

## **4**

### **Modelagens**

Este capítulo se dedica a simular o sinal gerado pelo transdutor devido ao campo magnético gerado por uma agulha e analisar as variáveis do problema.

Existem diferentes aproximações para o campo gerado por um ímã, que em geral dependem da distância à qual se pretende medir este campo e da forma do ímã. O modelo aqui apresentado, apesar de não ser o fisicamente mais correto - pois se considera uma mesma expressão para o campo, independente da relação entre o comprimento e a distância em que a medição é realizada e define-se a agulha como um objeto simétrico - vem sendo utilizado há muitos anos pela equipe do Laboratório de Biometrologia e tem apresentado uma boa concordância com as medidas experimentais.

O objetivo do modelo nesta pesquisa era ter uma estimativa da forma do sinal a ser obtido pelo transdutor e, assim, ter mais uma maneira de se avaliar possíveis problemas com o mesmo.

#### **4.1.**

##### **Campo Magnético Gerado por uma Agulha Retilínea**

##### **4.1.1.**

###### **Modelo para o Campo Magnético de uma Agulha Retilínea**

No modelo considera-se que a fonte do campo magnético, uma agulha retilínea, está orientada na direção do eixo X (Fig. 4.1), com seu centro na origem do sistema de coordenadas.

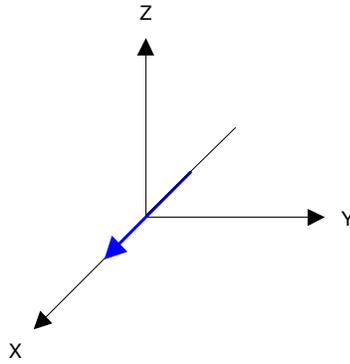


Figura 4.1 - Posicionamento da agulha na simulação (alinhada com o eixo X).

Para modelar o campo, supõe-se que a agulha é uniformemente magnetizada ao longo de seu comprimento. Deve-se ainda considerar que a mesma pode ser modelada por uma infinidade de dipolos magnéticos unitários orientados na direção +X. Desta forma, calcula-se o campo de cada dipolo por meio da Lei de Biot-Savart, e integra-se o campo destes dipolos ao longo do comprimento da agulha.

Sabe-se que o campo de um dipolo magnético é dado por [46]

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \left[ -\frac{\vec{m}}{|\vec{r} - \vec{r}_0|^3} + 3 \frac{[\vec{m} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_0)](\vec{r} - \vec{r}_0)}{|\vec{r} - \vec{r}_0|^5} \right] \quad [\text{T}], \quad (4.1)$$

onde  $\vec{m} = m(1,0,0)$  é o momento de dipolo magnético,  $\vec{r} = (x, y, z)$  e  $\vec{r}_0 = (x_0, 0, 0)$ , onde  $(x, y, z)$  é a posição de medição do campo magnético pelo magnetômetro utilizado (posição do observador), e  $x_0$  é a posição do dipolo unitário sobre o eixo X. Logo,  $|\vec{r} - \vec{r}_0| = \sqrt{(x - x_0)^2 + y^2 + z^2}$ , e  $\vec{m} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_0) = m(x - x_0)$ .

Obtendo separadamente as componentes do campo magnético, tem-se

$$\begin{aligned}
 B_x(x, y, z) &= \frac{\mu_0 m}{4\pi} \frac{2(x-x_0)^2 - y^2 - z^2}{[(x-x_0)^2 + y^2 + z^2]^{5/2}}, \\
 B_y(x, y, z) &= \frac{\mu_0 m}{4\pi} \frac{3(x-x_0)y}{[(x-x_0)^2 + y^2 + z^2]^{5/2}}, \\
 B_z(x, y, z) &= \frac{\mu_0 m}{4\pi} \frac{3(x-x_0)z}{[(x-x_0)^2 + y^2 + z^2]^{5/2}}.
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

Para integrar ao longo do comprimento da agulha ( $l$ ) usa-se a relação entre o momento de dipolo magnético e a magnetização ( $M$ ) para estabelecer o elemento de integração. O momento de dipolo pode ser definido como  $m = MV$ , onde  $V$  é o volume. Considerando-se a agulha como unidimensional, então,  $m = MA l$ , onde  $A$  é área da seção reta da agulha, também constante. Dessa forma, determina-se um  $dm = MAdx_0$ , onde  $M$  e  $A$  são uniformes em toda a agulha e podem sair da integral, conforme apresentado a seguir

$$\begin{aligned}
 B_x(x, y, z) &= \frac{\mu_0 MA}{4\pi} \int_{-l/2}^{l/2} \frac{2(x-x_0)^2 - y^2 - z^2}{[(x-x_0)^2 + y^2 + z^2]^{5/2}} dx_0 \\
 B_y(x, y, z) &= -\frac{\mu_0 MA}{4\pi} \int_{-l/2}^{l/2} \frac{3(x-x_0)y}{[(x-x_0)^2 + y^2 + z^2]^{5/2}} dx_0 \\
 B_z(x, y, z) &= -\frac{\mu_0 MA}{4\pi} \int_{-l/2}^{l/2} \frac{3(x-x_0)z}{[(x-x_0)^2 + y^2 + z^2]^{5/2}} dx_0
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

Após a integração ao longo do comprimento da agulha, volta-se a considerar o momento de dipolo magnético, substituindo-se  $MA = m/l$

$$\begin{aligned}
 B_x(x, y, z) &= \frac{3\mu_0 m}{l} \left\{ \frac{\left(x + \frac{l}{2}\right)}{\left[\left(x + \frac{l}{2}\right)^2 + y^2 + z^2\right]^{\frac{3}{2}}} - \frac{\left(x - \frac{l}{2}\right)}{\left[\left(x - \frac{l}{2}\right)^2 + y^2 + z^2\right]^{\frac{3}{2}}} \right\}, \\
 B_y(x, y, z) &= \frac{-\mu_0 m}{l} \left\{ \frac{y}{\left[\left(x + \frac{l}{2}\right)^2 + y^2 + z^2\right]^{\frac{3}{2}}} - \frac{y}{\left[\left(x - \frac{l}{2}\right)^2 + y^2 + z^2\right]^{\frac{3}{2}}} \right\}, \\
 B_z(x, y, z) &= \frac{-\mu_0 m}{l} \left\{ \frac{z}{\left[\left(x + \frac{l}{2}\right)^2 + y^2 + z^2\right]^{\frac{3}{2}}} - \frac{z}{\left[\left(x - \frac{l}{2}\right)^2 + y^2 + z^2\right]^{\frac{3}{2}}} \right\}.
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

Porém, a agulha pode estar inclinada em relação ao plano horizontal (Fig. 4.2), o que altera o campo magnético detectado pelo magnetômetro.

