulos de chegada, os valores estimados dos parâmetros e os erros entre os valores reais e os estimados.

Caso	L	τ (ns)	τ (ns)	Erro (%) τ (ns)	ϕR (º)	Erro (%) ϕR (º)	ϕT (º)	Erro (%) ϕT (º)	α (dB)	Erro (%) α
1	1	3.000	3.000	0.000	10.020	0.200	40.150	0.375	-0.039	0.448
	2	8.000	7.938	0.781	10.000	0.000	19.980	0.100	-0.691	0.694
	3	13.000	12.963	0.288	10.000	0.000	29.940	0.200	-0.947	0.611
	4	18.000	18.013	0.069	9.980	0.200	9.930	0.700	-1.814	0.731
2	1	3.000	2.525	15.833	10.02	0.200	39.01	2.475	-1.3650	14.543
	2	5.000	5.638	12.750	9.99	0.100	25.01	25.050	3.3494	58.114
	3	7.000	7.638	9.107	10.01	0.100	31.37	4.567	-5.2981	39.033
	4	9.000	9.075	0.833	10.03	0.300	10.35	3.500	-2.0177	3.035
3	1	3.000	2.475	17.500	10.05	0.500	45.25	13.125	-4.5540	40.803
	2	4.000	4.325	8.125	9.99	0.100	25.99	29.950	5.6142	105.215
	3	5.000	5.350	7.000	10.00	0.000	35.25	17.500	-8.5040	57.850
	4	6.000	6.000	0.000	9.99	0.100	5.15	48.500	-3.6293	19.456
4	1	3.000	3.713		9.99		27.70		6.0650	
	2	3.500	1.925		10.07		45.18		-8.1610	
	3	4.000	3.575		9.97		6.78		-7.1990	
	4	4.500	5.200		10.00		3.54		-8.7444	

Tabela 6 - Teste 3 - Valores estimados dos parâmetros para diferentes resoluções – SAGE-PIC

No primeiro caso, todos os parâmetros são estimados bem próximos aos valores reais. No segundo e terceiro casos, nem todos parâmetros são estimados corretamente. É importante observar ainda que nestes testes geralmente é necessário combinar todos os parâmetros para realmente identificar qual é o multipercurso estimado. No quarto teste não é possível identificar os multipercursos.

Assim, pode se concluir que multipercursos estimados e separados por valores menores que 2 ns, com o mesmo ângulo de chegada, não poderão ser considerados.

Teste 4 – Teste com 30 multipercursos

O objetivo deste teste é determinar capacidade dos algoritmos SAGE-PIC estimarem os parâmetros para o caso em que a quantidade multipercurso é grande. Nos algoritmos SAGE foi adotado um Δt = 0.0125 *ns* e um $\Delta\theta$ = 0,01º. Os resultados eram colhidos após dez iterações nos algoritmos.

As Figuras 16 e 17 mostram os valores do tempo de chegada, os ângulos de chegada e saída teóricos e os estimados. Mais de 86% dos parâmetros são estimados corretamente.