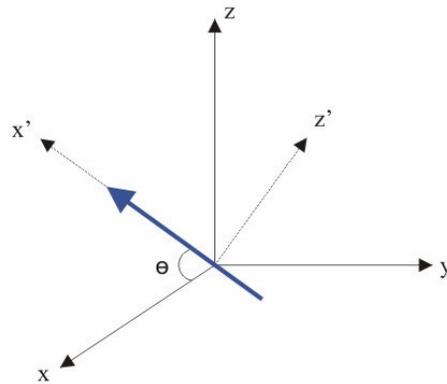


Figura 4.2 - Agulha inclinada em relação ao plano XY.

De modo a considerar a inclinação da agulha em relação ao plano XY, o sistema de coordenadas foi girado de  $\theta$  ao redor de Y (Fig. 4.2) multiplicando-o pela matriz de rotação correspondente:

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \text{sen}\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\text{sen}\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad \therefore \begin{cases} X' = X \cos\theta + Y \text{sen}\theta \\ Y' = Y \\ Z' = -X \text{sen}\theta + Z \cos\theta \end{cases} \quad (4.5)$$

Com base neste novo sistema de coordenadas, define-se as componentes  $B'_x$ ,  $B'_y$  e  $B'_z$  como:

$$\begin{cases} B'_x = B_x(X', Y', Z') \\ B'_y = B_y(X', Y', Z') \\ B'_z = B_z(X', Y', Z') \end{cases} \quad (4.6)$$

No entanto, como o ponto de observação continua no sistema original, para se determinar o campo em relação a ele deve-se projetar as componentes do campo  $B'$  nas coordenadas do sistema original. O novo campo pode ser calculado geometricamente, como na Fig. 4.3.

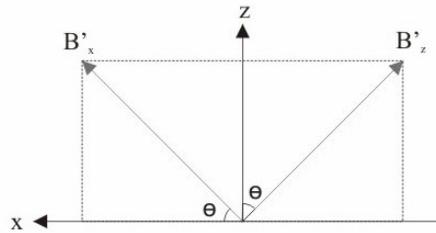


Figura 4.3 - Projeção das componentes do campo gerado pela agulha inclinada em relação ao plano XY, no sistema de coordenadas original.

Assim, obtém-se o campo magnético no sistema original com a agulha girada em torno de Y:

$$\begin{cases} B_x = B_x(X', Y', Z') \cos\theta - B_z(X', Y', Z') \text{sen}\theta \\ B_y = B_y(X', Y', Z') \\ B_z = B_x(X', Y', Z') \text{sen}\theta + B_z(X', Y', Z') \cos\theta \end{cases} \quad (4.7)$$

Da mesma maneira, também se deve considerar que a agulha pode girar em torno do eixo Z, como apresentado na Fig. 4.4.

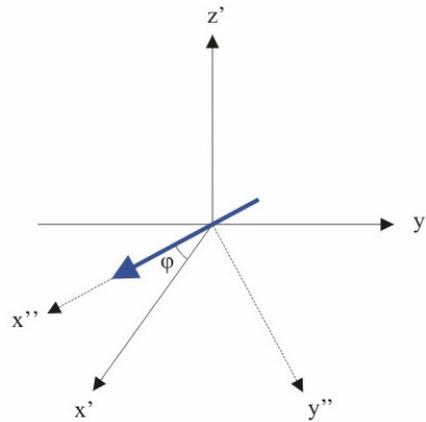


Figura 4.4 - Agulha inclinada em relação ao plano XZ.

Seguindo o mesmo procedimento já descrito, gira-se o sistema de coordenadas de um ângulo  $\varphi$  em torno de Z, multiplicando o sistema de coordenadas pela matriz de rotação correspondente:

$$\begin{bmatrix} X'' \\ Y'' \\ Z'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} \quad \therefore \quad \begin{cases} X'' = X' \cos \varphi + Y' \sin \varphi \\ Y'' = -X' \sin \varphi + Y' \cos \varphi \\ Z'' = Z' \end{cases} \quad (4.8)$$

Com base neste novo sistema de coordenadas, define-se as componentes  $B_x''$ ,  $B_y''$  e  $B_z''$  como:

$$\begin{cases} B_x'' = B_x(X'', Y'', Z'') \\ B_y'' = B_y(X'', Y'', Z'') \\ B_z'' = B_z(X'', Y'', Z'') \end{cases} \quad (4.9)$$

Para se projetar o campo magnético no sistema de coordenadas original, pode-se calcular geometricamente, como ilustrado na Fig. 4.5 e apresentado na Eq. 4.10.

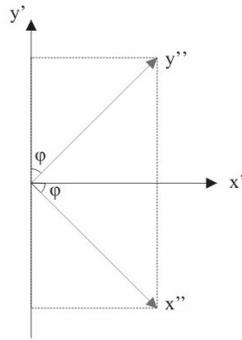


Figura 4.5 - Projeção das componentes do campo magnético gerado pela agulha inclinada em relação ao plano XZ, no sistema de coordenadas original.

$$\begin{cases} B'_x = B''_x \cos \varphi + B''_y \operatorname{sen} \varphi \\ B'_y = -B''_x \operatorname{sen} \varphi + B''_y \cos \varphi \\ B'_z = B''_z \end{cases} \quad (4.10)$$

Sendo assim, o campo magnético gerado por uma agulha retilínea, considerando que ela pode estar inclinada com relação ao eixo Y e girada em torno do eixo Z, é

$$\begin{cases} B_x = B'_x \cos \theta - B'_z \operatorname{sen} \theta \\ B_y = B'_y \\ B_z = B'_x \operatorname{sen} \theta + B'_z \cos \theta \end{cases} \quad (4.11)$$

Substituindo os novos valores para  $B'$

$$\begin{cases} B_x = B''_x \cos \theta \cos \varphi + B''_y \cos \theta \operatorname{sen} \varphi - B''_z \operatorname{sen} \theta \\ B_y = -B''_x \operatorname{sen} \varphi + B''_y \cos \varphi \\ B_z = B''_x \operatorname{sen} \theta \cos \varphi + B''_y \operatorname{sen} \theta \operatorname{sen} \varphi + B''_z \cos \theta \end{cases} \quad (4.12)$$

Onde  $B''_{x,y,z}$  são obtidos através das equações (4.4), substituindo-se nela os valores

$$\begin{cases} X'' = (X \cos \theta - Z \operatorname{sen} \theta) \cos \varphi + Y \operatorname{sen} \varphi \\ Y'' = -(X \cos \theta - Z \operatorname{sen} \theta) \operatorname{sen} \varphi + Y \cos \varphi \\ Z'' = X \operatorname{sen} \theta + Z \cos \theta \end{cases} \quad (4.13)$$

### Mapas de $B_x$ , $B_y$ e $B_z$

Na Fig. 4.6 são apresentados os mapas de campo magnético calculados numa região planar, paralela àquela em se encontra a agulha, para cada componente do campo. A agulha está posicionada no centro da figura, representada por uma linha preta, ao longo do eixo X. A região planar utilizada para o cálculo do campo é obtida variando-se as coordenadas x e y entre -15 cm a 15 cm, a uma altura fixa,  $h = 10$  cm. O momento magnético é igual a  $1 \text{ Am}^2$ . As cores representam a intensidade do campo magnético naquele ponto, que é dado em Tesla de acordo com as equações apresentadas.