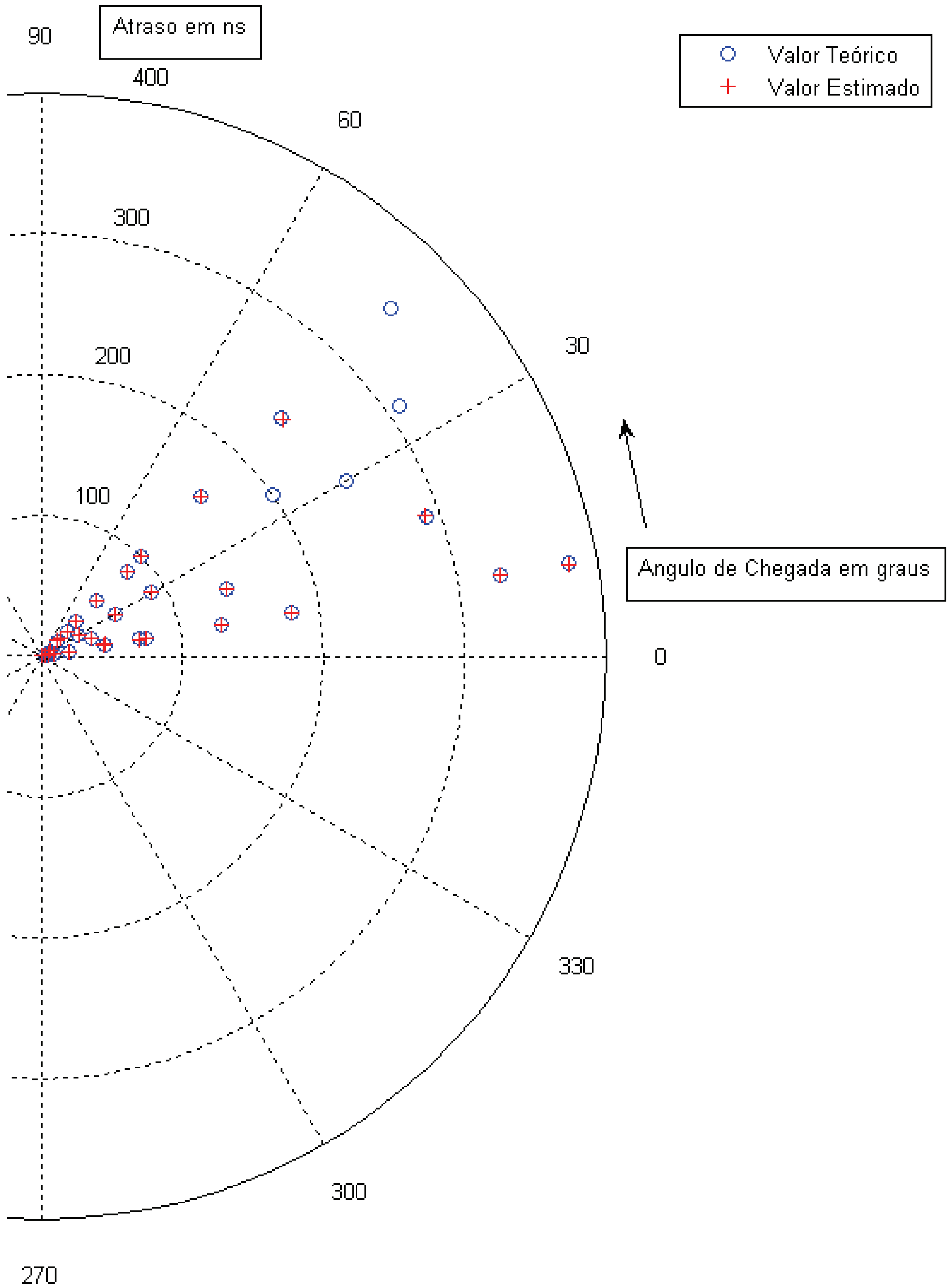

Figura 16 - Estimação dos retardos e dos ângulos de chegada para o teste com 30 multipercursos

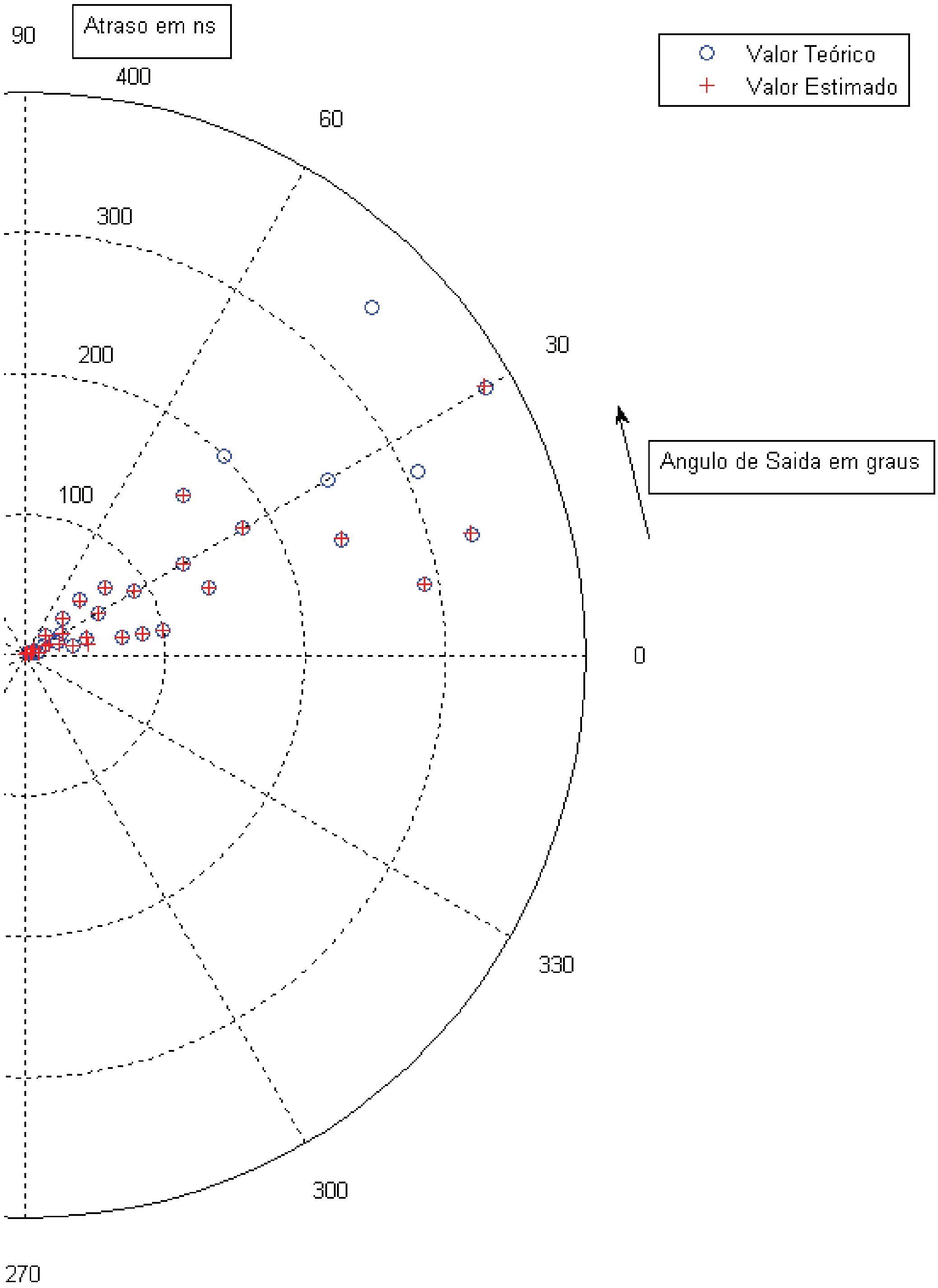

Figura 17 - Estimação dos retardos e dos ângulos de saída para o teste com 30 multipercursos

A Figura 18 mostra os valores do tempo de chegada teóricos e os estimados e suas respectivas potências. Os círculos pretos são valores reais e o “mais” vermelho são os valores estimados. Quatro pontos não foram estimados (200, 250, 310 e 350 ns) e quatro espúrios apareceram. Pode se associar os espúrios aos lóbulos laterais que aparecem quando se usa a transformada de Fourier e podem aparecer especialmente na detecção dos raios mais fracos.

Os espúrios são resultados do não cancelamento perfeito dos multipercursos (Equação 17). Assim, podem existir situações em que potência desses espúrios será maior que a de um multipercurso real.