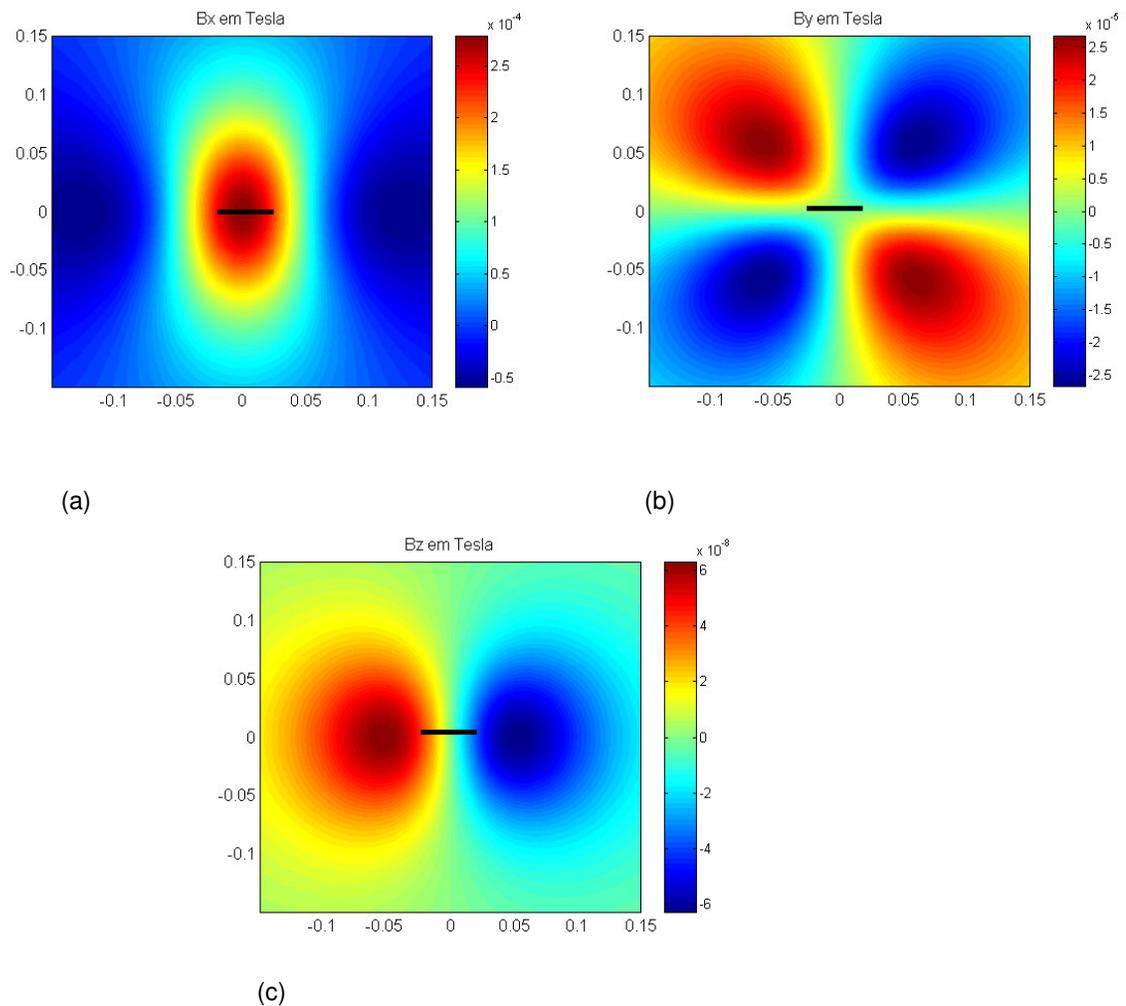


Figura 4.6 - Mapas simulados das componentes do campo magnético gerado por uma agulha retilínea que é representada por uma reta preta, centralizada nos mapas. (a)  $B_x$ , (b)  $B_y$  e (c)  $B_z$ .

Na Fig. 4.7 estão representadas as linhas de campo de um ímã, que podem ser diretamente relacionadas às da agulha. Observando a Fig. 4.7 pode-se concluir que o campo detectado será mais intenso quanto mais paralelas as linhas de campo estão da componente a ser medida. No caso da componente  $B_x$ , seu maior valor se encontra no centro da agulha, quando a linha de campo está completamente paralela a esta componente. Considerando a forma da agulha e sua orientação, também se pode concluir que a componente X será a de maior amplitude. A componente  $B_y$  apresenta seus picos nos lados dos extremos da agulha e é a de menor amplitude. Já a componente  $B_z$  tem seus maiores valores logo à frente das extremidades da agulha, onde a linha de campo é completamente perpendicular ao plano em que a agulha se encontra. É importante lembrar que é esta a componente que os sensores SQUID e *fluxgate* detectam, ou seja, os mapas de campo magnético de agulhas obtidos com estes sensores apresentam um comportamento dipolar, como na Fig. 1.2 e como será visto na seção 4.1.3.

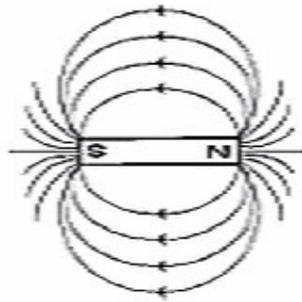


Figura 4.7 – Linhas de campo de um ímã.

#### 4.1.2. Medidas com o Sensor *Fluxgate*

Uma série de medições *in-vitro* foi realizada usando um sensor *fluxgate* para detectar o campo magnético de uma agulha. Uma vez que a agulha a ser utilizada nas medições não possuía originalmente um campo magnético intenso o suficiente para a sensibilidade do sensor em uso, bem como para o transdutor desenvolvido, foi utilizado um ímã permanente para aumentar a magnetização do objeto, possibilitando, assim, a medição.

Medidas preliminares indicaram que a magnetização resultante da agulha dependia tanto do tempo de exposição ao ímã permanente, quanto da distância

deste à agulha. Sendo assim, um estudo sistemático foi realizado a fim se otimizar o processo de magnetização [4].

Evidentemente, na prática a distância mínima possível entre o ímã e a agulha é limitada pela profundidade da agulha em relação à pele do paciente. Logo, a magnetização foi fixada a uma distância de 5 cm (um valor razoável e seguro, baseado em experiências anteriores, para garantir a imobilidade da agulha) e o tempo de exposição foi sendo aumentado progressivamente. Três ciclos de medições foram realizados e, após cada ciclo, um desmagnetizador de fita cassete foi empregado para remover a magnetização da agulha.