Nesta simulação, no ciclo de inicialização o critério de parada foi a quantidade de multipercursos. Assim, todos os multipercursos seriam estimados, mas inúmeros espúrios também apareceriam.

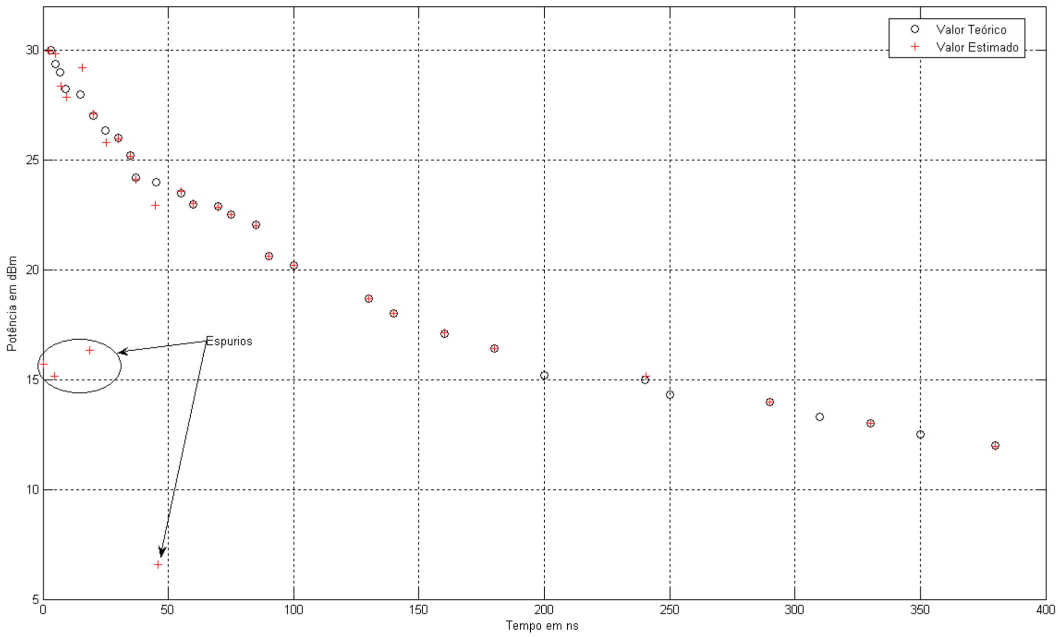

Figura 18 - Perfis de Potência de Retardos para os casos do teste 2

O algoritmo SAGE nem sempre rende uma solução global ótima, visto que o método da inicialização e de procura afetam diretamente a confiabilidade dos resultados. O principal problema está relacionado aos espúrios encontrados quando o SAGE é aplicado a um canal real. No ambiente real não pode se distinguir entre o real multipercurso e o espúrio.

Muitas vezes o aparecimento dos espúrios é devido à redução do espaço de procura. Por esta razão, aumentar a dimensão pode ser uma efetiva solução para evitar os espúrios [75, 76]. Multiplicar os dados por uma função janela apropriada em um dos domínios dos parâmetros pode também reduzir os níveis dos lóbulos laterais. Porém ao mesmo tempo, este método pode reduzir a razão sinal ruído e a resolução do algoritmo [75, 76].

Na verdade o maior problema se encontra na modelagem do sinal. O erro no modelo é o maior responsável pela maior diferença nos lóbulos laterais. Modelos assumindo onda plana [61-76], ondas esféricas [78] e o espalhamento angular [79] são exemplos de modelos que tem sido utilizado para estimação dos parâmetros.

Assim, o desempenho do algoritmo, em termos de velocidade de convergência, habilidade detecção de multipercursos fracos e esforço computacional, pode ser melhorada modificando adequadamente o ciclo de inicialização e na definição de janelas apropriadas para o procedimento de procura.