Devido à aleatoriedade associada ao processo, para cada ciclo de magnetização uma diferente magnitude final foi obtida, e, portanto, os resultados são apresentados todos normalizados em relação à magnetização final, como apresentado na Fig. 4.8 para os três ciclos. Apesar do ruído e da grande variabilidade, é possível observar que após 20 minutos de exposição a magnetização da agulha tende a estabilizar.

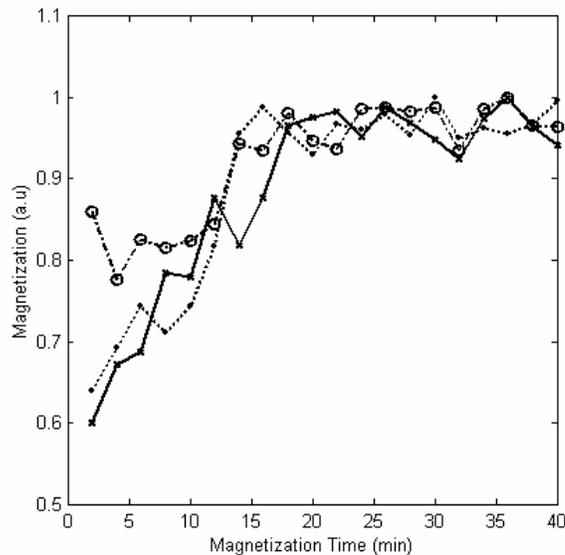


Figura 4.8 - Magnetização normalizada da agulha como função do tempo de exposição [4].

Os resultados apresentados na Fig. 4.8 indicam a viabilidade da substituição do sensor LTS SQUID, que se caracteriza pelo elevado custo, por sensores menos sensíveis, para aplicações clínicas como a localização de corpos estranhos magnéticos [2].

### 4.1.3.

#### Calibração do Modelo - Estimação do Momento Magnético da Agulha

As medidas com o sensor *fluxgate* fornecem a componente  $B_z$  do campo magnético total da agulha, onde  $x$  e  $y$  são as posições de medição no plano, obtidas com o auxílio de uma mesa digitalizadora, e  $h$  é a altura em que o sensor se encontra quando a medição é realizada.

Uma vez que o sensor *fluxgate* realiza uma integração do campo magnético ao longo de seu eixo, como visto na seção 1.2.2, o  $h$  efetivo pode não corresponder exatamente ao valor da distância real entre o sensor e a agulha. Para se determinar o correto valor de  $h$ , os valores da componente  $B_z$  do campo magnético, obtidos ao longo do eixo X, onde se encontra não só a agulha como também os valores máximos de  $B_z$ , foram selecionados, normalizados e modelados variando-se  $h$  até se obter a melhor concordância entre o gráfico teórico e o experimental. A boa concordância do modelo com os dados experimentais pode ser observada na Fig. 4.9.

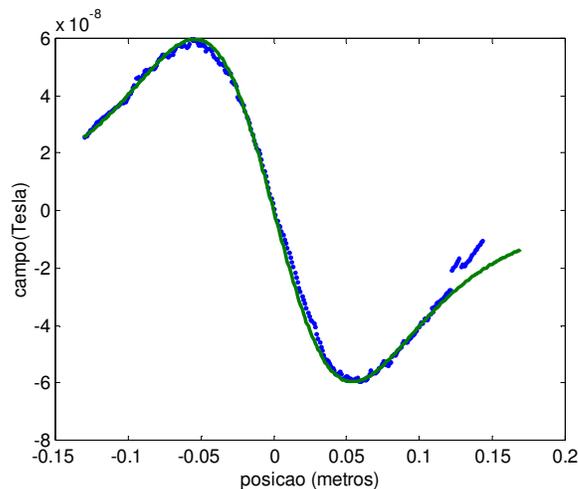


Figura 4.9 - Na curva em azul estão representados os valores da componente  $B_z$  do campo magnético ao longo da linha central (eixo x) onde se localiza a agulha, medido a 10 cm de altura. Na curva em verde estão representados os valores da componente  $B_z$  do campo teórico, utilizando o momento de dipolo magnético calculado.

Para determinar o valor do momento de dipolo magnético da agulha ( $m$ ), calculou-se o campo teórico da agulha, conforme a equação (4.4) para a componente  $B_z$ , usando os mesmos parâmetros com que a medição foi realizada. Considerando  $m = 1 \text{ Am}^2$  na expressão, dividiu-se o campo medido pelo teórico:

$$m = \frac{\max(B_{\text{exp}}) - \min(B_{\text{exp}})}{\max(B_{\text{teo}(m=1)}) - \min(B_{\text{teo}(m=1)})} \quad (4.14)$$

Os valores do momento de dipolo magnético  $m$  foram obtidos para medições variando-se  $h$  de 5 cm a 10 cm. Com isso, foi possível construir a tabela 4.1, calcular valor médio de  $m$  e o desvio padrão associado a esta média. Observando a tabela é possível verificar que as medições possuem uma boa reprodutibilidade.

Tabela 4.1 - Valores de momento de dipolo magnético para cada altura ( $h$ ) do sensor ao longo do eixo  $z$ .

Altura do sensor (cm)	Momento Magnético ( $\text{Am}^2$ )
5	$7,75 \times 10^{-4}$
6	$7,74 \times 10^{-4}$
7	$7,75 \times 10^{-4}$
8	$7,76 \times 10^{-4}$
9	$7,76 \times 10^{-4}$
10	$7,75 \times 10^{-4}$
<b>Média</b>	$7,75 \times 10^{-4}$
<b>Desvio Padrão</b>	$7,53 \times 10^{-7}$

Assim, em todos os cálculos e simulações realizadas nesta dissertação foi utilizado o valor de momento magnético:

$$m = 7,75 \times 10^{-4} \pm 7,53 \times 10^{-7} \text{ Am}^2 (0,775 \text{ emu})$$

## 4.2. Simulação do Campo Magnético Detectado pelo Anel Sensor

Para se estimar o campo magnético total que será detectado pelo transdutor MIG, considera-se a equação 3.7, como desenvolvido na seção 3.1.3,

$$\Delta H_{total} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (\Delta \vec{H} \cdot \hat{\phi}) d\phi, \quad (4.15)$$

onde,  $\Delta \vec{H} \cdot \hat{\phi} = \Delta H_{\phi}$ .

Porém, a integral da equação 4.15 não possui forma fechada, não sendo possível obter uma solução analítica. Logo, deve-se resolvê-la numericamente, aproximando-se a integral por um somatório, conforme apresentado na equação 4.16, desde que o número de termos,  $N$ , seja suficientemente grande.

$$\Delta H_{total} = \frac{\sum_{i=0}^{N-1} \Delta H_{\phi_i}}{N}, \quad (4.16)$$

onde  $H_{\phi}$  é o campo magnético tangencial ao anel sensor gerado pela agulha e  $\phi_i$  é definido como  $\phi_i = 2\pi/i$ .

No entanto, a expressão para o campo da agulha está em função de  $B$ , em unidades SI, e o efeito MIG é sensível a  $H$  e suas medições apresentadas em unidades CGS. Conseqüentemente são realizadas as devidas conversões através de:

$$H_{\phi} = \frac{B_{\phi}}{\mu_0} \times 10^4 \text{ [Oe]} \quad (4.17)$$

A seguir são apresentadas as simulações para os mapas magnéticos com o anel nas posições horizontal e vertical, em relação ao plano da agulha.

### 4.2.1. Anel Sensor com Configuração Horizontal

A Fig. 4.10 apresenta o diagrama esquemático da configuração horizontal da espira sensora, utilizado para a simulação do campo magnético detectado.

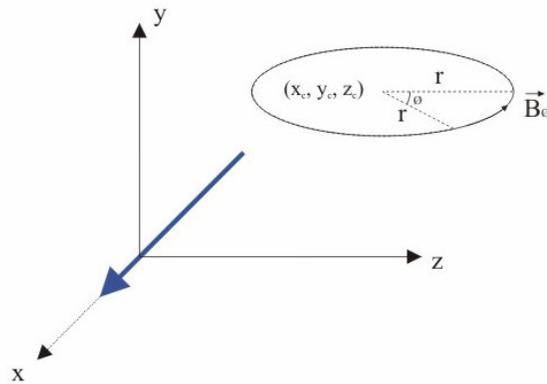


Figura 4.10 - Diagrama esquemático para a simulação do campo magnético detectado, utilizando a configuração horizontal da espira.

Nesta configuração tem-se que o campo tangencial à espira é dado por

$$\Delta H_{\phi} = -\Delta H_x(x, y, z, m, l) \cos \phi + \Delta H_y(x, y, z, m, l) \sin \phi, \quad (4.18)$$

onde

$$\begin{cases} x = x_c + r \cos \phi \\ y = y_c + r \sin \phi \\ z = z_c \end{cases} \quad (4.19)$$

A Fig. 4.11 apresenta o mapa magnético de  $H_{total}$  calculado ao longo de um plano paralelo à espira posicionada na horizontal e ao plano de localização da agulha (plano XY, conforme apresentado na seção 4.1.1). A agulha é projetada no centro da figura e representada por uma linha preta, ao longo do eixo X. A região é obtida variando-se as coordenadas x e y de -15 a 15 cm, a uma altura fixa,  $h = 10$  cm. O momento de dipolo magnético é igual aquele obtido na seção 4.1.3,  $m = 7,75 \times 10^{-4} \text{ Am}^2$ . As cores representam a intensidade do campo magnético naquele ponto, que é dado em Oersted (Oe).

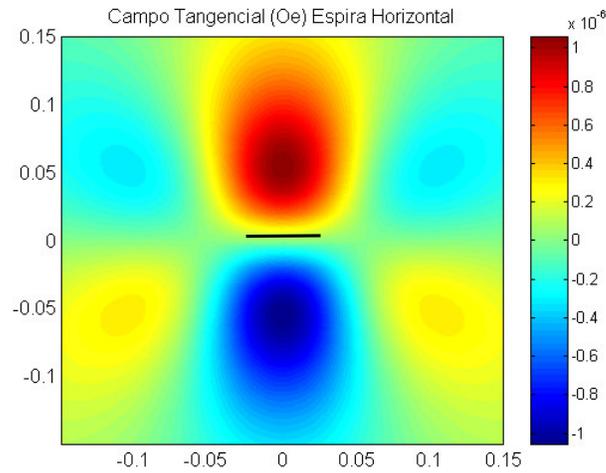


Figura 4.11 - Mapa simulado do campo magnético total tangencial a espira sensora na horizontal, com raio = 2,5 cm, gerado por uma agulha alinhada com o eixo X, com  $l = 4,5$  cm,  $m = 7,75 \times 10^{-4}$  Am<sup>2</sup> e  $\theta = 0$ . Amplitude máxima =  $2,11 \times 10^{-6}$  Oe.

Lembrando que o sensor só detecta o campo tangencial, neste caso as componentes  $H_x$  e  $H_y$  são as detectadas. Pode-se verificar que o sinal é nulo quando o sensor se encontra logo acima da agulha (em  $x = 0$ ), pois nesta região o campo é simétrico e, quando integrado na espira, se cancela. Os máximos e mínimos globais ocorrem onde há a maior contribuição de  $H_x$ , ou seja, numa linha perpendicular ao comprimento da agulha, cruzando seu centro.

Conforme a agulha se inclina em relação ao plano do anel, os máximos e mínimos se deslocam conjuntamente com a projeção do centro geométrico da mesma. O campo fica mais intenso na região onde se encontra a extremidade mais próxima, como pode ser conferido na Fig. 4.12. E, quando a agulha fica completamente perpendicular ao sensor, o sinal detectado é nulo, pois novamente o campo é simétrico e quando integrado na espira se cancela.

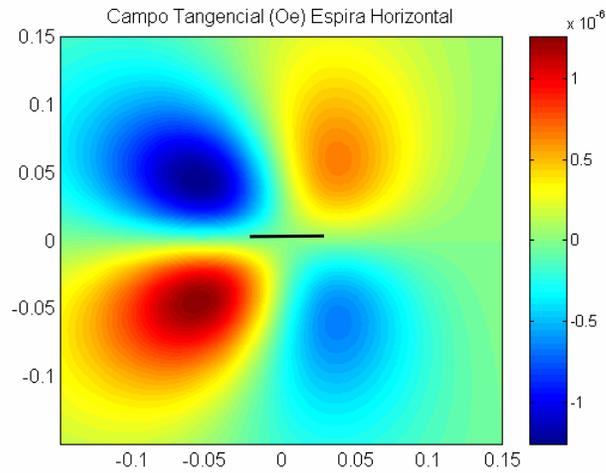


Figura 4.12 - Mapa simulado do campo magnético total tangencial a uma espira sensora na horizontal, com raio = 2,5 cm, gerado por uma agulha alinhada com o eixo X, com  $l = 4,5$  cm,  $m = 7,75 \times 10^{-4}$  Am<sup>2</sup> e  $\theta = \pi/6$ .

#### 4.2.2. Anel Sensor com Configuração Vertical

A Fig. 4.13 apresenta o diagrama esquemático da configuração vertical da espira sensora, utilizado na simulação.

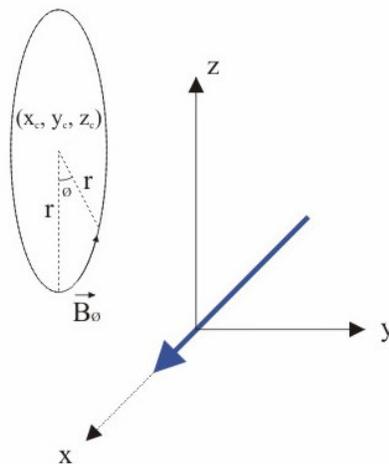


Figura 4.13 - Diagrama esquemático da configuração vertical da espira, utilizado na simulação.

Utilizando a configuração vertical, temos que o campo que interfere na espira é dado por

$$\Delta H_{\phi} = -\Delta H_x(x, y, z, m, l) \text{sen} \phi + \Delta H_z(x, y, z, m, l) \text{cos} \phi, \quad (4.20)$$

onde

$$\begin{cases} x = x_c + r \text{cos} \phi \\ y = y_c \\ z = z_c + r \text{sen} \phi \end{cases}. \quad (4.21)$$

A Fig. 4.14 apresenta o mapa do campo magnético  $H_{total}$  calculado para a espira na posição vertical. Para a obtenção deste mapa foi utilizado o mesmo procedimento que para a espira na horizontal, além de serem considerados os mesmos parâmetros (seção 4.2.1).

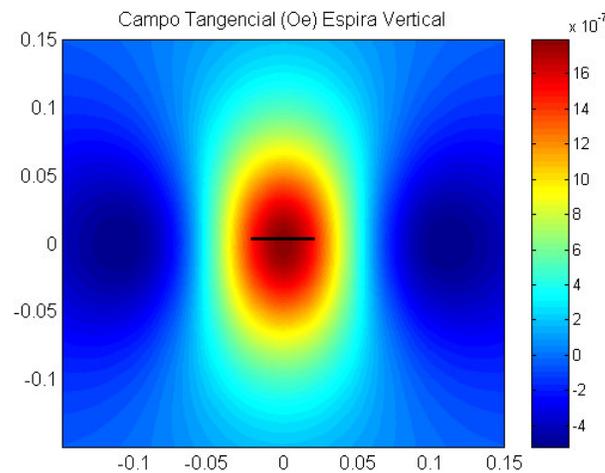


Figura 4.14 - Mapa simulado do campo magnético total tangencial a espira sensora na vertical, com raio = 2,5 cm, gerado por uma agulha alinhada com o eixo X, com  $l = 4,5$  cm,  $m = 7,75 \times 10^{-4}$  Am<sup>2</sup> e  $\theta = 0$ . Amplitude máxima =  $2,31 \times 10^{-6}$  Oe.

Nesta configuração as componentes que contribuem para o sinal detectado pelo sensor são  $H_x$  e  $H_z$ . Lembrando das linhas de campo da agulha (ver Fig. 4.7), pode-se perceber que, para a agulha paralela ao plano de medição, a componente Z se cancela na espira em qualquer ponto deste plano. Portanto, a componente X é a única que o sensor detecta, sendo desta forma o mapa da espira na vertical semelhante ao mapa de campo da componente  $H_x$ .

Quando a agulha está inclinada em relação ao plano de medição, a componente Z apresenta contribuição no sinal percebido pelo sensor, uma vez que neste caso a amplitude desta componente é diferente para cada ponto da espira. O mapa apresenta, então, uma maior intensidade na região onde está localizada a extremidade mais próxima, como pode ser observado no exemplo da Fig. 4.15. Quando a agulha se inclina até tornar-se perpendicular ao plano de medição, a configuração do mapa apresenta um dipolo simétrico.

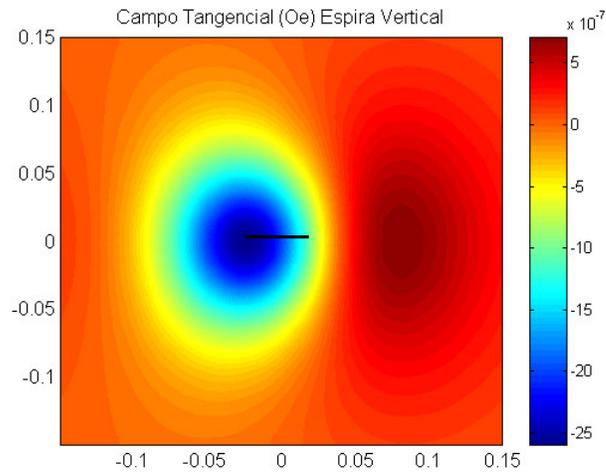
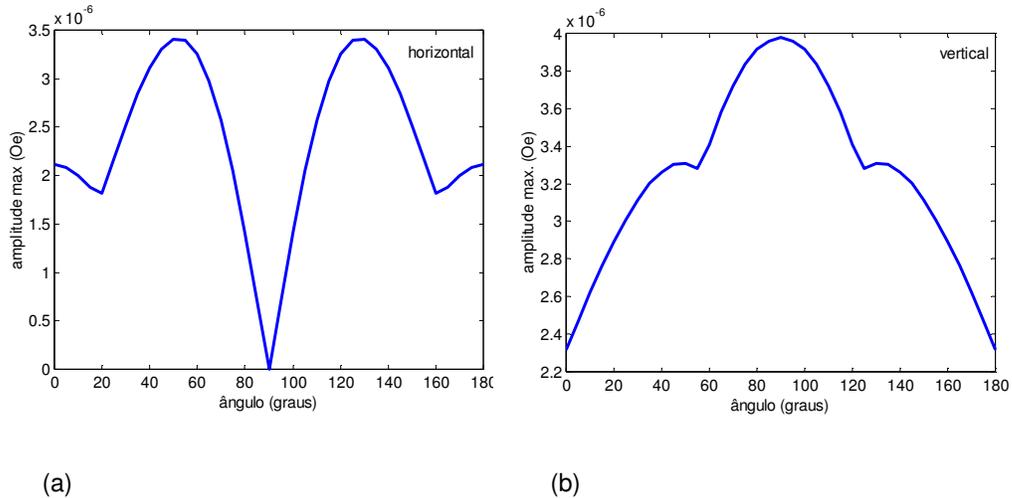


Figura 4.15 - Mapa simulado do campo magnético total tangencial a uma espira sensora na vertical, com raio = 2,5 cm, gerado por uma agulha alinhada com o eixo X, com  $l = 4,5$  cm,  $m = 7,75 \times 10^{-4}$  Am<sup>2</sup> e  $\theta = \pi/4$ .

### 4.3. Análise da Orientação do Anel Sensor

Obtendo-se as amplitudes máximas de  $H_{total}$ , para cada ângulo entre o plano XY e a orientação da agulha ( $\theta$ ), variando este de 0 a  $\pi$ , com a espira na horizontal e na vertical, pode-se verificar, nos gráficos da Fig. 4.16, as diferenças no comportamento da curva para cada configuração da espira sensora.



(a) (b)  
 Figura 4.16 - Variação da amplitude do campo magnético com o ângulo entre a agulha e o plano XY, considerando a altura do sensor relativa ao centro das espiras, para a espira sensora na posição horizontal (a) e vertical (b).

O gráfico para a espira na horizontal (Fig. 4.16a) apresenta uma amplitude nula em  $90^\circ$ , pois nesta situação não há campo tangencial a fita. A amplitude do campo é máxima quando a agulha está a  $45^\circ$  e  $135^\circ$  do plano XY.

A dependência da amplitude do sinal detectado com o ângulo entre a agulha e o plano XY, para o sensor na vertical é mais simples (Fig. 4.16b). Ela aumenta quase que continuamente com o ângulo até atingir um máximo em  $90^\circ$ .

Fazendo o mesmo agora para o ângulo entre o eixo X e a orientação da agulha, variando  $\phi$  de 0 a  $\pi$ . Mas, como a espira na horizontal possui simetria de rotação em torno do eixo Z, este gráfico seria uma constante. Logo, só é apresentado o gráfico para a espira na vertical na Fig. 4.17.

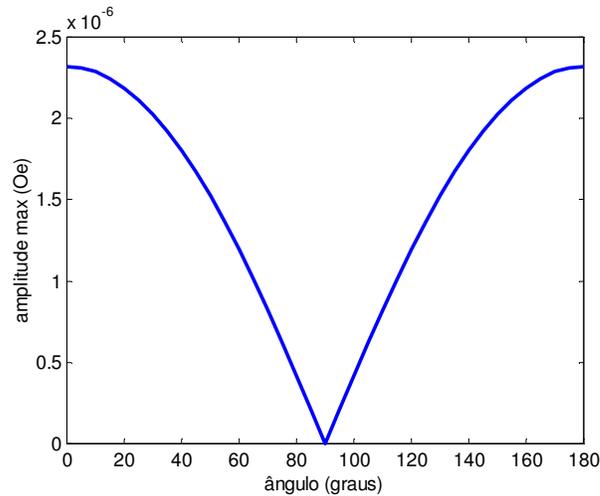


Figura 4.17 - Variação da amplitude do campo magnético em função do ângulo  $\phi$  entre a agulha e o eixo X utilizando a configuração vertical da espira.

Verifica-se que para um ângulo  $\phi = 90^\circ$ , utilizando a configuração vertical do sensor, o campo magnético é nulo, e máximo quando a agulha é paralela ao eixo X. Lembrando das linhas de campo da agulha, observa-se que elas são perpendiculares ao comprimento da fita quando a agulha e a fita estão também perpendiculares entre si, não existindo assim campo tangencial para excitar o sensor. Quando o sensor e a agulha estão alinhados (agulha paralela ao eixo X), as linhas de campo são paralelas à fita sensora, justificando assim a obtenção dos valores máximos na amplitude do sinal magnético.

#### 4.4. Análise do Raio do Anel Sensor

Apesar de intuitivamente se esperar que a amplitude do sinal do sensor aumente linearmente com o raio do anel, o comportamento desta para as diferentes curvas obtidas através das simulações para a amplitude máxima de campo magnético em função do raio (Fig. 4.18) indicaram que existe um raio ótimo para cada configuração do anel sensor.

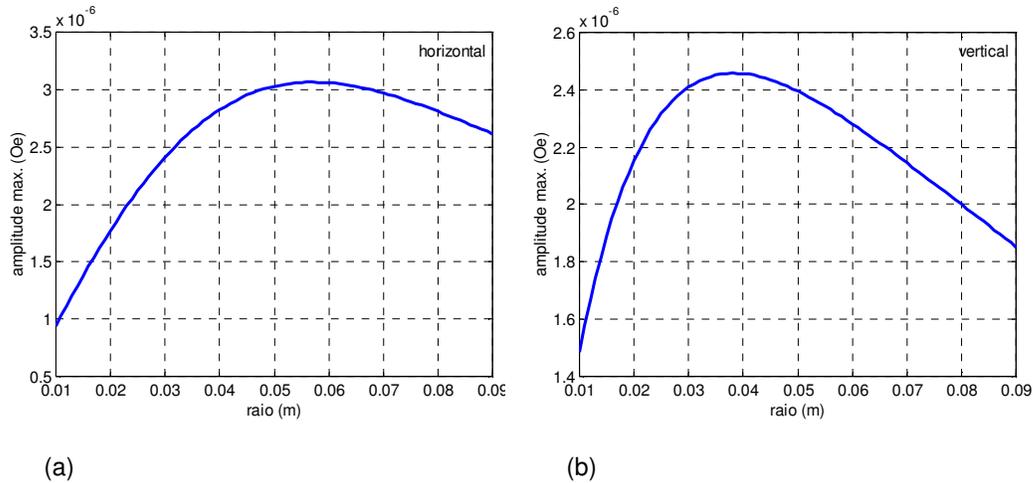


Figura 4.18 - Amplitude máxima do campo detectado em função do raio. (a) sensor na orientação horizontal, (b) sensor na configuração vertical.

Observando os gráficos da Fig. 4.18, constata-se que o raio ótimo é bem definido tanto para a espira na configuração vertical quanto na horizontal, sendo igual a 3,8 cm (vertical) e 5,65 cm (horizontal). Mas, devido a aspectos práticos de construção do protótipo, utilizou-se um raio da espira igual a 2,5 cm.

#### 4.5. Modelagem do Sinal de Saída do Transdutor

Considerando os valores para os parâmetros obtidos no Capítulo 2,  $Z_0 \approx 17,5 \Omega$  e  $f'(H_0) \approx 3 \Omega/\text{Oe}$ , e ainda a conversão do circuito de  $4 \text{ V}/\Omega$ , obtém-se o fator de conversão aproximado do sinal de saída para o campo detectado

$$\Delta V = 12\Delta H_{total} \cdot \quad (4.22)$$

Utilizando o fator de conversão e os mapas dos campos magnéticos simulados nas seções anteriores, foram obtidos os mapas do sinal de saída do transdutor para as mesmas condições que os demais mapas. Além disso, foi realizada uma análise geral do comportamento do transdutor para outros parâmetros, tais como a distância entre o sensor e a agulha e momento magnético da mesma.

#### 4.5.1. Mapas do Sinal de Saída

Os mapas do sinal de saída em volts do transdutor foram realizados como os demais, varrendo-se um plano a uma determinada altura da agulha. Como se pode verificar nas Figs. 4.19 e 4.20, eles possuem a mesma morfologia que os mapas de campo magnético.

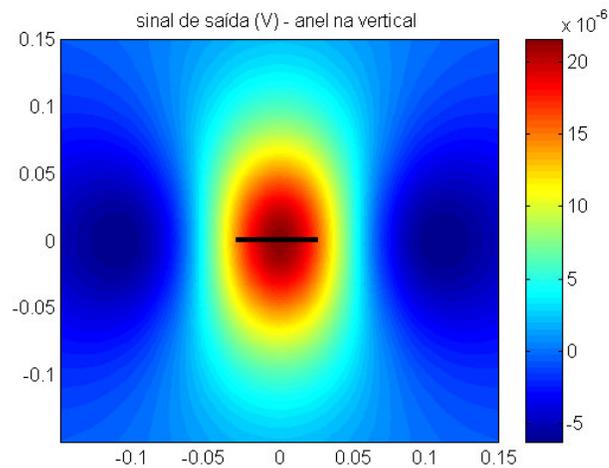


Figura 4.19 - Mapa do sinal de saída do transdutor simulado, com a espira na vertical,  $x_c = y_c = (-15,15)$  cm,  $h = 10$  cm,  $l = 4,5$  cm,  $r = 2,5$  cm,  $m = 7,75 \times 10^{-4}$  Am<sup>2</sup> e  $\alpha = 3$  Ω/Oe.  
Amplitude máxima =  $2,78 \times 10^{-5}$  V.

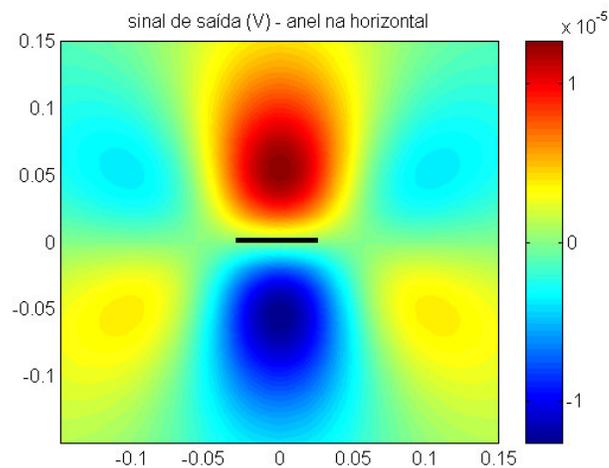
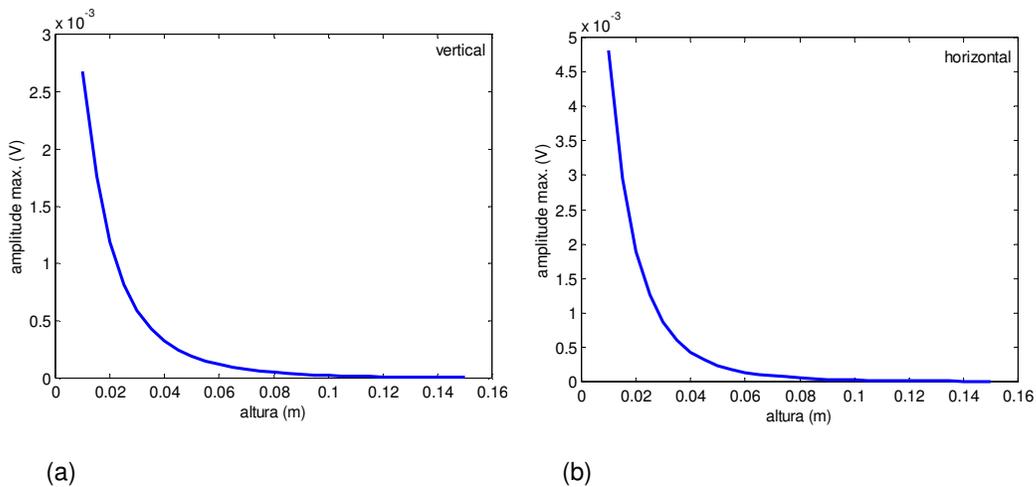


Figura 4.20 - Mapa do sinal de saída do transdutor simulado, com a espira na horizontal,  $x_c = y_c = (-15,15)$  cm,  $h = 10$  cm,  $l = 4,5$  cm,  $r = 2,5$  cm,  $m = 7,75 \times 10^{-4}$  Am<sup>2</sup> e  $\alpha = 3$  Ω/Oe.  
Amplitude máxima =  $2,54 \times 10^{-5}$  V.

O sinal gerado por ambas configurações é quantitativamente semelhante e bastante fraco, aproximadamente  $25 \mu\text{V}$ , para uma distância de 10 cm entre o sensor e a agulha.

#### 4.5.2. Análise Geral do Sinal de Saída

A Fig. 4.21 mostra a variação do sinal de saída simulado do transdutor em função da distância entre o sensor e agulha (altura). Observa-se que o sinal cai aproximadamente com o quadrado da distância.



(a) (b)  
Figura 4.21 - Variação do sinal de saída do transdutor com a altura do sensor, (a) espira na orientação vertical, (b) espira na orientação horizontal.

A Fig. 4.22 apresenta a variação do sinal de saída com a intensidade do momento de dipolo magnético. Verifica-se um comportamento linear.

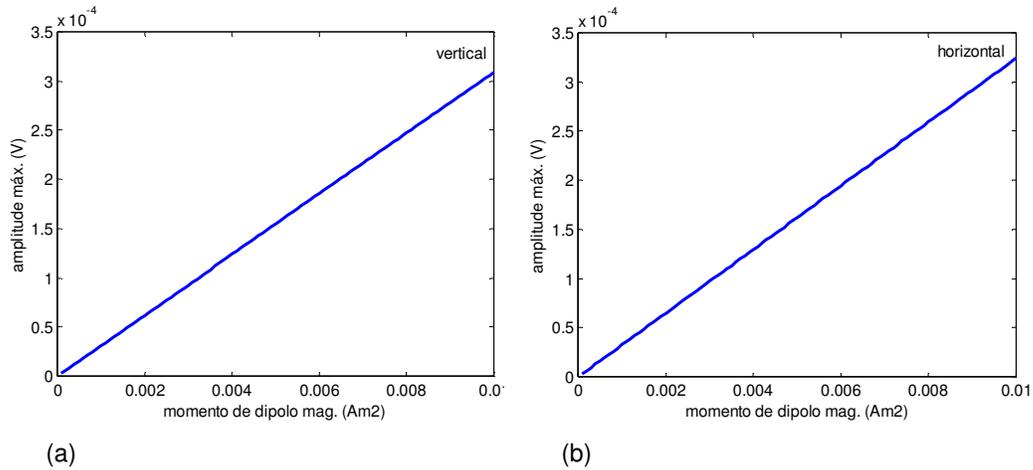


Figura 4.22 - Variação do sinal de saída do transdutor com a intensidade do momento de dipolo magnético, (a) espira na configuração vertical, (b) espira na configuração horizontal.

Conforme as simulações realizadas neste capítulo, o sensor projetado apresenta um comportamento esperado em relação à dependência com a altura e com o momento de dipolo magnético do corpo estranho. Porém, a variação com outros parâmetros, tais como o ângulo entre a agulha e o sensor e o raio ótimo da espira, exige uma avaliação experimental. Além disso, os resultados apresentados não permitiram uma escolha quanto à orientação da espira, vertical ou horizontal. Para tanto, foram realizadas medições com uma agulha, conforme apresentado no Capítulo 5. Contudo, devido à falta de recursos experimentais, nem todas as medições puderam ser realizadas.